Tarea núm. 4

(para entregar el jueves 13 feb)

Nota: esta tarea es sobre funciones y sus gráficas. Aquí está un resumen de los conceptos que manejamos. En el cap. 3 encuentran más detalles.

- **Función:** es una regla que asocia con cada valor de una variable (llamada la *variable independiente* de la función, el “input”) un valor de otra variable (llamada la *variable dependiente* de la función, el “output”). La regla puede estar dada por una fórmula, una gráfica (ver más abajo), una tabla de valores, una descripción con palabras, etc.

  Notación: $y = f(x)$ (“y es una función f de x”).

  Si la función f asocia digamos al valor $x = 2$ el valor $y = 3$ escribimos $3 = f(2)$ (se lee “3 es igual a f de 2”) y decimos: “el valor de f en 2 es 3”.

  Un ejemplo con fórmula: $y = F(x) = 2x - 2$. Tal función, dada por un polinomio de grado 1, se llama una función *lineal* (ver abajo la razón por el nombre). En este caso, $F(1) = 0$, $F(-1) = -4$, etc.

  A veces no ponemos el símbolo $F(x)$ y escribimos por ejemplo $y(x) = 2x - 2$, o aun más simple, $y = 2x - 2$.

  Otro ejemplo con fórmula: $y = 2x^2 - 3$. Esta se llama una función *cuadrática*, ya que usamos un polinomio cuadrático (de grado 2) para definirla.

  Otro ejemplo, con palabras: al comprar gasolina en la gasolinera, el precio P que pagamos es una función lineal de la cantidad de litros L que compramos. En fórmula: si el precio por litro es 10 pesos (digamos), $P = 10L$.

  Otro: al dejar caer un objeto (en la tierra), la distancia que cae d (en metros) es una función cuadrática del tiempo de caida t (en segundos). En fórmula: $d = 4.9t^2$. En la luna la fórmula también es cuadrática, pero diferente: $d = 0.8t^2$.

- **La gráfica de una función:** es una curva dibujada en el plano, tal que un punto con coordenadas (a, b) está en la gráfica si $b = f(a)$.

  Por ejemplo: la gráfica de una función lineal, como $y = 2x - 3$, es una línea recta (esto es un teorema que no vamos a demostrar para que usaremos seguidamente). Como $y(1) = -1$, el punto $(1, -1)$ es uno de los puntos de la gráfica de esta función (una línea). O, dicho de otra manera, la gráfica de la función $y = 2x - 3$ pasa por el punto $(1, -1)$.

  Otro ejemplo: la gráfica de una función cuadrática, como $y = 2x^2 - 3$, es una figura en forma de copa, llamada ”parábola”.

Los problemas

1. Para cada una de las siguientes funciones

   (i) $y = 2x - 3$ (ii) $y = 2x^2 - 8$ (iii) $y = |x - 2|$ (iv) $y = 1/(x - 2)$

   a) Encuentra los valores $y(-1), y(0), y(1)$.
   b) Encuentra los valores de x tales que $y(x) = -1, y(x) = 0, y(x) = 1$.
   c) Encuentra los puntos de intersección de la gráfica de la función con los ejes de coordenadas x y y.
   d) Dibuja la gráfica de la función.

2. En un rectángulo la altura mide 2 unidades más que la base. Denotamos la altura, base, área y perímetro del rectángulo por h, b, A, P (respectivamente). Encuentra fórmulas para las siguientes funciones:
   a) $h(b)$ (la altura del rectángulo como función de su base).
   b) $b(h)$ (la base del rectángulo como función de su altura).
   c) $A(b)$ (el área del rectángulo como función de su base).
   d) $P(h)$ (el perímetro del rectángulo como función de su altura).
   e) $A(P)$ (el área del rectángulo como función de su perímetro).

   Por ejemplo, la respuesta para (a) es: $h = b + 2$.

3. Encuentra una función lineal $y(x)$ (una fórmula de la forma $y = ax + b$, con a, b dos números) que satiface $y(1) = -1$, $y(-1) = 2$. Dibuja la gráfica de esta función.

4. Encuentra una función cuya gráfica es una recta que pasa por los puntos $(-10, 41)$, $(6, 9)$.

5. Encuentra una función cuya gráfica es una recta que es paralela a la gráfica de la función $y = 2x$ y que pasa por el punto $(1, 3)$.

6. Encuentra una función cuya gráfica es una recta paralela al eje de x y pasa por el punto $(1, 3)$.

7. Encuentra un valor de c tal que la gráfica de la función cuadrática $y = 3x^2 - 2x + c$ intersecte el eje de x en un solo punto. Dibuja la gráfica de esta función.

   (Sugerencia: si la gráfica intersecta el eje de x en un solo punto esto significa que la ecuación $3x^2 - 2x + c = 0$ tiene una sola solución. Ahora considera la descriminante del polinomio $3x^2 - 2x + c$.)