

Examen Final – Teoría de Conjuntos y Lógica

(2 de Dic, 2002)

1. Sea Σ un conjunto de fórmulas bien-formadas de la lógica proposicional (i.e. usando símbolos de proposiciones y los operadores lógicos \vee , \wedge , \rightarrow , \leftrightarrow y \neg) y α una fórmula bien-formada.
 - (a) Dar la definición de cada uno de los siguientes términos:
 - (i) una asignación de valores de verdad para $\Sigma \cup \{\alpha\}$,
 - (ii) $\Sigma \models \alpha$ (Σ implica tautológicamente α),
 - (iii) $\Sigma \vdash \alpha$ (α es deducible de Σ),
 - (iv) Σ es satisfacible,
 - (v) Σ es finitamente satisfacible.
 - (b) Dar el enunciado del Teorema de Compacidad para la lógica proposicional.
 - (c) Demostrar que $\Sigma \vdash \alpha$ implica $\Sigma \models \alpha$.
 - (d) Demostrar que $\Sigma \models \alpha$ implica $\Sigma \vdash \alpha$.

2.
 - (a) Dar la definición de cada uno de los siguientes términos:
 - (i) conjunto parcialmente ordenado,
 - (ii) conjunto totalmente ordenado,
 - (iii) cadena en un conjunto parcialmente ordenado,
 - (iv) cota superior de un subconjunto de un conjunto parcialmente ordenado,
 - (v) elemento maximal en un conjunto parcialmente ordenado,
 - (vi) elemento final (o último elemento) en un conjunto parcialmente ordenado.
 - (b) Dar el enunciado del Lema de Zorn.
 - (c) Dar la definición de la suma de dos cardinales y demostrar que esta definición es válida (i.e. no depende de los conjuntos que usas para representar a los cardinales).
 - (d) Usando el Lema de Zorn, demuestra que para cualquier cardinal infinito α , $\alpha + \alpha = \alpha$.