Tarea núm. 4

(para el 2 sept)

Definición. Una *terna pitagórica* es una terna de números enteros positivos (a, b, c) tal que $a^2 + b^2 = c^2$. La terna es *primitiva* si no tiene factor común > 1.

Por ejemplo: $(3, 4, 5)$ es una terna pitagórica primitiva y $(6, 8, 10)$ es una terna pitagórica no primitiva (tiene el factor común 2).

Problemas

1. Demuestra: las fórmulas que obtuvimos en la clase del 25 ago,
$$a = 2mn,\ b = m^2 - n^2,\ c = m^2 + n^2, \qquad (*)$$
producen una terna pitagórica para cada par de enteros $m > n > 0$. Además, la terna es primitiva si y solo si (m, n) son primos relativos (no tienen factor común > 1), uno de ellos es par y el otro impar.

   (Es decir, hay que demostrar dos cosas: 1) si la terna es primitiva entonces (m, n) son primos relativos, uno de ellos es par y el otro impar. 2) Si (m, n) son primos relativos, uno de ellos par y el otro impar, entonces (a, b, c) es una terna primitiva .)

2. Opcional: Demuestra que para cada terna pitagórica primitiva (a, b, c) existe una única pareja de enteros positivos (m, n) que produce esta terna, o la terna (b, a, c), mediante las fórmulas (*).

3. Usa las fórmulas (*) para encontrar todas las ternas pitagóricas primitivas (a, b, c) con $0 < a < b < c < 50$.

4. Opcional: encuentra a todas las soluciones enteras de $a^2 + b^2 = 2c^2$ con $0 < a, b, c < 50$. Mismo para $a^2 + 2b^2 = c^2$.

Referencia: https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagorean_triple