Sea (M, g) variedad Hermitiana y ω su forma asociada:

$$\omega_x(u, v) = g_x(J_x u, v)$$

$\forall u, v \in T_x M$, $x \in M$.

Lema:
ω es 2-forma no-degenerada.

Dem.:
ω 2-forma ✓

$\omega_x : T_x M \times T_x M \longrightarrow \mathbb{R}$ es no-degenerada:

Por probar que:

$$\omega_x(u_0, v) = 0 \quad \forall v \in T_x M$$
$$\Rightarrow \quad u_0 = 0$$

Pero:

$$\omega_x(u_0, v) = 0 \quad \forall v \in T_x M$$
$$\Rightarrow \quad g_x(J_x u_0, v) = 0 \quad \forall v \in T_x M$$
$$\Rightarrow \quad J_x u_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad u_0 = 0 \; //$$

Por tanto:

$$(M,g) \text{ Kähler } \overset{\text{def.}}{\Longleftrightarrow} d\omega = 0$$

$$\overset{\text{lema}}{\Longrightarrow} (M,\omega) \text{ es simpléctica.}$$

Transporte paralelo:

(M,g) Riemanniana.

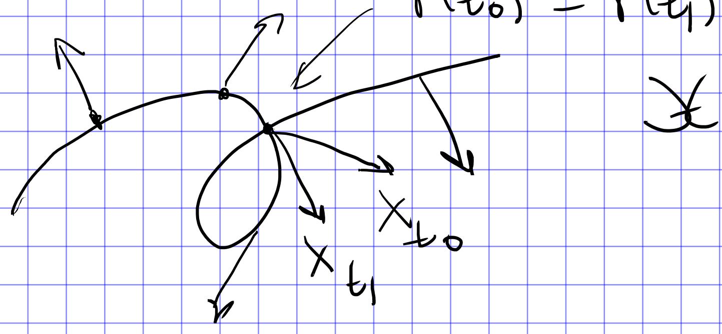
$(\dim M = m)$

Sea $\gamma : I \longrightarrow M$ curva suave.

X se dice campo suave a lo largo de γ si es una función:

$$X : I \longrightarrow TM$$

$\ni X_t \in T_{\gamma(t)} M \quad \forall t \in I.$



$\mathfrak{X}(\gamma)$: campos suaves a lo largo de γ.

Proposición: (derivada covariante en $\mathfrak{X}(\gamma)$)

$\forall$ curva suave $\gamma : I \longrightarrow M$

$\exists!$ mapeo:

$$\frac{\nabla}{dt} : \mathfrak{X}(\gamma) \longrightarrow \mathfrak{X}(\gamma)$$

$$X \longmapsto \frac{\nabla}{dt} X = \frac{\nabla X}{dt}$$

que satisface:

1) $\frac{\nabla}{dt}$ es $\mathbb{R}$-lineal.

2) (regla de Leibniz)

$\forall X \in \mathfrak{X}(\gamma)$, $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$

$$\frac{\nabla}{dt}(fX) = f' X + f \frac{\nabla}{dt} X$$

3) Si $Y \in \mathfrak{X}(M)$, denotamos:

$$Y_\gamma : I \longrightarrow TM$$

$$Y_\gamma(t) = Y_{\gamma(t)}$$

entonces:

$$\left.\frac{\nabla}{dt} Y_\gamma\right|_t = \nabla_{\gamma'(t)} Y \qquad \forall t \in I$$