

1. Sea $A \in M^{m \times n}(\mathbb{R})$. La pseudoinversa de A es $A^+ = (A^T A)^{-1} A^T$. Sea $A = U \Sigma V^T$ la descomposición en valores singulares de A . Sea

$$\Sigma_{ij}^+ = \begin{cases} 1/\Sigma_{ij} & \text{si } \Sigma_{ij} \neq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Prueba que la pseudoinversa puede escribirse $A^+ = V \Sigma^+ U^T$.

2. Calcula a mano la factorización LU y la factorización de Cholesky de la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

3. Determina para que valores de α es definida positiva la siguiente matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \alpha & -1 \\ \alpha & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

4. Calcula y explica el costo computacional de la factorización de Cholesky. Puedes usar la explicación de las páginas 175-176 del libro de Trefethen
5. Sea $\{x_k\}_{k=1}^{\infty}$ la sucesión de iteraciones de Jacobi del sistema $Ax = b$, donde $A \in M^{n \times n}(\mathbb{R})$ es invertible y x es la solución. Muestra que si $k \gg 1$, entonces

$$\frac{\|x_k - x_{k+1}\|_2}{\|x_{k+1}\|_2} \approx \frac{\|x_k - x\|_2}{\|x\|_2}$$

Nota: Si tienes dudas o comentarios escribe a marcos@cimat.mx o pasa por mi oficina.