

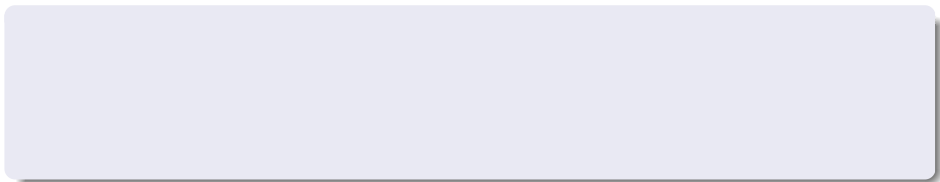
Aplicación de Teoría de Matrices Aleatorias en Comunicación Inalámbrica

Sistemas MIMO

Mario Alberto Díaz Torres
mariodiaztorres@gmail.com

Ingeniería en Comunicaciones y Electrónica
Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías
Universidad de Guadalajara

Seminario de Probabilidad
Centro de Investigación en Matemáticas
18 de agosto de 2010. Gto, Gto.



- ¿Existirá un sistema de comunicación inalámbrica “convencional” que transmita tanta información como se quiera?

- ¿Existirá un sistema de comunicación inalámbrica “convencional” que transmita tanta información como se quiera?
- ¿Si no fuera posible, hasta donde es posible llegar?

- ¿Existirá un sistema de comunicación inalámbrica “convencional” que transmita tanta información como se quiera?
- ¿Si no fuera posible, hasta donde es posible llegar?
- ¿Cómo modelamos un sistema de comunicaciones?

1 Teoría de la Información (Shannon 1948)

- Fuente de Información
- Entropía
- Canal
- Capacidad Ergódica

2 Sistemas MIMO (1999 →)

- Canal MIMO Constante
- Canal MIMO Aleatorio

3 Temas Relacionados

4 Referencias

Intuitivamente una fuente de información es cualquier elemento que proporciona datos tomados de un conjunto a través del tiempo.

Intuitivamente una fuente de información es cualquier elemento que proporciona datos tomados de un conjunto a través del tiempo.

Ejemplo.

Intuitivamente una fuente de información es cualquier elemento que proporciona datos tomados de un conjunto a través del tiempo.

Ejemplo.

- El texto de un libro. “To study the structure of manifolds ...”

Intuitivamente una fuente de información es cualquier elemento que proporciona datos tomados de un conjunto a través del tiempo.

Ejemplo.

- El texto de un libro. “To study the structure of manifolds ...”
- La voz humana al pasar por un teléfono (hace muchos años).
“voz:tiempo $\rightarrow \mathbb{R}$ ”

Intuitivamente una fuente de información es cualquier elemento que proporciona datos tomados de un conjunto a través del tiempo.

Ejemplo.

- El texto de un libro. “To study the structure of manifolds ...”
- La voz humana al pasar por un teléfono (hace muchos años).
“voz:tiempo $\rightarrow \mathbb{R}$ ”
- El mensaje que produce un celular (digital).
“11011101010100100100101...”

Definición.

Modelamos una fuente de información como un proceso estocástico X_t con un espacio de estados E_X e indexado por un conjunto T_X .

Ejemplo.

Modelando texto en inglés.

Ejemplo.

Modelando texto en inglés.

- XFOML RXKHRJFFJUJ ZLPWCFWKCYJ FFJEYVKCQSGHYD
QPAAMKBZAACIBZLHJQD.

Ejemplo.

Modelando texto en inglés.

- XFOML RXKHRJFFJUJ ZLPWCFWKCYJ FFJEYVKCQSGHYD QPAAMKBZAACIBZLHJQD.
- OCRO HLI RGWR NMIELWIS EU LL NBNeseBYA TH EEI ALHENHTTPA OOBTTVA NAH BRL.

Ejemplo.

Modelando texto en inglés.

- XFOML RXKHRJFFJUJ ZLPWCFWKCYJ FFJEYVKCQSGHYD QPAAMKBZAACIBZLHJQD.
- OCRO HLI RGWR NMIELWIS EU LL NBNESEBYA TH EEI ALHENHTTPA OOBTTVA NAH BRL.
- ON IE ANTSOUTINYS ARE T INCTORE ST BE S DEAMY ACHIN D ILONASIVE TUCOOWE AT TEASONARE FUSO TIZIN ANDY TOBE SEACE CTISBE.

Ejemplo.

Modelando texto en inglés.

- XFOML RXKHRJFFJUJ ZLPWCFWKCYJ FFJEYVKCQSGHYD QPAAMKBZAACIBZLHJQD.
- OCRO HLI RGWR NMIELWIS EU LL NBNESEBYA TH EEI ALHENHTTPA OOBTTVA NAH BRL.
- ON IE ANTSOUTINYS ARE T INCTORE ST BE S DEAMY ACHIN D ILONASIVE TUCOOWE AT TEASONARE FUSO TIZIN ANDY TOBE SEACE CTISBE.
- IN NO IST LAT WHEY CRATICT FROURE BIRS GROCID PONDENOME OF DEMONSTURES OF THE REPTAGIN IS REGOACTIONA OF CRE.

Comparando Fuentes.

¿Qué dígito sigue en cada secuencia?

- 110101010010101110101010
- 111111111111111111111111

Comparando Fuentes.

¿Qué dígito sigue en cada secuencia?

- 110101010010101110101010
- 111111111111111111111111

¿Cómo cuantificamos cuánta información produce una fuente de información?

Definición.

Sea X una variable aleatoria discreta que toma valores s_i con probabilidades $\mathbb{P}(X = s_i) = P(s_i)$ para $i = \{1, 2, \dots, n\}$. Definimos la entropía de Shannon de X como

$$h(X) = - \sum_{i=1}^n P(s_i) \log_2 P(s_i) = -\mathbb{E}[\log_2 P(X)]. \quad (1)$$

Definición.

Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad $\rho(x)$. Definimos la entropía continua de X como

$$h(X) = - \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x) \log_2 \rho(x) dx = -\mathbb{E}[\log_2 \rho(X)]. \quad (2)$$

Definición.

Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad $\rho(x)$. Definimos la entropía continua de X como

$$h(X) = - \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x) \log_2 \rho(x) dx = -\mathbb{E}[\log_2 \rho(X)]. \quad (2)$$

Proposición.

Supongamos que se tiene una variable aleatoria con varianza fija σ^2 . La distribución Gaussiana alcanza la máxima entropía y es igual a

$$\ln(2\pi e\sigma^2)/2.$$

Ejemplo.

Supongamos que tenemos dos fuentes.

- $\mathbb{P}(X = 0) = 1/2$ y $\mathbb{P}(X = 1) = 1/2$.
- $\mathbb{P}(Y = 0) = 0$ y $\mathbb{P}(Y = 1) = 1$.

Ejemplo.

Supongamos que tenemos dos fuentes.

- $\mathbb{P}(X = 0) = 1/2$ y $\mathbb{P}(X = 1) = 1/2$.
- $\mathbb{P}(Y = 0) = 0$ y $\mathbb{P}(Y = 1) = 1$.

$h(X) = 1\text{bit/símbolo}$.

