La propiedad:

$$\mathcal{U}_p = cX^*(M)$$

para algún M en la proposición 1.2 se sigue de ver que:

$$|M|\, X^*(M) =$$

$=$ suma de productos de X_i^* en todos los posibles ordenamientos con X_j^* apareciendo m_j-veces

Ejemplo de la dem. de Prop. 1.2:

$$X_1^* X_2^* - X_2^* X_1^* = [X_1, X_2]^*$$
$$= a_1 X_1^* + a_2 X_2^*$$

$$\underbrace{X_1^* X_2^* + X_2^* X_1^*}_{X^*(1,1)} = X_1^* X_2^* + (X_1^* X_2^* - a_1 X_1^* - a_2 X_2^*)$$

$$2X_1^* X_2^* = X_1^* X_2^* + X_2^* X_1^* \longleftarrow 2X^*(1,1)$$
$$+ a_1 X_1^* + a_2 X_2^*$$

El mapeo exponencial de un grupo de Lie G se construye probando:

Proposición: G grupo de Lie $\forall X \in \mathfrak{g} = T_e G$ $\exists!$ $\theta : \mathbb{R} \longrightarrow G$ homomorfismo analítico $\ni$ $\theta'(0) = X$.

Si (M, ∇) es dada, una transformación afín es un difeomorfismo

$$\varphi : M \longrightarrow M$$

$\ni$

$$d\varphi(\nabla_X Y) = \nabla_{d\varphi(X)} d\varphi(Y)$$

En este caso φ mapea geodésicas en geodésicas

En la página 102: ∇ left-inv

$$dL_g(\nabla_{\tilde{X}_i} \tilde{X}_j) = \nabla_{dL_g(\tilde{X}_i)} dL_g(\tilde{X}_j)$$

$$= \nabla_{\tilde{X}_i} \tilde{X}_j$$

$$Z = \sum_i f_i \tilde{X}_i \quad , \quad Z' = \sum_j g_j \tilde{X}_j$$

definimos:

$$\nabla_Z Z' = \sum_{i,j} \nabla_{f_i \tilde{X}_i} (g_j \tilde{X}_j)$$

$$= \sum_{i,j} f_i \left(g_j \nabla_{\tilde{X}_i} \tilde{X}_j + \tilde{X}_i (g_j) \tilde{X}_j \right)$$

$$\updownarrow$$

$$\stackrel{def}{=} \sum_{i,j} f_i \left(g_j \tilde{X}_{ij} + \tilde{X}_i (g_j) \tilde{X}_j \right)$$

Para la aceleración de Γ, curva integral en e de $\tilde{X}$, tenemos:

$$\Gamma'' = \nabla_{\Gamma'} \Gamma' = \nabla_{\tilde{X}} \tilde{X} \Big|_{\Gamma} = 0$$

$\therefore$ Γ es geodésica.

En la página 103, ecuación (4) se prueba que:

$\Theta : \mathbb{R} \longrightarrow G$ homomorfismo analítico

$\Rightarrow \Theta$ curva integral de $\widetilde{\Theta'(0)}$

Luego γ_X homomorfismo

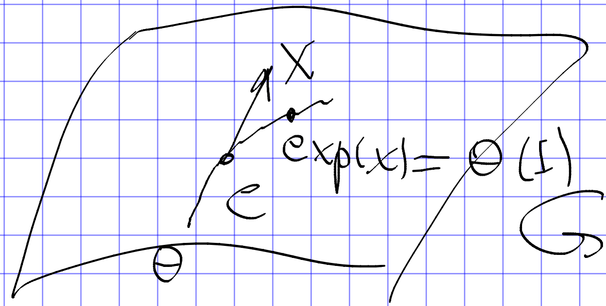
$\Rightarrow \gamma_X$ curva integral de $\tilde{X}$

$$\Rightarrow \quad \alpha(X, X) = (\nabla_{\tilde{X}} \tilde{X})_e = (\nabla_{\gamma_X'} \gamma_X')_0$$

$$= \gamma_X''(0) = 0$$

Sobre la definición de exp:

$$\begin{tikzcd}
\mathfrak{g} \ni X \arrow[r, squiggly] \arrow[d, "\exp"'] & \Theta : \mathbb{R} \longrightarrow G \\
G \ni \exp(X) = \Theta(1) & \Theta'(0) = X
\end{tikzcd}$$



$\theta = \gamma_X$ geodésica para cierta ∇, y entonces exp de grupo es exp de geometría afín

Respecto de $0, +, -$ conexiones

Torsión:

$$T(X,Y) = \nabla_X Y - \nabla_Y X - [X,Y]$$

0 − conexión tiene $T \equiv 0$

$(-)$ − conexión tiene $T = -[\,,\,]$

$(+)$ − conexión tiene $T = [\,,\,]$.