Tarea 7

Geometría y Trigonometría

3 de octubre de 2015

Fecha de entrega: Jueves 9 de Octubre.

1. Considere un triángulo ABC. La bisectriz del ángulo en A corta al lado opuesto en D.

   a) Escriba las relaciones que se obtienen de utilizar la ley de senos en los triángulos ABD y ADC.

   b) Utilice las ecuaciones anteriores para concluir que

   $$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}.$$

   A este resultado se le conoce como el teorema de la bisectriz.

   Sugerencia: Recuerde que la bisectriz divide a un ángulo en dos ángulos iguales, y que $\sin(\alpha) = \sin(180^o - \alpha)$.

2. Considere un triángulo ABC, inscrito en una circunferencia Γ. El circuncentro de ABC es el punto O. La recta AO corta de nuevo la circunferencia en un punto D.

   a) Explique por qué $\angle ABC = \angle ADC$, y $\angle ACD = 90^o$.

   b) Utilice lo anterior para concluir que $AD = \frac{AC}{\sin(\angle ABC)}$. ¿Cómo se relaciona esto con la Ley de Senos en el triángulo ABC?

3. Dado un triángulo ABC, sean a, b y c los valores de los lados BC, AC y AB respectivamente y (ABC) para denotar el valor de su área. Demuestre las siguientes fórmulas para encontrar el valor de (ABC).

   a) $(ABC) = sr$, donde $s = \frac{a+b+c}{2}$ el semiperímetro (la mitad del perímetro del triángulo) y r es el radio de la circunferencia inscrita al triángulo ABC, es decir, la circunferencia que es tangente a los tres lados. *Sugerencia: Dibuje un triángulo, su circunferencia inscrita y los radios a los puntos de tangencia. Recuerde que las tangentes son perpendiculares al radio.*

   b) $(ABC) = \frac{abc}{4R}$, donde R es el radio de la circunferencia circunscrita. *Sugerencia: Utilice el problema 2, inciso 2, y la fórmula para el área* $(ABC) = \frac{1}{2}ac\sin(\angle ABC)$ *vista en una tarea anterior.*