Ejemplo.

Supongamos que tenemos dos fuentes.

- $\mathbb{P}(X = 0) = 1/2$ y $\mathbb{P}(X = 1) = 1/2$.
- $\mathbb{P}(Y = 0) = 0$ y $\mathbb{P}(Y = 1) = 1$.

$h(X) = 1\text{bit/símbolo}$.

$h(Y) = 0\text{bits/símbolo}$.

- La entropía promedio de un proceso estocástico iguala la expresión

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t h(X_\tau) d\tau. \quad (3)$$

- La entropía promedio de un proceso estocástico iguala la expresión

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t h(X_\tau) d\tau. \quad (3)$$

- Si la fuente es estacionaria y ergódica (como proceso estocástico)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t h(X_\tau) d\tau = h(X), \quad (4)$$

donde X tiene la misma distribución que las X_t .

- La entropía promedio de un proceso estocástico iguala la expresión

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t h(X_\tau) d\tau. \quad (3)$$

- Si la fuente es estacionaria y ergódica (como proceso estocástico)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t h(X_\tau) d\tau = h(X), \quad (4)$$

donde X tiene la misma distribución que las X_t .

- A partir de ahora supondremos fuentes ergódicas y estacionarias.

- La entropía promedio de un proceso estocástico iguala la expresión

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t h(X_\tau) d\tau. \quad (3)$$

- Si la fuente es estacionaria y ergódica (como proceso estocástico)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t h(X_\tau) d\tau = h(X), \quad (4)$$

donde X tiene la misma distribución que las X_t .

- A partir de ahora supondremos fuentes ergódicas y estacionarias.

¿Qué pasa cuando el mensaje que genera una fuente es “enviado” a otro lugar?

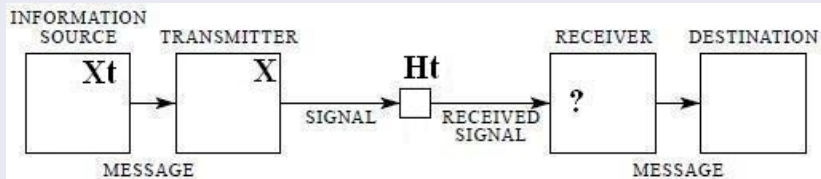
Llamaremos *canal* a cualquier medio físico por el cual se transmite información, este medio físico imprime una cierta deformación en la señal transmitida. En general, esta deformación es aleatoria.

Llamaremos *canal* a cualquier medio físico por el cual se transmite información, este medio físico imprime una cierta deformación en la señal transmitida. En general, esta deformación es aleatoria.

Definición.

Modelamos un canal como un proceso estocástico H_t con espacio de estados E_H e indexado por un conjunto T .

Esquema General de un Sistema de Comunicaciones



Definición.

Modelamos la salida de un sistema de comunicaciones como un proceso estocástico $Y_t = f(H_t, X)$.

- H_t es el proceso estocástico que modela el canal.
- X es la variable aleatoria que modela a la fuente de información.
- $f : E_H \times E_X \rightarrow E_Y$ es una función determinista.
- Y_t esta indexado por T (al igual que H_t).

Definición.

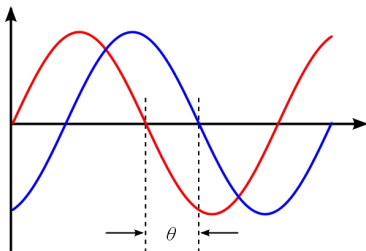
Modelamos la salida de un sistema de comunicaciones como un proceso estocástico $Y_t = f(H_t, X)$.

- H_t es el proceso estocástico que modela el canal.
- X es la variable aleatoria que modela a la fuente de información.
- $f : E_H \times E_X \rightarrow E_Y$ es una función determinista.
- Y_t esta indexado por T (al igual que H_t).

¿Cómo es f en un sistema inalámbrico (digital) típico?

Representación de las Señales

La mayoría de los transmisores electrónicos convencionales tienen la capacidad de producir ondas senoidales de diferentes magnitudes (potencias) y fases. Por su parte, los receptores pueden detectar la magnitud y fase de una señal senoidal.



Características de la Comunicación Inalámbrica Digital

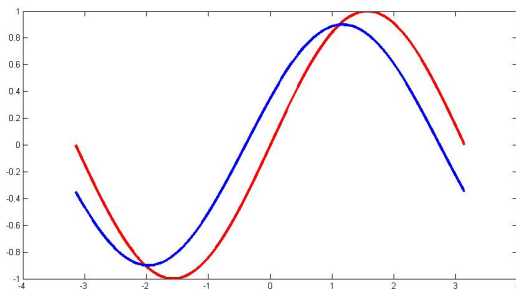
- Se transmite una señal senoidal de amplitud y fase controlable durante un periodo de tiempo fijo (a causa de esto tomamos $T = \mathbb{N}$).

Características de la Comunicación Inalámbrica Digital

- Se transmite una señal senoidal de amplitud y fase controlable durante un periodo de tiempo fijo (a causa de esto tomamos $T = \mathbb{N}$).
- El receptor detecta la amplitud y fase de la señal transmitida, sin embargo nada asegura que se detecte la señal transmitida.

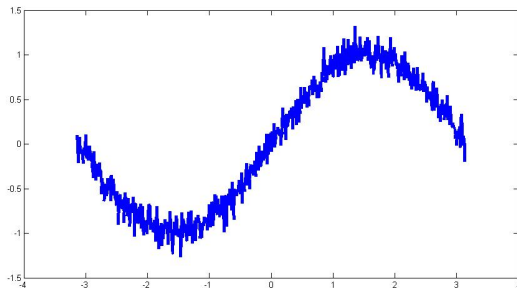
Atenuación

La atenuación es el fenómeno que sufren las señales inalámbricas en el cual se modifica la amplitud y la fase de la señal durante todo un periodo de transmisión.

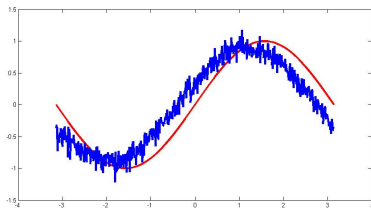


Ruido

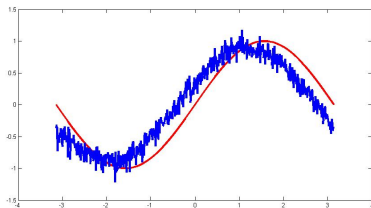
El ruido es el fenómeno que sufren las señales inalámbricas en el cual se modifica la amplitud de la señal “bruscamente” a lo largo del periodo de transmisión.



Representación de las Señales

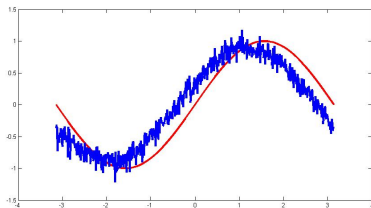


Representación de las Señales



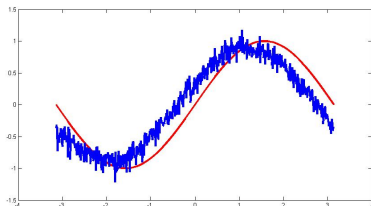
- Las señales tiene fase y magnitud, esto nos permite verlas como un número complejo.

