Exámen parcial 1

Viernes, 13 mar, 2009

Cierto o Falso. Escoge 25 de los siguientes 30 incisos (si escoges más, se considerarán solo tus mejores 25). Luego, para cada uno de los incisos, decide si es cierto o falso. En caso de "Cierto", hay que dar una breve explicación (no tiene que ser una demostración completa). En caso de "Falso", hay que dar un contra-ejemplo. En todos los incisos, las ecuaciones, matrices etc., tienen coeficientes reales.

1. Todo sistema de ecuaciones lineales tiene por lo menos una solución.
2. Todo sistema homogeneo de ecuaciones lineales tiene por lo menos una solución.
3. Si un sistema de ecuaciones lineales tiene más que una solución entonces el sistema homogeneo asosciado tiene una solulción no trivial.
4. Si para un sistema de n ecuaciones con n incognitas, $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i$, $i = 1, \ldots, n$, la matriz de coeficientes $A = (a_{ij})$ es invertible, entonces el sistema tiene una solución única.
5. Si un sistema de ecuaciones lineales con mas incognitas que ecuaciones tiene una solución, entonces esta solución no es única.
6. El conjunto de soluciones de un sistema de ecuaciones lineales en n incognitas es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^n$.
7. El conjunto de soluciones de un sistema de ecuaciones lineales homogeneas en n incognitas es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^n$.
8. Todo subespacio vectorial de $\mathbb{R}^n$ se puede obtener como el conjunto de soluciones de un sistema de ecuaciones lineales en n incognitas.
9. Para todo $v_1, v_2 \in \mathbb{R}^3$, $v_1 \times v_2 = 0$ si y solo si $v_1 = 0$ ó $v_2 = 0$.
10. Si v_1, v_2 son dos vectores linealmente independientes en $\mathbb{R}^3$, entonces los 3 vectores $v_1, v_2, v_1 \times v_2$ son linealmente independientes.
11. El producto de matrices invertibles es invertible.
12. Sea $A = BC$, donde A, B, C son matrices 3×3, 3×2 y 2×3 (resp.). Entonces A no es invertible.
13. Si A, B son dos matrices $n \times n$ tal que $AB = 0$, entonces $A = 0$ ó $B = 0$.
14. La suma de matrices invertibles es invertible.
15. La transpuesta de una matriz invertible es invertible.
16. Toda matriz ortogonal es invertible.
17. Toda matriz simétrica es invertible.
18. Toda matriz simétrica postiva definida es invertible.
19. Una matriz simétrica positiva definida tiene entradas positivas sobre su diagonal.
20. Una matriz simétrica positiva definida tiene todas sus entradas positivas.
21. Toda matriz diagonal $n \times n$ conmuta con todas las matrices $n \times n$.
22. Si A es una matriz $n \times n$ que conmuta con todas las matrices $n \times n$ entonces A es diagonal.
23. Existen dos vectores unitarios en $\mathbb{R}^3$ cuyo producto vectorial tiene norma 2.
24. Si A, B son dos matrices $n \times n$ equivalentes por reglones, entonces B es invertible si A es invertible.
25. Si A, B son dos matrices $n \times n$ equivalentes por reglones, entonces B es simétrica si A es simétrica.
26. Si A, B son dos matrices $n \times n$ congruentes, entonces A es simétrica positiva definida si B es simétrica positiva definida.
27. La unión de dos subespacios de $\mathbb{R}^n$ es un subespacio.
28. La intersección de dos subespacios de $\mathbb{R}^n$ es un subespacio.
29. Dos vectores en $\mathbb{R}^n$ son linealmente dependientes si y solo si uno de ellos es un múltiplo del otro por un escalar.
30. Tres vectores en $\mathbb{R}^n$ son linealmente dependientes si y solo si uno de ellos es un múltiplo de algun otro por un escalar.