

PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

(Traducido del libro de Israel M. Gelfand & Mark Saul, "Trigonometry")

Cap. 4: Angulos y Rotaciones

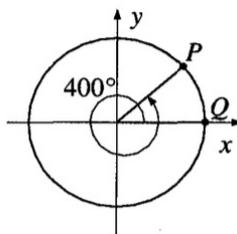
Notas:

1. Los ejercicios marcados con * están resueltos en el libro.
2. Los problemas se resuelven sin calculadora, a menos que se indica explícitamente lo contrario.

4.1. Dibuja diagramas mostrando las siguientes rotaciones:

- (a) 160° (b) 190° (c) 400° (d) 600° (e) 1200° (f) -70° (g) -400°
(h) 360° (i) -270°

Por ejemplo, aquí está inciso (c)



4.2. * Expresa los valores de $\cos 130^{\circ}$ y $\sin 130^{\circ}$ en términos de seno y coseno de ángulos entre 0° y 90° .

4.3. * Expresa los valores de $\cos 210^{\circ}$ y $\sin 130^{\circ}$ en términos de seno y coseno de ángulos entre 0° y 90° .

4.4. * Encuentra los valores de $\cos 360^{\circ}$ y $\sin 360^{\circ}$.

4.5. * Encuentra el valor de $\tan 210^{\circ}$.

4.6. Encuentra los siguiente valores sin calculadora. Luego, verifica tu respuesta con calculadora.

- (a) $\sin 390^{\circ}$ (b) $\cos 3720^{\circ}$ (c) $\tan 1845^{\circ}$ (d) $\sin 315^{\circ}$ (e) $\cot 420^{\circ}$ (f) $\tan(-30^{\circ})$

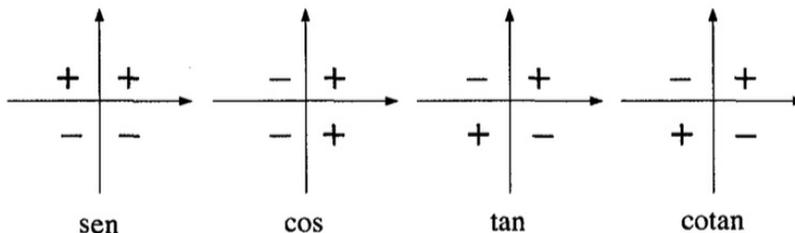
4.7. Encuentra los siguiente valores, o indica si la expresión dada no está definida.

- (a) $\tan 360^{\circ}$ (a) $\sin 180^{\circ}$ (a) $\cos 180^{\circ}$ (a) $\cot 90^{\circ}$ (a) $\cot 360^{\circ}$ (a) $\tan(-270^{\circ})$

4.8. * Calcula $\cos 1140^{\circ}$.

4.9. Decide si el seno de 100000° es positivo o negativo.

4.10. Checa que los diagramas abajo dan los signos correctos de las funciones en trigonométricas para los ángulos en cada cuadrante.



4.11. * Calcula $\text{sen } 300^\circ$.

4.12. ¿En qué cuadrante estará el punto $Q = (1, 0)$ después de una rotación de

- (a) 400° (b) 3600° (c) 1845° (d) -30° (e) -359°

4.13. Llena la siguiente tabla (sin calculadora). ¿Cuál es la relación entre $\text{sen } \alpha$ y $\text{sen}(-\alpha)$?

$\text{sen } 30^\circ$		$\text{sen}(-30^\circ)$	
$\text{sen } 135^\circ$		$\text{sen}(-135^\circ)$	
$\text{sen } 210^\circ$		$\text{sen}(-210^\circ)$	
$\text{sen } 300^\circ$		$\text{sen}(-300^\circ)$	
$\text{sen } 390^\circ$		$\text{sen}(-390^\circ)$	
$\text{sen } 480^\circ$		$\text{sen}(-480^\circ)$	

4.14. Resuelve las siguientes ecuaciones para α , donde $0 < \alpha < 360^\circ$.

- (a) $\text{sen } \alpha = 0$ (b) $\text{cos } \alpha = 0$ (c) $\text{sen } \alpha = 1$ (d) $\text{cos } \alpha = 1$ (e) $\text{sen } \alpha = -1$

- (f) $\text{cos } \alpha = \frac{1}{2}$ (g) $\text{sen } \alpha = -\frac{1}{2}$ (h) $\text{sen}^2 \alpha = \frac{1}{2}$ (i) $\text{cos}^2 \alpha = -\frac{3}{4}$

4.15. (a) Si $\text{sen } \alpha = 5/13$, ¿en qué cuadrante puede estar α ? ¿Cuáles son los posibles valores de $\text{cos } \alpha$?

(b) Si $\text{sen } \alpha = -5/13$, ¿en qué cuadrante puede estar α ? ¿Cuáles son los posibles valores de $\text{cos } \alpha$?

4.16. Demuestra que si a, b son dos números (positivos o negativos) tales que $a^2 + b^2 = 1$, entonces existe un ángulo θ tal que $\text{cos } \alpha = a$, $\text{sen } \alpha = b$.

4.17. ¿Cuáles de las siguientes funciones son pares? ¿Cuáles son impares? ¿Cuáles ninguno?

Nota: una función $f(x)$ es par si $f(-x) = f(x)$. Es impar si $f(-x) = -f(x)$. Por ejemplo, $\text{cos } x$ y x^2 son pares, $\text{sen } x$ y x^3 son impares.

- (a) $f(x) = x^6 - x^2 + 7$ (b) $f(x) = x^3 - \text{sen } x$ (c) $f(x) = \frac{1}{x+1}$

$$(d) f(x) = \sec x \quad (e) f(x) = \csc x \quad (f) f(x) = 2 \operatorname{sen} x \cos x$$

$$(g) f(x) = \operatorname{sen}^2 x \quad (h) f(x) = \cos^2 x \quad (i) f(x) = \operatorname{sen}^x + \cos^2 x$$

4.18. Demuestra que si $f(x)$ es cualquier función, entonces

$$g(x) = \frac{1}{2} (f(x) + f(-x))$$

es una función par, y

$$h(x) = \frac{1}{2} (f(x) - f(-x))$$

es una función impar. Usa estos resultados para demostrar que cualquier función se puede escribir como la suma de una función par y una función impar.

4.19. Expresa las siguientes funciones como suma de una función par e impar:

$$(a) f(x) = \operatorname{sen} x + \cos x \quad (b) f(x) = x^3 + x^2 + x + 1 \quad (c) f(x) = 2^x$$

$$(d) f(x) = \frac{1 - \operatorname{sen} x}{1 + \operatorname{sen} x} \quad (e) \frac{f(x) - 1}{x + 2}$$