Representación de las Señales



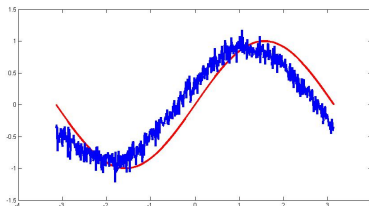
- Las señales tiene fase y magnitud, esto nos permite verlas como un número complejo.
- La atenuación se puede ver como la multiplicación de la señal transmitida por un número complejo.

Representación de las Señales



- Las señales tiene fase y magnitud, esto nos permite verlas como un número complejo.
- La atenuación se puede ver como la multiplicación de la señal transmitida por un número complejo.
- El ruido puede ser visto como un número complejo que se suma a la señal transmitida.

Representación de las Señales



- Las señales tienen fase y magnitud, esto nos permite verlas como un número complejo.
- La atenuación se puede ver como la multiplicación de la señal transmitida por un número complejo.
- El ruido puede ser visto como un número complejo que se suma a la señal transmitida.

Por lo tanto tomaremos $E_X = E_H = E_Y = \mathbb{C}$.

- Para hacer un uso más eficiente de la energía eléctrica se obliga a que la señal transmitida tenga media cero $\mathbb{E}[X] = 0$.

- Para hacer un uso más eficiente de la energía eléctrica se obliga a que la señal transmitida tenga media cero $\mathbb{E}[X] = 0$.
- La potencia promedio transmitida esta limitada a algún valor P , es decir, $\mathbb{E}[|X|^2] \leq P$.

Ejemplo Típico.

Decimos que un canal es un canal de ruido aditivo Gaussiano si

$$Y_n = X + \gamma N_n, \quad (5)$$

donde

- X es la señal transmitida.
- $\gamma > 0$.
- N_n son variables aleatorias Gaussianas de media cero y varianza unitaria.
- N_n son independientes entre si e independientes de X .

Ejemplo Típico.

Decimos que un canal es un canal de ruido aditivo Gaussiano si

$$Y_n = X + \gamma N_n, \quad (5)$$

donde

- X es la señal transmitida.
- $\gamma > 0$.
- N_n son variables aleatorias Gaussianas de media cero y varianza unitaria.
- N_n son independientes entre si e independientes de X .

¿Cómo es la cantidad de información recibida respecto a la transmitida?

Definición.

Sean X y Y dos variables aleatorias con densidades f_X y f_Y respectivamente. Definimos la entropía condicional de Y dada X como

$$h(Y|X) = - \int_{S_Y} \int_{S_X} f(x, y) \log_2 f_Y(y|x) dx dy. \quad (6)$$

Definición.

Sean X y Y dos variables aleatorias con densidades f_X y f_Y respectivamente. Definimos la entropía condicional de Y dada X como

$$h(Y|X) = - \int_{S_Y} \int_{S_X} f(x, y) \log_2 f_Y(y|x) dx dy. \quad (6)$$

Ejemplo.

Si tenemos un canal Gaussiano $Y_n = X + \gamma N_n$ entonces $h(Y_n|X) = h(\gamma N_n)$ para toda n .

Definición.

Definimos la información mutua de dos variables aleatorias X y Y como

$$I(X; Y) = \int_{S_Y} \int_{S_X} f(x, y) \log_2 \left(\frac{f(x, y)}{f_X(x)f_Y(y)} \right) dx dy = h(Y) - h(Y|X), \quad (7)$$

donde f_X , f_Y y f son las densidades de X , de Y y la densidad conjunta de X y Y respectivamente.

Definición.

Definimos la información mutua de dos variables aleatorias X y Y como

$$I(X; Y) = \int_{S_Y} \int_{S_X} f(x, y) \log_2 \left(\frac{f(x, y)}{f_X(x)f_Y(y)} \right) dx dy = h(Y) - h(Y|X), \quad (7)$$

donde f_X , f_Y y f son las densidades de X , de Y y la densidad conjunta de X y Y respectivamente.

- $I(X; Y) = I(Y; X)$.

Definición.

Definimos la información mutua de dos variables aleatorias X y Y como

$$I(X; Y) = \int_{S_Y} \int_{S_X} f(x, y) \log_2 \left(\frac{f(x, y)}{f_X(x)f_Y(y)} \right) dx dy = h(Y) - h(Y|X), \quad (7)$$

donde f_X , f_Y y f son las densidades de X , de Y y la densidad conjunta de X y Y respectivamente.

- $I(X; Y) = I(Y; X)$.
- Si se tuviera que $Y = X$ entonces $I(X; Y) = h(X) = h(Y)$.

Definición.

Definimos la información mutua de dos variables aleatorias X y Y como

$$I(X; Y) = \int_{S_Y} \int_{S_X} f(x, y) \log_2 \left(\frac{f(x, y)}{f_X(x)f_Y(y)} \right) dx dy = h(Y) - h(Y|X), \quad (7)$$

donde f_X , f_Y y f son las densidades de X , de Y y la densidad conjunta de X y Y respectivamente.

- $I(X; Y) = I(Y; X)$.
- Si se tuviera que $Y = X$ entonces $I(X; Y) = h(X) = h(Y)$.
- Si X y Y fueran independientes sucede que $I(X; Y) = 0$.

Definición.

Definimos la información mutua de dos variables aleatorias X y Y como

$$I(X; Y) = \int_{S_Y} \int_{S_X} f(x, y) \log_2 \left(\frac{f(x, y)}{f_X(x)f_Y(y)} \right) dx dy = h(Y) - h(Y|X), \quad (7)$$

donde f_X , f_Y y f son las densidades de X , de Y y la densidad conjunta de X y Y respectivamente.

- $I(X; Y) = I(Y; X)$.
- Si se tuviera que $Y = X$ entonces $I(X; Y) = h(X) = h(Y)$.
- Si X y Y fueran independientes sucede que $I(X; Y) = 0$.

¿Cuánta información pasa a través del canal durante un “uso” del canal?

- Durante un uso del canal la información promedio que pasa a través de este es igual a

$$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I(X; Y_k) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I(X; f(H_k, X)), \quad (8)$$

donde N es el número de periodos que se uso el canal.

- Durante un uso del canal la información promedio que pasa a través de este es igual a

$$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I(X; Y_k) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I(X; f(H_k, X)), \quad (8)$$

donde N es el número de periodos que se uso el canal.

- N suele ser relativamente grande.

- Durante un uso del canal la información promedio que pasa a través de este es igual a

$$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I(X; Y_k) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I(X; f(H_k, X)), \quad (8)$$

donde N es el número de periodos que se uso el canal.

- N suele ser relativamente grande.
- Si H_n es un proceso estocástico estacionario y ergódico entonces

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I(X; Y_k) = I(X; Y) = I(X, f(H, x)), \quad (9)$$

donde $Y = f(H, X)$ tiene la misma distribución que las Y_n y H tiene la misma distribución que las H_n .

