**TAREA 5**

Fecha de entrega: Antes del 19 de septiembre

1. Tomando como base el ejemplo demostrativo visto en clase de la convergencia del método de Jacobi (empieza en hoja 14 de archivo www.cimat.mx/~alram/met_num/clases/clase08a.pdf); implementar el método de Gauss Seidel y hacer un análisis igual: reportar si hay cambios en la velocidad de convergencia de este método con respecto al de Jacobi. Se debe de graficar el cambio en del vector solución a lo largo de las iteraciones que se mostraron en la clase y hacer una gráfica del error con respecto a la solución exacta a lo largo de las iteraciones.

La matriz tridiagonal está en la liga http://www.cimat.mx/~alram/met_num/clases/Ags.bin , el vector b en http://www.cimat.mx/~alram/met_num/clases/bgs.bin y el vector inicial http://www.cimat.mx/~alram/met_num/clases/x0.bin.

Para graficar las aproximaciones a la solución $\mathbf{x}^{(k)}$ y el error de aproximación a lo largo de las iteraciones se puede usar lo que ustedes quieran, pero por supuesto recomendamos que usen lo que vimos de GNU Plot en el curso.

2.- De la siguiente función de mínimos cuadrados usando polinomios de grado $n$, calcular las derivadas parciales con respecto a $a_j$ y verificar que el resultado es el mostrado en la clase 9.

$$E_2 = \sum_{i=1}^{m} y_i^2 - 2\sum_{j=0}^{n} a_j \left(\sum_{i=1}^{m} y_i x_i^j\right) + \sum_{j=0}^{n}\sum_{k=0}^{n} a_j a_k \left(\sum_{i=1}^{m} x_i^{j+k}\right)$$

3.- Sea $S_i$ $i$=0,2,..,6 un conjunto de 7 mediciones dadas de resonancia magnética, tal que $S_i \in \Re$. Sean $\boldsymbol{g}_i$ con $i$= 1,..,6 un conjunto de seis vectores unitarios dados en $\Re^3$ que definen las direcciones donde se tomaron las medidas $S_1,...,S_6$ ($S_0$ no tiene una $\boldsymbol{g}$ asociada), tal que $\boldsymbol{g}_i = [x_i\ y_i\ z_i]^T$. Sea $b$ una constante de adquisición dada $b = 1000$.

Sea la incógnita del problema (el valor que queremos encontrar dado todo lo anterior), una matriz **simétrica** de dimensiones 3x3 denominada ***D***, de tal forma que las incógnitas son las 6 entradas de la matriz ***D*** como sigue:

| | | |
|---|---|---|
| $d_1$ | $d_4$ | $d_5$ |
| $d_4$ | $d_2$ | $d_6$ |
| $d_5$ | $d_6$ | $d_3$ |

El modelo generador de los datos es el siguiente.

$$S_i = S_0 \exp(-b\, \boldsymbol{g}_i^T \boldsymbol{D}\, \boldsymbol{g}_i) \qquad \text{para } i=1,...,6\ ,$$

de tal forma que el resultado del producto $\boldsymbol{g}_i^T \boldsymbol{D}\, \boldsymbol{g}_i$ es un escalar.

El modelo se puede reescribir de tal forma que la función a minimizar en mínimos cuadrados sea lineal en $d_i$ :

$$F(S_i, S_0, b) = \mathbf{g}_i^T \mathbf{D} \, \mathbf{g}_i \qquad \text{para } i=1,...,6$$

a) Encuentra la función $F(S_i, S_0, b)$.
b) Definir la función a minimizar para el planteamiento de mínimos cuadrados.
c) Escribir las entradas de la matriz de 6x6 y de los 2 vectores de dimensión 6 **del sistema $Ax=b$ de mínimos cuadrados** que se obtiene del conjunto de ecuaciones normales una vez que se han calculado las derivadas parciales con respecto a $d_i$ de la función del inciso b).