Algebra Lineal 1 – Tarea num. 1

(Por entregar el martes, 4 de feb, de 2003)

1. Sean $\mathbf{v}_1 = (1,1)$, $\mathbf{v}_2 = (2,1)$ (son dos vectores en $\mathbb{R}^2$).

   (a) Escribir los siguientes vectores como combinaciones lineales de $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$:

   $(3,2)$, $(1,0)$, $(2,2)$, $(\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$, $(0,0)$.

   (b) ¿Será $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ una *base* de $\mathbb{R}^2$?

2. Sean $\mathbf{v}_1 = (1,0,0)$, $\mathbf{v}_2 = (1,1,0)$, $\mathbf{v}_3 = (0,1,1)$ (vectores en $\mathbb{R}^3$).

   (a) Expresar el vector $(1,-1,3)$ como una combinación lineal de $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ y $\mathbf{v}_3$.
   (b) Encontrar a todos los vectores $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ que son una combinación lineal de $\mathbf{v}_2$ y $\mathbf{v}_3$.
   (c) (Opcional) Demostrar que $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ es una base de $\mathbb{R}^3$.

3. (a) Escribir el sistema de ecuaciones

   $$\left\{\begin{array}{rcrcr} 2x & - & 3y & = & 8 \\ -4x & + & 6y & = & -16 \end{array}\right.$$

   en notación matricial, $A\mathbf{v} = \mathbf{b}$, $A \in \mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R})$, $\mathbf{v}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^2$, y resolverlo.

   (b) Mismo para

   $$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 4z & = & -4 \\ 5x & + & 11y & - & 21z & = & -22 \\ 3x & - & 2y & + & 3z & = & 11 \end{array}\right.$$