

Ejemplos de demostraciones geométricas

(para la tarea núm. 5)

Estos dos ejemplos muestran cómo escribir una demostración geométrica formal. Por favor leer estos ejemplos antes de empezar hacer la tarea 5

Problema 1. Demuestra que en un triángulo isósceles, los ángulos de la base son iguales.

Solución:

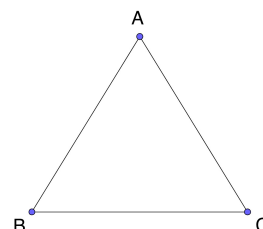
Dado: $\triangle ABC$, con $AB = AC$.

Por demostrar: $\angle ABC = \angle ACB$.

Demostración:

1. Construimos la mediana AD a la arista BC . Es decir, $BD = DC$.
2. $AB = AC$ (dado).
3. $AD = AD$.
4. $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (incisos 1+2+3, LLL).
5. $\angle ABC = \angle ACB$ (inciso 4).

QED



Problema 2. Demuestra que en un paralelogramo, los diagonales bisectan uno al otro.

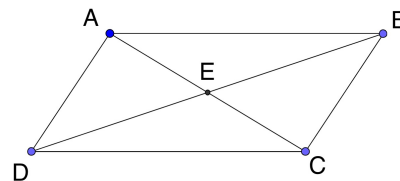
Solución:

Dado: Cuadrilátero $ABCD$, con $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$ y $E = AC \cap BD$.

Por demostrar: $AE = EC$, $BE = ED$

Demostración:

1. $\angle ABD = \angle BDC$ (ángulos alternantes entre rectas paralelas).
2. $\angle ADB = \angle DBC$ (ángulos alternantes entre rectas paralelas).
3. $BD = BD$.
4. $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ (incisos 1+2+3, ALA).
5. $AB = CD$ (inciso 4).
6. $\angle BAC = \angle ACD$ (ángulos alternantes entre rectas paralelas).
7. $\triangle ABE \cong \triangle CDE$ (incisos 1+5+6, ALA).
8. $AE = EC$, $BE = ED$ (7+lados correspondientes de triángulos congruentes). QED



Notas:

1. El problema típicamente está dado en un lenguaje “natural” (informal), así que primero reformulamos el problema en un lenguaje formal (“Dado”, “Por demostrar”, ...) , con notación precisa, acompañado por un dibujo, en donde se aclara la notación.

2. Todos los objetos (puntos, ángulos, rectas,...) están nombrados y los pasos de la demostración están numerados.

3. Cada paso está justificado, por un paso anterior, o por un teorema “conocido”, como los teoremas de congruencias *LLL*, *LAL*, *ALA*. Excepción: pasos “obvios”(como $AB = AB$), o pasos en donde se agrega una construcción (como paso 1 del 2do ejemplo).

4. El último paso de la demostración debe ser lo que había que demostrar, seguido por las letras *QED* (iniciales de “quod erat demonstrandum, en latín, lo que había que demostrar), indicando que la demostración se ha terminado.