Definición.

Definimos la eficiencia espectral de un sistema cuya entrada es la variable aleatoria X y cuya salida es la variable aleatoria Y como la información mutua de ambas variables $I(X; Y)$ dividido entre el ancho de banda en Hertz utilizado para la transmisión.

Definición.

Definimos la eficiencia espectral de un sistema cuya entrada es la variable aleatoria X y cuya salida es la variable aleatoria Y como la información mutua de ambas variables $I(X; Y)$ dividido entre el ancho de banda en Hertz utilizado para la transmisión.

- Asumiremos por simplicidad que el ancho de banda utilizado es 1Hz.

Definición.

Definimos la eficiencia espectral de un sistema cuya entrada es la variable aleatoria X y cuya salida es la variable aleatoria Y como la información mutua de ambas variables $I(X; Y)$ dividido entre el ancho de banda en Hertz utilizado para la transmisión.

- Asumiremos por simplicidad que el ancho de banda utilizado es 1Hz.
- Para un canal fijo la eficiencia espectral ergódica depende de la entrada.

Definición.

La capacidad ergódica C de un canal se puede definir como la máxima eficiencia espectral ergódica, maximizada sobre las posibles distribuciones de la entrada. En otras palabras

$$C = \max_{f_X} \int_{S_Y} \int_{S_X} f(x, y) \log_2 \left(\frac{f(x, y)}{f_X(x) f_Y(y)} \right) dy dx, \quad (10)$$

donde X es la v.a que modela la entrada del sistema y Y la v.a. que modela la salida.

Definición.

La capacidad ergódica C de un canal se puede definir como la máxima eficiencia espectral ergódica, maximizada sobre las posibles distribuciones de la entrada. En otras palabras

$$C = \max_{f_X} \int_{S_Y} \int_{S_X} f(x, y) \log_2 \left(\frac{f(x, y)}{f_X(x) f_Y(y)} \right) dy dx, \quad (10)$$

donde X es la v.a que modela la entrada del sistema y Y la v.a. que modela la salida.

- La capacidad ergódica es la máxima cantidad de información que puede pasar a través de un sistema.

Definición.

La capacidad ergódica C de un canal se puede definir como la máxima eficiencia espectral ergódica, maximizada sobre las posibles distribuciones de la entrada. En otras palabras

$$C = \max_{f_X} \int_{S_Y} \int_{S_X} f(x, y) \log_2 \left(\frac{f(x, y)}{f_X(x) f_Y(y)} \right) dy dx, \quad (10)$$

donde X es la v.a que modela la entrada del sistema y Y la v.a. que modela la salida.

- La capacidad ergódica es la máxima cantidad de información que puede pasar a través de un sistema.
- Nos permite saber que tan cerca están nuestros esquemas de codificación del máximo posible.

- ¿Cual es la capacidad de un canal de ruido aditivo Gaussiano $Y = X + \gamma N$?

- ¿Cual es la capacidad de un canal de ruido aditivo Gaussiano $Y = X + \gamma N$?
 - $C = \max_{f_X} (h(X + \gamma N) - h(X + \gamma N|X))$

- ¿Cual es la capacidad de un canal de ruido aditivo Gaussiano $Y = X + \gamma N$?
 - $C = \max_{f_X} (h(X + \gamma N) - h(X + \gamma N|X))$
 - $C = \max_{f_X} (h(X + \gamma N) - h(\gamma N))$

- ¿Cual es la capacidad de un canal de ruido aditivo Gaussiano $Y = X + \gamma N$?
 - $C = \max_{f_X} (h(X + \gamma N) - h(X + \gamma N|X))$
 - $C = \max_{f_X} (h(X + \gamma N) - h(\gamma N))$
 - $C = \ln((\gamma^2 + \mathbb{E}[|x|^2])2\pi e)/2 - \ln(\gamma^2 2\pi e)/2$

- ¿Cual es la capacidad de un canal de ruido aditivo Gaussiano $Y = X + \gamma N$?
 - $C = \max_{f_X} (h(X + \gamma N) - h(X + \gamma N|X))$
 - $C = \max_{f_X} (h(X + \gamma N) - h(\gamma N))$
 - $C = \ln((\gamma^2 + \mathbb{E}[|x|^2])2\pi e)/2 - \ln(\gamma^2 2\pi e)/2$
 - $C = \frac{1}{2} \ln(1 + P)$ donde $P = \mathbb{E}[|X|^2]/\gamma^2$.

- ¿Cual es la capacidad de un canal de ruido aditivo Gaussiano $Y = X + \gamma N$?
 - $C = \max_{f_X} (h(X + \gamma N) - h(X + \gamma N|X))$
 - $C = \max_{f_X} (h(X + \gamma N) - h(\gamma N))$
 - $C = \ln((\gamma^2 + \mathbb{E}[|x|^2])2\pi e)/2 - \ln(\gamma^2 2\pi e)/2$
 - $C = \frac{1}{2} \ln(1 + P)$ donde $P = \mathbb{E}[|X|^2]/\gamma^2$.
- ¿Y si dividimos la potencia en n subcanales idénticos?

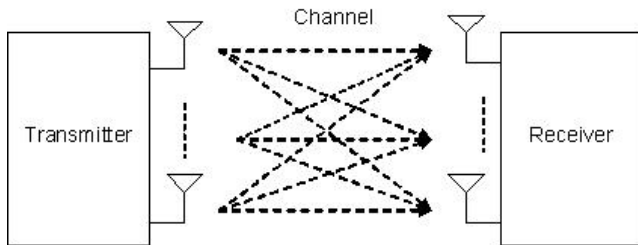
- ¿Cual es la capacidad de un canal de ruido aditivo Gaussiano $Y = X + \gamma N$?
 - $C = \max_{f_X} (h(X + \gamma N) - h(X + \gamma N|X))$
 - $C = \max_{f_X} (h(X + \gamma N) - h(\gamma N))$
 - $C = \ln((\gamma^2 + \mathbb{E}[|x|^2])2\pi e)/2 - \ln(\gamma^2 2\pi e)/2$
 - $C = \frac{1}{2} \ln(1 + P)$ donde $P = \mathbb{E}[|X|^2]/\gamma^2$.
- ¿Y si dividimos la potencia en n subcanales idénticos?
 - $C_n = (n/2) \ln(1 + P/n)$.

- ¿Cual es la capacidad de un canal de ruido aditivo Gaussiano $Y = X + \gamma N$?
 - $C = \max_{f_X} (h(X + \gamma N) - h(X + \gamma N|X))$
 - $C = \max_{f_X} (h(X + \gamma N) - h(\gamma N))$
 - $C = \ln((\gamma^2 + \mathbb{E}[|x|^2])2\pi e)/2 - \ln(\gamma^2 2\pi e)/2$
 - $C = \frac{1}{2} \ln(1 + P)$ donde $P = \mathbb{E}[|X|^2]/\gamma^2$.
- ¿Y si dividimos la potencia en n subcanales idénticos?
 - $C_n = (n/2) \ln(1 + P/n)$.
- ¿Y en el caso asintótico?

