Sea V un espacio de Banach.
Si $(x_\alpha)_{\alpha\in A}$ es una red de Cauchy, entonces $(x_\alpha)_{\alpha\in A}$ converge.
En otras palabras, la completitud secuencial de V implica completitud en redes.

Demostración:

$\forall n\in\mathbb{Z}_+$ sea $a_n\in A$ tal que:

$$\|x_a - x_b\| < \frac{1}{n} \quad \forall a,b \geq a_n.$$

Además escogemos $(a_n)_n$ de modo que $a_n \leq a_{n+1}$.

En particular:

$$\|x_{a_k} - x_{a_\ell}\| < \frac{1}{n} \quad \forall k,\ell \geq n$$

Por tanto, $\exists\ x = \lim_{n\to+\infty} x_{a_n} \in V$.

Dado $\varepsilon > 0$, sea $n_0 \ni$:

$$\frac{1}{n_0} < \frac{\varepsilon}{2}, \quad \|x_{a_n} - x\| < \frac{\varepsilon}{2} \quad \forall n \geq n_0$$

Entonces, $\alpha \geq \alpha_{n_0}$ implica:

$$\|x_\alpha - x\| \leq \|x_\alpha - x_{\alpha_{n_0}}\| + \|x_{\alpha_{n_0}} - x\|$$
$$< \frac{1}{n_0} + \frac{\varepsilon}{2} < \varepsilon$$

Por tanto, $x = \lim_\alpha x_\alpha$ //