

Probabilidad
Agosto-diciembre 2010
Tarea No. 5

Fecha de entrega: *jueves 14 de octubre del 2010* a las 11 horas

1. Encuentre la fgp de las siguientes distribuciones discretas

(a) Para $\lambda > 0$

$$p_k = [e^{-\lambda}/(1 - e^{-\lambda})] \frac{\lambda^k}{k!}, \quad k = 1, 2, \dots$$

(b) Para N entero positivo, $0 < p < 1$ y $q = 1 - p$

$$p_k = pq^k(1 - q^{N+1})^{-1}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N.$$

2. Sea X una variable aleatoria con valores enteros no negativos y fgp ϕ . Sean a y b enteros no negativos. Encuentre la fgp de $aX + b$.

3. Sea X una variable aleatoria con distribución discreta $(p_k)_{k=0,1,\dots}$ y fgp ϕ . Suponga que $\mathbb{E}(X) = 1$.

(a) Pruebe que $q_j = \mathbb{P}(X > j)$, $j = 0, 1, 2, \dots$ es una distribución discreta.

(b) Considere la fgp

$$\psi(t) = \sum_{j=0}^{\infty} tq_j.$$

Pruebe que

$$\psi(t) = \frac{1 - \phi(t)}{1 - t} \text{ para } |t| < 1.$$

(c) Encuentre ψ en el caso en que ϕ es la fgp de una distribución de Poisson de parámetro $\lambda > 0$.

4. Sea N una variable aleatoria con distribución de Poisson con media $\lambda > 0$, independiente de la sucesión de variables aleatorias independientes X_1, X_2, \dots con la misma distribución logarítmica de parámetro $0 < p < 1$. Sea

$$Y = \sum_{i=1}^N X_i.$$

Encuentre la distribución de la variable aleatoria discreta Y .