

# Examen Parcial núm. 1 – Álgebra Lineal I

(18 de feb 2002)

1. Sea  $F$  un campo. Define:  $V$  es un espacio vectorial sobre  $F$ .
2. Sea  $V$  en espacio vectorial sobre un campo  $F$ . Demuestra que  $0 \cdot \mathbf{v} = \mathbf{0}$  para todo  $\mathbf{v} \in V$ .

Notas:

- Al lado izquierdo de la ecuación  $0 \in F$  (el escalar cero), y al lado derecho  $\mathbf{0} \in V$  (el vector cero).
  - Puedes usar en la demostración las propiedades de campo (como  $0 + 0 = 0$ ).
  - Puedes usar también las axiomas de espacio vectorial que detallaste en el inciso anterior, pero tienes que anotar explícitamente en cada paso de tu demostración qué axioma usas.
3. Sea  $V$  un espacio vectorial sobre un campo  $F$  y sea  $W \subset V$  un subconjunto. Define:  $W$  es un subespacio vectorial de  $V$ .
  4. Demuestra que el conjunto  $W = \{(a_1, a_2, a_3) \in \mathbb{R}^3 \mid 3a_1 + 1 = 0\}$  no es un subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^3$  (con su estructura ordinaria de espacio vectorial sobre  $\mathbb{R}$ ).
  5. Sea  $W = \{(a_1, a_2, a_3) \in \mathbb{R}^3 \mid a_1 + a_2 + a_3 = 0\}$ .
    - (a) Demuestra que  $W$  es un subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^3$  (con su estructura ordinaria de espacio vectorial sobre  $\mathbb{R}$ ).
    - (b) Encuentra dos vectores en  $W$  que lo generan; es decir, dos vectores  $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2 \in W$  tal que cualquier vector en  $W$  se puede expresar como una combinación lineal de  $\mathbf{w}_1$  y  $\mathbf{w}_2$ .