

CONJUNTO DE EJERCICIOS 7.2



Ejercicios de concepto/redacción

- ¿En qué condiciones $\sqrt[n]{a}$ es un número real?
 - Cuando $\sqrt[n]{a}$ es un número real, ¿cómo puede expresarse con exponentes racionales?
- ¿En qué condiciones $\sqrt[n]{a^m}$ es un número real?
 - ¿En qué condiciones $(\sqrt[n]{a})^m$ es un número real?
 - Cuando $\sqrt[n]{a^m}$ es un número real, ¿cómo puede expresarse con exponentes racionales?
- ¿En qué condiciones $\sqrt[n]{a^n}$ es un número real?
 - Cuando n es un número par y $a \geq 0$, ¿a qué es igual $\sqrt[n]{a^n}$?
 - Cuando n es un número impar, ¿a qué es igual $\sqrt[n]{a^n}$?
- Cuando n es un número par y a es cualquier número real, ¿a qué es igual $\sqrt[n]{a^n}$?
 - Explique la diferencia entre $-16^{1/2}$ y $(-16)^{1/2}$.
 - Evalúe cada expresión de la parte a), si esto es posible.
- ¿ $(xy)^{1/2} = xy^{1/2}$? Explique.
 - ¿Es $(xy)^{-1/2} = \frac{x^{1/2}}{y^{-1/2}}$? Explique.
- ¿Es $\sqrt[6]{(3y)^3} = (3y)^{6/3}$? Explique.
 - ¿Es $\sqrt{(ab)^4} = (ab)^2$? Explique.

Práctica de habilidades

En este conjunto de ejercicios supondremos que todas las variables representan números reales positivos. Escriba cada expresión en forma exponencial.

- | | | | |
|-------------------------|---------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| 7. $\sqrt{a^3}$ | 8. $\sqrt{y^7}$ | 9. $\sqrt{9^5}$ | 10. $\sqrt[3]{y}$ |
| 11. $\sqrt[3]{z^5}$ | 12. $\sqrt[3]{x^{11}}$ | 13. $\sqrt[3]{7^{10}}$ | 14. $\sqrt[3]{9^{11}}$ |
| 15. $\sqrt[4]{9^7}$ | 16. $(\sqrt{x})^9$ | 17. $(\sqrt[3]{y})^{14}$ | 18. $\sqrt{ab^5}$ |
| 19. $\sqrt[4]{a^3b}$ | 20. $\sqrt[3]{x^4y}$ | 21. $\sqrt[4]{x^9z^5}$ | 22. $\sqrt[6]{y^{11}z}$ |
| 23. $\sqrt[6]{3a + 8b}$ | 24. $\sqrt[9]{3x + 5z^4}$ | 25. $\sqrt[5]{\frac{2x^6}{11y^7}}$ | 26. $\sqrt[4]{\frac{3a^8}{11b^5}}$ |

Escriba cada expresión en forma radical.

- | | | | |
|------------------------|----------------------------|-----------------------|-------------------------|
| 27. $a^{1/2}$ | 28. $b^{2/3}$ | 29. $c^{5/2}$ | 30. $19^{1/2}$ |
| 31. $18^{5/3}$ | 32. $y^{17/6}$ | 33. $(24x^3)^{1/2}$ | 34. $(85a^3)^{5/2}$ |
| 35. $(11b^2c)^{3/5}$ | 36. $(8x^3y^2)^{7/4}$ | 37. $(6a + 5b)^{1/5}$ | 38. $(8x^2 + 9y)^{7/3}$ |
| 39. $(b^3 - d)^{-1/3}$ | 40. $(7x^2 - 2y^3)^{-1/6}$ | | |

Simplifique cada expresión radical, cambiándola a forma exponencial. Cuando sea apropiado, escriba la respuesta en forma radical.

- | | | | |
|----------------------------|-----------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 41. $\sqrt{a^6}$ | 42. $\sqrt[4]{a^8}$ | 43. $\sqrt[3]{x^9}$ | 44. $\sqrt{x^{12}}$ |
| 45. $\sqrt[6]{y^2}$ | 46. $\sqrt[8]{b^4}$ | 47. $\sqrt[6]{y^3}$ | 48. $\sqrt[12]{z^4}$ |
| 49. $(\sqrt{19.3})^2$ | 50. $\sqrt[4]{(6.83)^4}$ | 51. $(\sqrt[3]{xy^2})^{15}$ | 52. $(\sqrt[4]{a^4bc^3})^{40}$ |
| 53. $(\sqrt[8]{xyz})^4$ | 54. $(\sqrt[9]{a^2bc^4})^3$ | 55. $\sqrt{\sqrt{x}}$ | 56. $\sqrt{\sqrt[3]{a}}$ |
| 57. $\sqrt{\sqrt[4]{y}}$ | 58. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{b}}$ | 59. $\sqrt[3]{\sqrt[3]{x^2y}}$ | 60. $\sqrt{\sqrt[3]{7y}}$ |
| 61. $\sqrt{\sqrt[5]{a^9}}$ | 62. $\sqrt{\sqrt[4]{ab}}$ | | |

Evalúe, si es posible. Si la expresión no es un número real, indíquelo.

