

## Tarea 17

En esta tarea practicamos *traslación de figuras*. El principio básico es lo siguiente: Si una figura  $C$  en el plano está dada por la ecuación  $F(x, y) = 0$ , entonces la ecuación  $F(x - x_0, y - y_0) = 0$  describe una figura  $C'$  que se obtiene de  $C$  al trasladarla por el vector  $(x_0, y_0)$ . En otras palabras, las soluciones de  $F(x - x_0, y - y_0) = 0$  se obtienen al tomar cada punto  $(x, y)$  que satisface  $F(x, y) = 0$  y mandarlo al punto  $(x + x_0, y + y_0)$ . La transformación que manda  $(x, y) \mapsto (x + x_0, y + y_0)$  se llama *traslación por*  $(x_0, y_0)$ .

Por ejemplo, el círculo  $C' = \{(x, y) | (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 1\}$  se obtiene del círculo  $C = \{(x, y) | (x)^2 + (y)^2 = 1\}$  al trasladarlo por  $(1, -2)$ .

Otro ejemplo: la ecuación  $y^2 + 2y + x = 0$  describe una parábola  $C$  que pasa por el origen pero que su vértice no está en el origen. Queremos encontrar una traslación que manda esta parábola a una parábola con vértice en el origen. Para esto, re-escribimos primero la ecuación de  $C$  como  $(y + 1)^2 + (x - 1) = 0$ , así que la traslación por  $(-1, 1)$ ,  $(x, y) \mapsto (x - 1, y + 1)$ , manda la parábola  $C$  a la parábola  $y^2 + x = 0$ , o  $y^2 = -x$ , la cual es una parábola con vértice en  $(0, 0)$ .

### Los problemas

Hay que encontrar en cada caso una traslación  $(x, y) \mapsto (x + x_0, y + y_0)$  que satisface cierto requisito. También hay que escribir la ecuación de la figura trasladada.

1. Manda el círculo  $x^2 + y^2 = 1$  a un círculo con centro en  $(2, 3)$ .
2. Manda el círculo  $x^2 + y^2 = 1$  a un círculo que pasa por  $(0, 0)$  y su centro está sobre el eje de  $y$ .
3. Manda el círculo  $x^2 + y^2 = 1$  a un círculo que pasa por  $(2, 3)$  y su centro está sobre la recta  $x = y$ .
4. Manda la parábola  $y^2 = 4ax$  a una parábola con foco en  $(0, 0)$ .
5. Manda la curva dada por la ecuación  $5x^2 + 4x + 3y^2 + 2y + 1 = 0$  a una curva con ecuación que no tiene términos lineales (términos del tipo  $ax + by$ ).
6. Manda la elipse  $2x^2 + 3y^2 = 4$  a una elipse con foco en  $(0, 0)$ . (Hay dos soluciones).
7. Manda la recta  $x = y$  a una recta tangente a la parábola  $y = x^2$ . (Hay una infinidad de soluciones.)
8. Manda la parábola  $y = x^2$  a una parábola perpendicular a la parábola  $y = -x^2$ . (Sugerencia: problema 3 del parcial num. 2).

Algunas respuestas: 3. Traslación por  $(2, 2)$  o  $(3, 3)$ , que manda la figura a  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 1$  o  $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 1$ . 4. Traslación por  $(-a, 0)$ , que manda la parábola a  $y^2 = 4a(x + a)$ . 7. Traslación por  $(a + 1/2, a + 1/4)$ , que manda la recta  $x = y$  a la recta  $y = x - 1/4$ .