- ¿Cual es la capacidad de un canal de ruido aditivo Gaussiano $Y = X + \gamma N$?
 - $C = \max_{f_X} (h(X + \gamma N) - h(X + \gamma N|X))$
 - $C = \max_{f_X} (h(X + \gamma N) - h(\gamma N))$
 - $C = \ln((\gamma^2 + \mathbb{E}[|x|^2])2\pi e)/2 - \ln(\gamma^2 2\pi e)/2$
 - $C = \frac{1}{2} \ln(1 + P)$ donde $P = \mathbb{E}[|X|^2]/\gamma^2$.
- ¿Y si dividimos la potencia en n subcanales idénticos?
 - $C_n = (n/2) \ln(1 + P/n)$.
- ¿Y en el caso asintótico?
 - $C_\infty = \lim_{n \rightarrow \infty} 2^{-1} \ln(1 + P/n)^n = P/2$.

Canal MIMO (1999 →)

Un sistema MIMO (Multiple Input Multiple Output) es un sistema de comunicaciones inalámbricas en el cual el transmisor y el receptor tienen varias antenas para transmitir y recibir según sea el caso.



En este tipo de sistemas

$$y_i = \sum_{j=1}^{n_T} h_{ij} x_j + n_i, \quad (i = 1, \dots, n_R) \quad (11)$$

- x_j son las señales transmitidas.
- y_i las señales recibidas.
- h_{ij} los coeficientes que modelan la atenuación entre la antena transmisora j y la antena receptora i , a los cuales llamaremos coeficientes de propagación.
- n_i son ruido aditivo Gaussiano.

En conclusión, un sistema MIMO tiene una respuesta dada por la ecuación $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$, donde:

- $\mathbf{x} = (x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_{n_T})^T$ es el vector de entrada (transmitidas).
- $\mathbf{y} = (y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_{n_R})^T$ es el vector de salida (recibidas).
- $\mathbf{H} = \{h_{i,j}\}$ son los coeficientes de propagación del canal (aleatorios).
- $\mathbf{n} = (n_1 \ \cdots \ n_{n_R})^T$ es ruido blanco Gaussiano aditivo, por simplicidad supondremos que $\mathbb{E}[||\mathbf{n}||^2] = n_R$.

¿Cuál es la capacidad ergódica de un sistema MIMO?

¿Cuál es la capacidad ergódica de un sistema MIMO?

¿Qué rol juegan los eigenvalores de \mathbf{H} en un sistema MIMO?

¿Cuál es la capacidad ergódica de un sistema MIMO?

¿Qué rol juegan los eigenvalores de \mathbf{H} en un sistema MIMO?

Características del Canal Constante

¿Cuál es la capacidad ergódica de un sistema MIMO?

¿Qué rol juegan los eigenvalores de \mathbf{H} en un sistema MIMO?

Características del Canal Constante

- Supondremos que \mathbf{H} es constante.

¿Cuál es la capacidad ergódica de un sistema MIMO?

¿Qué rol juegan los eigenvalores de \mathbf{H} en un sistema MIMO?

Características del Canal Constante

- Supondremos que \mathbf{H} es constante.
- Supondremos que tanto el receptor como el transmisor conocen el estado del canal en todo instante, esto es, conocen \mathbf{H} .

Escribamos la SVD de \mathbf{H} como

$$\mathbf{H} = U\Sigma V^*, \quad (12)$$

donde U y V son matrices unitarias y Σ es la matriz de valores singulares de \mathbf{H} .

Escribamos la SVD de \mathbf{H} como

$$\mathbf{H} = U\Sigma V^*, \quad (12)$$

donde U y V son matrices unitarias y Σ es la matriz de valores singulares de \mathbf{H} .

Generemos un vector aleatorio $\tilde{\mathbf{x}}$, tal que satisfaga alguna restricción en la potencia total transmitida

$$\sum_i |\tilde{\mathbf{x}}_i|^2 \leq P.$$

Transmitiremos el vector $\mathbf{x} = V\tilde{\mathbf{x}}$.

$$\mathbf{y} = U\Sigma V^* V\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{n}$$

$$\mathbf{y} = U\Sigma\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{n}. \quad (13)$$

Transmitiremos el vector $\mathbf{x} = V\tilde{\mathbf{x}}$.

$$\mathbf{y} = U\Sigma V^* V\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{n}$$

$$\mathbf{y} = U\Sigma\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{n}. \quad (13)$$

Multipliquemos el vector recibido por U^* para dar paso al vector

$$\tilde{\mathbf{y}} := U^*\mathbf{y}. \quad (14)$$

El vector $\tilde{\mathbf{y}}$ esta relacionado con $\tilde{\mathbf{x}}$ mediante la siguiente relación

$$\tilde{\mathbf{y}} = \Sigma \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{n}}, \quad (15)$$

donde $\tilde{\mathbf{n}}$ tiene la misma distribución que \mathbf{n} dado que \mathbf{n} es un vector de ruido Gaussiano y U es una matriz unitaria.

Esto último descompone el sistema original en n_R subsistemas que satisfacen la relación

$$\tilde{\mathbf{y}}_i = \sigma_i \tilde{\mathbf{x}}_i + \tilde{\mathbf{n}}_i, \quad (16)$$

para $i = 1, 2, \dots, n_R$, donde $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_{n_R})$.

Dado que $\tilde{\mathbf{n}}_i$ tiene potencia unitaria y cada subcanal es un canal con ruido blanco aditivo Gaussiano entonces la capacidad alcanzada para cada subcanal es

$$C_i = \log_2 \left(1 + \sigma_i^2 \mathbb{E}[|\tilde{\mathbf{x}}_i|^2] \right). \quad (17)$$

Dado que $\tilde{\mathbf{n}}_i$ tiene potencia unitaria y cada subcanal es un canal con ruido blanco aditivo Gaussiano entonces la capacidad alcanzada para cada subcanal es

$$C_i = \log_2 (1 + \sigma_i^2 \mathbb{E}[|\tilde{\mathbf{x}}_i|^2]) . \quad (17)$$

Dado que la capacidad total del sistema es la suma de las capacidades de todos los subcanales tenemos que la capacidad ergódica total esta dada por

$$C = \max_{\tilde{\mathbf{x}}_i: \sum |\tilde{\mathbf{x}}_i|^2 \leq P} \sum_i C_i . \quad (18)$$

¿Qué sucederá cuando \mathbf{H} varía con el tiempo?

El modelo canónico de los sistemas MIMO supone que el canal tiene una respuesta dada por la ecuación $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$, donde:

- $\mathbf{x} = (x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_{n_T})^T$ es el vector de entrada.
- $\mathbf{y} = (y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_{n_R})^T$ es el vector de salida.
- $\mathbf{H} = \{h_{i,j}\}$ son los coeficientes de propagación del canal (aleatorios).
- $\mathbf{n} = (n_1 \ \cdots \ n_{n_R})^T$ es ruido blanco Gaussiano aditivo que satisface la normalización $\mathbb{E}[||\mathbf{n}||^2] = n_R$.

