

Notas de Modelación y Métodos Numéricos I

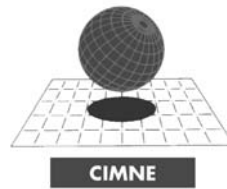
Notas de Modelación y Métodos Numéricos I

Memorias del Taller de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas

Editores

Miguel Angel Moreles Vázquez
Salvador Botello Rionda

Publicado por:



Notas de Modelación y Métodos Numéricos I
Memorias del Taller de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias
Aplicadas

Editores:

Miguel Angel Moreles Vázquez, Salvador Botello Rionda

QA371
M639

Miguel Angel Moreles Vázquez

Memorias del taller de métodos numéricos en ingeniería y ciencias aplicadas : Memorias del taller de métodos numéricos en ingeniería y ciencias aplicadas, Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), del 25 de junio al 1 de julio de 2006 / Miguel Angel Moreles y Salvador Botello, Eds. – México-España : CIMNE, 2007.

viii + 198p.: il., gráficas; 23 cm. X 15.5 cm. – (Notas de Modelación y Métodos Numéricos; I)

ISBN 978-84-96736-15-3

MSC: 74Sxx.

Contenido: 1a, Parte: Cursos. 2a. Parte: Conferencias.

1. Métodos Numéricos - Congresos I. Botello Rionda, Salvador Editor

©D.R. Centro de Investigación en Matemáticas, A.C. y CIMNE

Jalisco s/n, Mineral de Valenciana,

36240 Guanajuato, Gto., México

<http://www.cimat.mx>

<http://www.cimne.upc.es>

Este libro no puede ser reproducido total ni parcialmente, por ningún medio electrónico o de otro tipo, sin autorización escrita del editor.

This book may not be reproduced, whole or in part, by any means, without written permission from the publisher.

Cuidado de edición: *Hernán González Aguilar*

Diseño de portada: *Odalmira Soto Alvarado*

Impreso por: *S y G Editores, S.A. de C.V.*

Cuapinol 52, Santo Domingo de los Reyes, Coyoacán
04369 - México, D.F.



978-84-96736-15-3

Prólogo de la Serie

Estas notas están dedicadas a la publicación de trabajos que tratan sobre la modelación matemática y simulación numérica de procesos y fenómenos en las diferentes áreas del conocimiento. Se publicarán trabajos sobre el análisis, desarrollo e implantación numérica de nuevos algoritmos. También se considerarán manuscritos sobre métodos clásicos. De fundamental interés son trabajos sobre modelación de problemas reales y de actualidad.

Nuestro propósito es que estas Notas de Modelación y Métodos Numéricos (MMN), contribuyan a llenar un vacío en la literatura científica de habla hispana.

Prólogo

La modelación y el análisis matemático han contribuido a la comprensión de procesos, cada día más complejos, en las diferentes áreas del conocimiento a lo largo de la historia. Con el advenimiento de la computadora, durante la segunda mitad del Siglo XX, ha sido posible extender el análisis de los modelos a la solución y simulación numérica de los mismos.

El desarrollo de métodos numéricos eficientes y robustos, ha permitido desarrollos científicos y tecnológicos con mayor calidad y menor costo. Por citar un ejemplo, un edificio puede construirse de manera virtual y ser evaluado estructuralmente antes de colocar la primera piedra. El fundamento de un laboratorio virtual, es la aplicación de los métodos numéricos a los modelos obtenidos de las ciencias físicas. Una herramienta básica en la modelación es la Mecánica del Medio Continuo. Su aplicación da lugar a modelos en ecuaciones diferenciales parciales (EDP) que describen el comportamiento y/o evolución de los diferentes medios, un sólido en el caso de ingeniería estructural.

Con esta motivación, este primer número de la serie MMN está dedicado en gran parte a la solución numérica de EDP. El contenido es panorámico. El primer capítulo es una introducción al método de diferencias finitas para la solución numérica de EDP de tipo parabólico. Es de resaltar su carácter didáctico y el éxito del autor en mostrar las sutilezas del método en ejemplos concretos. El Capítulo 2 describe el método de elementos de frontera (BEM por sus siglas en inglés). Una propiedad que distingue este método, es que solo se requiere la discretización de la frontera para la aproximación de la EDP. Esta propiedad lo hace una alternativa, en general menos costosa, a otras técnicas que requieren una discretización de todo el dominio como las diferencias finitas y el método de elemento finito. La presentación es suficientemente autocontenida, el lector podrá utilizar las notas para formular una aplicación de su interés. Un tema de actualidad es el análisis y solución numérica de EDP asociadas a leyes de conservación. En el Capítulo 3 se presenta el tema de manera muy completa, se hace una revisión de la teoría de las ecuaciones de leyes de conservación, y se describen los métodos de tipo Godunov para la solución numérica.

En la segunda parte del libro se presentan tres capítulos, todos ellos sobre temas de investigación actual. El Capítulo 4 es sobre la solución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias. Este es un tema clásico pero en el capítulo se presenta un enfoque novedoso y de gran aplicabilidad. Se muestra que en algunos casos se pueden formular esquemas discretos que aproximan de manera exacta a la ecuación diferencial. El Capítulo 5 es una muestra del potencial de los métodos numéricos en ingeniería. Con una variedad de ejemplos no triviales, se ilustran aplicaciones en ingeniería estructural, proceso de imágenes médicas, mecánica de fluidos, etc. El Capítulo 6 presenta el desarrollo y aplicación del método de cálculo de incrementos finitos (FIC por sus siglas en inglés) a problemas de advección-difusión. Es bien conocido que cuando la advección es dominante, los métodos clásicos dan lugar a soluciones espurias de la EDP. Una técnica usual de corrección, es el agregar términos de estabilización. De cierta manera, el método FIC es una formulación general de estos métodos. El contenido de este capítulo situará a lectores avanzados en el estado del arte del tema.