Características del modelo canónico

- Supondremos que las $h_{k,j}$ son independientes y que $h_{k,j} = N(0, \frac{1}{2}) + iM(0, \frac{1}{2})$, donde N y M son variables aleatorias Gaussianas independientes de media cero y varianza un medio, a este tipo de atenuación se le conoce como atenuación de Rayleigh.

Características del modelo canónico

- Supondremos que las $h_{k,j}$ son independientes y que $h_{k,j} = N(0, \frac{1}{2}) + iM(0, \frac{1}{2})$, donde N y M son variables aleatorias Gaussianas independientes de media cero y varianza un medio, a este tipo de atenuación se le conoce como atenuación de Rayleigh.
- Supondremos que se tiene información del estado del canal en el receptor (conoce \mathbf{H}) e información de la distribución del canal en el transmisor (conoce como se distribuye \mathbf{H}).

Características del modelo canónico

- Supondremos que las $h_{k,j}$ son independientes y que $h_{k,j} = N(0, \frac{1}{2}) + iM(0, \frac{1}{2})$, donde N y M son variables aleatorias Gaussianas independientes de media cero y varianza un medio, a este tipo de atenuación se le conoce como atenuación de Rayleigh.
- Supondremos que se tiene información del estado del canal en el receptor (conoce \mathbf{H}) e información de la distribución del canal en el transmisor (conoce como se distribuye \mathbf{H}).

¿Será que los eigenvalores de un sistema MIMO tienen un mejor comportamiento que los subcanales del *canal Gaussiano dividido*?

Características del modelo canónico

- Supondremos que las $h_{k,j}$ son independientes y que $h_{k,j} = N(0, \frac{1}{2}) + iM(0, \frac{1}{2})$, donde N y M son variables aleatorias Gaussianas independientes de media cero y varianza un medio, a este tipo de atenuación se le conoce como atenuación de Rayleigh.
- Supondremos que se tiene información del estado del canal en el receptor (conoce \mathbf{H}) e información de la distribución del canal en el transmisor (conoce como se distribuye \mathbf{H}).

¿Será que los eigenvalores de un sistema MIMO tienen un mejor comportamiento que los subcanales del *canal Gaussiano dividido*?
Dado que encontrar la capacidad implica optimizar sobre la entrada es necesario definir primeramente algunas propiedades de la entrada.

Definición.

Definamos la matriz de covarianza de la entrada del sistema como

$$\Phi = \frac{\mathbb{E}[\mathbf{x}\mathbf{x}^*]}{\frac{1}{n_T}\mathbb{E}[\|\mathbf{x}\|^2]}. \quad (19)$$

Definición.

Definimos el SNR de un sistema como la relación entre la potencia de las señales transmitidas y la potencia del ruido observado por antena

$$SNR = \frac{\mathbb{E}[||\mathbf{x}||^2]}{\frac{1}{n_R} \mathbb{E}[||\mathbf{n}||^2]}. \quad (20)$$

Definición.

Definimos el SNR de un sistema como la relación entre la potencia de las señales transmitidas y la potencia del ruido observado por antena

$$SNR = \frac{\mathbb{E}[||\mathbf{x}||^2]}{\frac{1}{n_R} \mathbb{E}[||\mathbf{n}||^2]}. \quad (20)$$

Debido a la normalización $\mathbb{E}[||n||^2] = n_R$ tenemos que

$$SNR = \mathbb{E}[||\mathbf{x}||^2]. \quad (21)$$

Definición.

Decimos que un vector aleatorio complejo Gaussiano \mathbf{x} es circular simétrico si

$$\mathbb{E}[(\mathbf{x} - \mathbb{E}[\mathbf{x}])(\mathbf{x} - \mathbb{E}[\mathbf{x}])^*] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \text{Re}[Q] & -\text{Im}[Q] \\ \text{Im}[Q] & \text{Re}[Q] \end{bmatrix}, \quad (22)$$

para alguna matriz Hermitiana no-negativa definida Q .

Definición.

Decimos que un vector aleatorio complejo Gaussiano \mathbf{x} es circular simétrico si

$$\mathbb{E}[(\mathbf{x} - \mathbb{E}[\mathbf{x}])(\mathbf{x} - \mathbb{E}[\mathbf{x}])^*] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \text{Re}[Q] & -\text{Im}[Q] \\ \text{Im}[Q] & \text{Re}[Q] \end{bmatrix}, \quad (22)$$

para alguna matriz Hermitiana no-negativa definida Q .

Una definición alternativa más intuitiva es la siguiente.

Definición Alternativa.

Decimos que un vector \mathbf{x} es circular simétrico si $e^{i\phi}\mathbf{x}$ tiene la misma distribución que \mathbf{x} para todo número real ϕ .

Teorema.

La entropía de un vector Gaussiano circular simétrico \mathbf{x} con matriz de covarianza Φ esta dada por

$$h(\mathbf{x}) = \log_2 \det(\Phi). \quad (23)$$

Teorema.

La entropía de un vector Gaussiano circular simétrico \mathbf{x} con matriz de covarianza Φ esta dada por

$$h(\mathbf{x}) = \log_2 \det(\Phi). \quad (23)$$

Teorema.

Si \mathbf{H} es una matriz aleatoria de $n_R \times n_T$, \mathbf{x} es un vector Gaussiano circular simétrico de tamaño n_T y \mathbf{n} es un vector de ruido blanco Gaussiano, entonces

$$h(\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}) = \mathbb{E}[\log_2 \det(\mathbf{I} + \mathbf{H}\Phi\mathbf{H}^*)]. \quad (24)$$

Ejemplo.

Si en el modelo canónico se tiene una entrada Gaussiana circular simétrica con matriz de covarianza I_{n_R} entonces la eficiencia espectral de este sistema es igual a

$$I(\mathbf{y}; \mathbf{x}) = h(\mathbf{y}) - h(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = h(\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}) - h(\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}|\mathbf{x}), \quad (25)$$

dado que se tiene conocimiento de \mathbf{H} en el receptor, se puede mostrar que

$$I(\mathbf{y}; \mathbf{x}) = h(\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}) - h(\mathbf{n}) \quad (26)$$

$$I(\mathbf{y}; \mathbf{x}) = \mathbb{E}[\log_2 \det(I + \mathbf{H}\mathbf{H}^*)] - \log_2 \det(I) \quad (27)$$

$$I(\mathbf{y}; \mathbf{x}) = \mathbb{E}[\log_2 \det(I + \mathbf{H}\mathbf{H}^*)]. \quad (28)$$

¿Es este ejemplo interesante?

Teorema 1. (Telatar 1999)

La capacidad del canal MIMO canónico con matriz de coeficientes de propagación \mathbf{H} de $n_R \times n_T$ es alcanzada cuando \mathbf{x} es un vector aleatorio Gaussiano complejo circular simétrico con media cero y covarianza I_{n_T} . Además, en esta situación la capacidad esta dada por

$$C(n_R, n_T) = \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left[\log_2 \det \left(I_{n_R} + \frac{\text{SNR}}{n_T} \mathbf{H}\mathbf{H}^* \right) \right]. \quad (29)$$

Teorema 1. (Telatar 1999)

La capacidad del canal MIMO canónico con matriz de coeficientes de propagación \mathbf{H} de $n_R \times n_T$ es alcanzada cuando \mathbf{x} es un vector aleatorio Gaussiano complejo circular simétrico con media cero y covarianza I_{n_T} . Además, en esta situación la capacidad esta dada por

$$C(n_R, n_T) = \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left[\log_2 \det \left(I_{n_R} + \frac{\text{SNR}}{n_T} \mathbf{H} \mathbf{H}^* \right) \right]. \quad (29)$$

¿Como es C respecto a n_R y n_T ?

Definición.

Si A es una matriz aleatoria Hermitiana de $n_R \times n_R$ definimos la distribución empírica espectral de A a la función

$$F^A(x) = \frac{1}{n_R} \sum_{i=1}^{n_R} \mathbb{1}_{\{\lambda_i(A) \leq x\}},$$

donde $\lambda_i(A)$ representa el eigenvalor i de la matriz A .

Teorema 2. (Teorema de Marchenko-Pastur 1967)

Sea \mathbf{H} una matriz aleatoria de $n_R \times n_T$ cuyas entradas son independientes con media cero, varianza unitaria y momentos cuartos de orden $O(\frac{1}{N^2})$. Supongamos que $n_T/n_R \rightarrow \beta$ cuando $n_R \rightarrow \infty$. Denotemos la distribución empírica espectral de $\frac{1}{n_R} \mathbf{H} \mathbf{H}^*$ por $F^{\frac{1}{n_R} \mathbf{H} \mathbf{H}^*}(x)$. Entonces se cumple que cuando $n_R \rightarrow \infty$ la distribución empírica espectral $F^{\frac{1}{n_R} \mathbf{H} \mathbf{H}^*}(x)$ converge con probabilidad uno a una función de distribución determinista $F_\beta(x)$ tal que

$$F_\beta(dx) = (1 - \beta)^+ \delta_0(dx) + \frac{1}{2\pi x} \sqrt{(r - x)^+(x - l)^+} dx, \quad (30)$$

donde $(z)^+ = \max(0, z)$, $l = (1 - \sqrt{\beta})^2$ y $r = (1 + \sqrt{\beta})^2$. Llamamos a $F_\beta(x)$ la distribución de Marchenko-Pastur de parámetro β .

Teorema 3. (Telatar 1999)

La capacidad asintótica de un canal MIMO con atenuación de Rayleigh cuando $n_R \rightarrow \infty$ y $n_T/n_R \rightarrow \beta$ esta dada por la expresión

$$\frac{C(n_R, n_T)}{n_R} \xrightarrow{c.s.} \int_l^r \log_2 \left(1 + \frac{\text{SNR}}{\beta} x \right) F_\beta(dx), \quad (31)$$

donde $F_\beta(x)$ es la distribución de Marchenko-Pastur, $l = (1 - \sqrt{\beta})^2$ y $r = (1 + \sqrt{\beta})^2$.

Demostración.

Recordemos que el determinante de una matriz Hermitiana A de $n_R \times n_R$ se puede expresar como

$$\det A = \prod_{i=1}^{n_R} \lambda_i(A), \quad (32)$$

donde $\lambda_1(A) \leq \lambda_2(A) \leq \dots \leq \lambda_n(A)$. Despejando en la ecuación del Teorema 1

$$C(n_R, n_T) = \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left[\log_2 \det \left(I_{n_R} + \frac{\text{SNR}}{n_T} \mathbf{H}\mathbf{H}^* \right) \right], \quad (33)$$

llegamos a la siguiente expresión

$$C(n_R, n_T) = \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left[\log_2 \prod_{i=1}^{n_R} \lambda_i \left(I_{n_R} + \frac{\text{SNR}}{n_T} \mathbf{H}\mathbf{H}^* \right) \right]. \quad (34)$$

Teoremas Principales del Modelo Canónico

Dado que si A es una matriz Hermitiana de $n_R \times n_R$ entonces $I + A$ tiene eigenvalores $1 + \lambda_1(A) \leq \dots \leq 1 + \lambda_{n_R}(A)$ tenemos que

$$C(n_R, n_T) = \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left[\log_2 \prod_{i=1}^n \left(1 + \lambda_i \left(\frac{\text{SNR}}{n_T} \mathbf{H}\mathbf{H}^* \right) \right) \right], \quad (35)$$

$$C(n_R, n_T) = \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left[\sum_{i=1}^n \log_2 \left(1 + \frac{\text{SNR} n_R}{n_T} \lambda_i \left(\frac{\mathbf{H}\mathbf{H}^*}{n_R} \right) \right) \right]. \quad (36)$$

Rescribiendo la suma anterior en términos de una integral respecto a la distribución empírica espectral de $\mathbf{H}\mathbf{H}^*/n_R$ llegamos a la expresión

$$C(n_R, n_T) = \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left[\int_0^\infty \log_2 \left(1 + \frac{\text{SNR} n_R}{n_T} x \right) n_R F^{\frac{\mathbf{H}\mathbf{H}^*}{n_R}}(dx) \right]. \quad (37)$$

Dado que en el caso asintótico la función de distribución empírica espectral de $\frac{1}{n_R} \mathbf{H}\mathbf{H}^*$ converge con probabilidad uno a $F_\beta(x)$ tenemos que

$$\frac{C(n_R, n_T)}{n_R} = \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left[\int_0^\infty \log_2 \left(1 + \text{SNR} \frac{n_R}{n_T} x \right) F_{\frac{1}{n_R} \mathbf{H}\mathbf{H}^*}(dx) \right] \quad (38)$$

$$\frac{C(n_R, n_T)}{n_R} \xrightarrow{\text{c.s.}} \int_1^r \log_2 \left(1 + \frac{\text{SNR}}{\beta} x \right) F_\beta(dx), \quad (39)$$

tal y como se quería.

Conclusión al Modelo Canónico

El Teorema 3 nos dice que en el caso asintótico en el número de antenas tendremos una capacidad por antena igual a

$$\frac{C(n_R, n_T)}{n_R} \xrightarrow{\text{c.s.}} \int_1^r \log_2 \left(1 + \frac{\text{SNR}}{\beta} x \right) F_\beta(dx) \quad (40)$$

donde $F_\beta(x)$ es la distribución de Marchenko-Pastur.

Conclusión al Modelo Canónico

El Teorema 3 nos dice que en el caso asintótico en el número de antenas tendremos una capacidad por antena igual a

$$\frac{C(n_R, n_T)}{n_R} \xrightarrow{\text{c.s.}} \int_1^r \log_2 \left(1 + \frac{\text{SNR}}{\beta} x \right) F_\beta(dx) \quad (40)$$

donde $F_\beta(x)$ es la distribución de Marchenko-Pastur.

¡Lo encontramos!