El contenido del libro son las memorias del Taller de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas. El taller fue celebrado en el Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT) del 25 de Junio al 1 de Julio de 2006.

El evento se realizó dentro del marco del convenio de colaboración del CIMAT y el Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE), con base en Barcelona. En paralelo se inauguró el Aula CIMAT-CIMNE, siendo el taller su primer actividad.

El taller se gestó en parte debido a una iniciativa de la mesa directiva de la Asociación Mexicana de Métodos Numéricos en Ingeniería (AMMNI).

Un reconocimiento especial a los autores por dedicar parte de su valioso tiempo a la redacción de las notas de sus cursos y conferencias en el taller.

El taller fue posible gracias al apoyo del CIMAT y el Consejo Estatal de Ciencia y Tecnología del Estado de Guanajuato (CONCYTEG).

Miguel Angel Moreles
Salvador Botello
Mayo 2007

Índice general

Prólogo de la Serie	I
Prólogo	III
I Cursos	1
Diferencias Finitas y Ecuaciones Diferenciales Parciales	3
1. Introducción	3
2. Ejemplo Clásico Sencillo	3
3. Método de separación de variables	4
4. Esquema explícito de diferencias finitas	6
5. Error de truncamiento	10
6. Convergencia del método explícito	11
7. Análisis de Fourier del error	13
8. Estabilidad	14
9. Método implícito	16
10. Método θ (Promedios pesados)	20
11. Principio del máximo	26
12. Problemas más generales	27
12.1. Coeficientes variables	27
12.2. Ecuación parabólica en forma autoadjunta	30
12.3. Problemas no lineales	32
13. Problemas bidimensionales	35
14. El método θ	37
15. Métodos implícitos de direcciones alternantes (ADI)	38
16. Programas	43

Introducción a los Elementos de Frontera	47
1. Introducción	47
2. Antecedentes	50
3. Notación índice	51
3.1. Delta de Kroeneker	53
3.2. Símbolo de permutación	53
3.3. Ejercicios	54
4. Elasticidad	54
4.1. Problema de Kelvin	55
5. Ecuación de Somigliana	56
5.1. Reciprocidad	57
5.2. Residuos pesados	58
5.3. Esfuerzos	59
6. Formación del sistema de ecuaciones	60
6.1. Implantación	65
Solución Numérica de Leyes de Conservación Hiperbólicas	73
1. Introducción	73
2. Resumen de resultados abstractos	74
2.1. Leyes de conservación hiperbólicas	74
2.2. Interpretación geométrica de las leyes de conservación	75
2.3. Método de características y problema de Cauchy	77
2.4. Problema de Cauchy y soluciones discontinuas	78
2.5. Problema de Riemann: Formulación e Implicaciones	80
2.6. Solución fuerte y Solución débil	82
2.7. La condición de salto de Rankine-Hugoniot	84
2.8. Condición de Entropía	86
2.9. Solución del problema de Riemann	88
2.10. Regularización Parabólica y Análisis Asintótico	90
2.11. Condición de Entropía de Oleinik	92
2.12. Revisión del concepto de Entropía	93
3. Esquemas de Godunov y de tipo Godunov	95
3.1. Evolución exacta de las celdas	96
3.2. Evolución aproximada de las celdas	97
4. Esquemas en la dirección de flujo, (EDF)	99
5. Esquemas Centrales	99
6. Marco general y Análisis de los EDF	100

7.	Algunos algoritmos numéricos tipo EDF	103
7.1.	Esquema de Godunov	105
7.2.	Esquema de Roe	108
7.3.	Esquema de Engquist-Osher	109
8.	Algunos algoritmos numéricos de tipo Central	111
8.1.	Esquema de Lax-Friedrichs	111
8.2.	Esquema de Nessyahu-Tadmor	112
9.	Esquemas centrales en 2D	115
9.1.	Esquema Lax-Friedrichs	117
9.2.	Esquema Arminjon-Jiang-Tadmor en 2D	118
10.	Flujo Bifásico Inmisible	120
11.	Apéndices	125
11.1.	Teorema de Picard	125
11.2.	Teorema de la Función Inversa	125
11.3.	Teorema de la Función Implícita	126
12.	Anexo: Programa en Matlab: Algoritmo de Godunov	127

II Conferencias 133

Métodos Numéricos no Estándar 135

1.	Introducción	135
2.	Método General	136
3.	Resultados Numéricos	141
4.	Conclusiones	143

Ejemplos de Aplicación de los Métodos Numéricos a Problemas de Ingeniería 147

1.	Introducción	147
2.	Mecánica de Sólidos	149
3.	Mecánica de Fluidos	152
4.	Medios de Transporte	155
5.	Procesamiento de Imágenes Médicas.	157
6.	Optimización Multiobjetivo	158
7.	Conclusiones	160

Solución Estabilizada Multidimensional de la Ecuación de Advección-Difusión-Absorción Utilizando Elementos Finitos de Orden Lineal	167
1. Introducción	168
2. Formulación FIC del caso estacionario unidimensional de la ecuación de Advección-Difusión-Absorción	170
3. Formulación con elementos finitos	171
4. Cálculo de los parámetros de estabilización para elementos lineales	173
4.1. Parámetro crítico de estabilización y condiciones de inestabilidad.	174
4.2. Esquema de solución iterativa	174
5. Extensión a problemas multidimensionales	175
5.1. Esquema de solución iterativa	179
6. Ejemplos numéricos unidimensionales	181
7. Ejemplos numéricos en dos dimensiones	182
8. Conclusiones	184