Routers MIMO

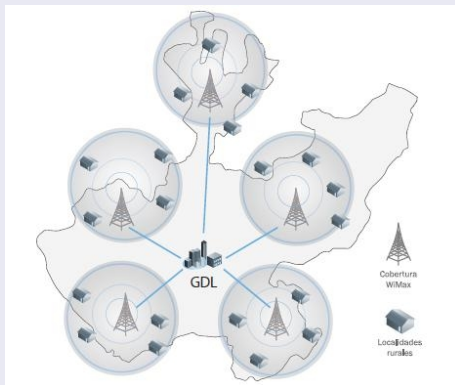
Una de las características más interesantes de los sistemas MIMO es el buen desempeño que tienen incluso cuando no se cuenta con línea de vista (NLOS).



Ejemplos de Sistemas MIMO

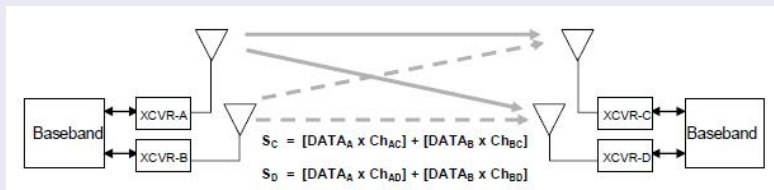
Proyecto WiMax Jalisco

Este es un proyecto del gobierno de Jalisco para proveer internet a comunidades rurales de difícil acceso y ofrecer servicios médicos especializados a distancia entre otras cosas.



Ejemplos de Sistemas MIMO

LTE: Tecnología Celular 4G



“Referring to the 2×2 MIMO system in Figure 2.4-4, there are a total of four channel impulse responses (C1, C2, C3 and C4). Note that while one transmitter antenna is sending the reference signal, the other antenna is idle. Once the channel impulse responses are known, data can be transmitted from both antennas simultaneously.”

Jim Zyren, *Overview of the 3GPP Long Term Evolution Physical Layer*.
Freescale Semiconductors, July 2007.

Pero.....¿Por qué no están en todos lados?

Canal MIMO Independiente Idénticamente Distribuido (Canónico)

Denotemos por \mathbf{H}_w a la matriz con entradas Gaussianas complejas independientes idénticamente distribuidas, de media cero y varianza uno (atenuación de Rayleigh). En el caso canónico, también conocido como MIMO iid, tenemos que las matrices de interés son de la forma

$$\mathbf{B} = \mathbf{I} + \mathbf{H}_w \mathbf{H}_w^*. \quad (41)$$

E. Telatar, **Capacity of multi-antenna Gaussian channels**, Euro. Trans. Telecommunications, vol. 10, pp. 585-595, Nov.-Dec. 1999.

Canal MIMO Independiente No Idénticamente Distribuido

En este modelo se asume que las entradas h_{ij} son independientes, media cero pero con varianzas arbitrarias. Sin embargo, el modelo más utilizado es cuando la matriz de interés es de la forma

$$\mathbf{B} = \mathbf{I} + \mathbf{D}_r^{1/2} \mathbf{H}_w \mathbf{D}_t \mathbf{H}_w^* \mathbf{D}_r^{1/2}, \quad (42)$$

donde \mathbf{D}_r y \mathbf{D}_t son matrices diagonales con entradas no negativas.

A. Tulino, A. Lozano, S. Verdú, **Impact of Antenna Correlation on the Capacity of Multiantenna Channels**, IEEE Trans. on Information Theory, vol 51, pp. 2491-2509, July 2005.

Canal MIMO Correlacionado

Si suponemos que las entradas no son independientes entonces llegamos a un Canal MIMO Correlacionado. El modelo más usado es el canal MIMO con correlación de Kronecker, en el cual la matriz de interés es de la forma

$$\mathbf{B} = \mathbf{I} + \mathbf{R}_r^{1/2} \mathbf{H}_w \mathbf{R}_t \mathbf{H}_w^* \mathbf{R}_r^{1/2}, \quad (43)$$

con \mathbf{R}_r y \mathbf{R}_t son matrices Hermitianas positivas semi-definidas.

A. Tulino, A. Lozano, S. Verdú, **Impact of Antenna Correlation on the Capacity of Multiantenna Channels**, IEEE Trans. on Information Theory, vol 51, pp. 2491-2509, July 2005.

Canal MIMO Multiusuario Correlacionado (Kronecker)

Un canal multiusuario es un canal en el cual se transmiten/reciben varios mensajes a la vez de usuarios diferentes (a diferencia del canal estudiado en esta charla). Cuando se tiene un canal MIMO multiusuario las matrices de interés suelen ser





$$\mathbf{B} = \mathbf{I} + \sum_{i=1}^k \mathbf{R}_{ri}^{1/2} \mathbf{H}_i \mathbf{R}_{ti} \mathbf{H}_i^* \mathbf{R}_{ri}^{1/2}, \quad (44)$$





donde cada $\mathbf{R}_{ri}^{1/2} \mathbf{H}_i \mathbf{R}_{ti} \mathbf{H}_i^* \mathbf{R}_{ri}^{1/2}$ es un canal con correlación de Kronecker. Carlos Vargas les hablará de los aspectos teóricos de este tipo de matrices la siguiente semana.

R. Couillet, M. Debbah, J. Silverstein. **A deterministic equivalent for the capacity analysis of correlated multi-user MIMO channels.** Multicell-Journal. Pre-print.

Entender mejor el comportamiento asintótico del espectro de las matrices aleatorias nos permite entender mejor el comportamiento de nuestros sistemas de comunicaciones inalámbricas.

-  C. E. Shannon, **A mathematical theory of communication**, Bell System Technical Journal, vol. 27, pp. 379-423 and 623-656, July and October, 1948.
-  E. Telatar, **Capacity of multi-antenna Gaussian channels**, Euro. Trans. Telecommunications, vol. 10, pp. 585-595, Nov.-Dec. 1999.
-  A. Tulino, S. Verdú, **Random Matrix Theory and Wireless Communications**, Communications and Information Theory, June 2004.
-  A. Tulino, A. Lozano, S. Verdú, **Impact of Antenna Correlation on the Capacity of Multiantenna Channels**, IEEE Trans. on Information Theory, vol 51, pp. 2491-2509, July 2005.

-  Silviu Giusu, **Information Theory with Applications**. McGraw-Hill, 1977.
-  E. Biglieri, R. Calderbank, A. Constantinides, A. Goldsmith, A. Paulraj and H. Poor, **MIMO Wireless Communications**. Cambridge University Press, 2006.
-  R. Couillet, M. Debbah, J. Silverstein, **A deterministic equivalent for the capacity analysis of correlated multi-user MIMO channels**. Multicell-Journal.
-  V. A. Marchenko, L. A. Pastur, **Distribution of eigenvalues for some sets of random matrices**. 1967.

-  Robert G. Gallager, **Circularly-Symmetric Gaussian random vectors**. January 1, 2008.
-  Proyecto WiMax Jalisco.
http://www.cudi.edu.mx/boletin/2008/Proyecto_Wimax.pdf
-  Jim Zyren, **Overview of the 3GPP Long Term Evolution Physical Layer**. Freescale Semiconductors, July 2007.
-  V. L. Girko, **Theory of Random Determinants**. Norwell, MA: Kluwer (Academic), 1990.