- | | | | |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 63. $25^{1/2}$ | 64. $121^{1/2}$ | 65. $64^{1/3}$ | 66. $81^{1/4}$ |
| 67. $64^{2/3}$ | 68. $27^{2/3}$ | 69. $(-49)^{1/2}$ | 70. $(-64)^{1/4}$ |
| 71. $(\frac{25}{9})^{1/2}$ | 72. $(\frac{100}{49})^{1/2}$ | 73. $(\frac{1}{8})^{1/3}$ | 74. $(\frac{1}{32})^{1/5}$ |
| 75. $-81^{1/2}$ | 76. $(-81)^{1/2}$ | 77. $-64^{1/3}$ | 78. $(-64)^{1/3}$ |
| 79. $64^{-1/3}$ | 80. $49^{-1/2}$ | 81. $16^{-3/2}$ | 82. $64^{-2/3}$ |
| 83. $(\frac{64}{27})^{-1/3}$ | 84. $(-81)^{3/4}$ | 85. $(-100)^{3/2}$ | 86. $(\frac{25}{49})^{-1/2}$ |
| 87. $121^{1/2} + 169^{1/2}$ | 88. $49^{-1/2} + 36^{-1/2}$ | 89. $343^{-1/3} + 16^{-1/2}$ | 90. $16^{-1/2} - 256^{-3/4}$ |

Simplifique. Escriba la respuesta en forma exponencial sin exponentes negativos.

91. $x^4 \cdot x^{1/2}$

92. $x^6 \cdot x^{1/2}$

93. $\frac{x^{1/2}}{x^{1/3}}$

94. $x^{-6/5}$

95. $(x^{1/2})^{-2}$

96. $(a^{-1/3})^{-1/2}$

97. $(9^{-1/3})^0$

98. $\frac{x^4}{x^{-1/2}}$

99. $\frac{5y^{-1/3}}{60y^{-2}}$

100. $x^{-1/2}x^{-2/5}$

101. $4x^{5/3}3x^{-7/2}$

102. $(x^{-4/5})^{1/3}$

103. $\left(\frac{3}{24x}\right)^{1/3}$

104. $\left(\frac{52}{2x^4}\right)^{1/3}$

105. $\left(\frac{22x^{3/7}}{2x^{1/2}}\right)^2$

106. $\left(\frac{x^{-1/3}}{x^{-2}}\right)^2$

107. $\left(\frac{a^4}{4a^{-2/5}}\right)^{-3}$

108. $\left(\frac{27z^{1/4}y^3}{3z^{1/4}}\right)^{1/2}$

109. $\left(\frac{x^{3/4}y^{-3}}{x^{1/2}y^2}\right)^4$

110. $\left(\frac{250a^{-3/4}b^5}{2a^{-2}b^2}\right)^{2/3}$

Multiplique.

111. $4z^{-1/2}(2z^4 - z^{1/2})$

112. $-3a^{-4/9}(5a^{1/9} - a^2)$

113. $5x^{-1}(x^{-4} + 4x^{-1/2})$

114. $-9z^{3/2}(z^{3/2} - z^{-3/2})$

115. $-6x^{5/3}(-2x^{1/2} + 3x^{1/3})$

116. $\frac{1}{2}x^{-2}(10x^{4/3} - 38x^{-1/2})$

Utilice una calculadora para evaluar cada expresión. Redondee la respuesta al centésimo más cercano.

117. $\sqrt{180}$

118. $\sqrt[3]{168}$

119. $\sqrt[5]{402.83}$

120. $\sqrt[4]{1096}$

121. $93^{2/3}$

122. $38.2^{3/2}$

123. $1000^{-1/2}$

124. $8060^{-3/2}$

Resolución de problemas

125. ¿En qué condiciones se cumplirá $\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n = a$?

126. Elija valores para a y b para demostrar que $(a^2 + b^2)^{1/2}$ no es igual a $a + b$.

127. Elija valores para a y b para demostrar que $(a^{1/2} + b^{1/2})^2$ no es igual a $a + b$.

128. Elija valores para a y b para demostrar que $(a^3 + b^3)^{1/3}$ no es igual a $a + b$.

129. Elija valores para a y b para demostrar que $(a^{1/3} + b^{1/3})^3$ no es igual a $a + b$.

130. Determine si $\sqrt[3]{\sqrt{x}} = \sqrt{\sqrt[3]{x}}$, $x \geq 0$.

Factorice. Escriba la respuesta sin exponentes negativos.

131. $x^{3/2} + x^{1/2}$

132. $x^{1/4} - x^{5/4}$

133. $y^{1/3} - y^{7/3}$

134. $x^{-1/2} + x^{1/2}$

135. $y^{-2/5} + y^{8/5}$

136. $a^{6/5} + a^{-4/5}$

En los ejercicios 137 a 142, utilice una calculadora donde sea apropiado.

137. **Cultivo de bacterias** La función $B(t) = 2^{10} \cdot 2^t$, sirve para aproximar el número de bacterias que hay en cultivo después de t horas.

a) El número inicial de bacterias se determinó cuando $t = 0$. ¿Cuál es el número inicial de bacterias?

b) ¿Cuántas bacterias hay después de $\frac{1}{2}$ hora?

138. **Determinación de antigüedad** Los científicos emplean un método denominado "fechado con carbono" para determinar la antigüedad de fósiles, huesos y otros objetos. La fórmula que se usa es $P = P_0 2^{-t/5600}$, donde P_0 representa la cantidad original de carbono 14 (C_{14}) presente en un objeto, y P representa la cantidad de C_{14} que hay en él después de t años. Si en un hueso de un animal recientemente desenterrado están presentes 10 mg de C_{14} , ¿cuántos mg estarán presentes dentro de 5000 años?

139. **Planes de retiro** Cada año es mayor el número de estadounidenses que contribuyen al plan de retiro denominado 401(k). El total de activos, $A(t)$, de los planes 401(k), en miles de millones de dólares, puede aproximarse mediante la función $A(t) = 2.69t^{3/2}$, donde t es años desde 1993, y $1 \leq t \leq 16$. (Por lo tanto, esta función aplica para los años 1994 a 2009.) Estime el total de activos que habrá en los planes 401(k) en a) 2000 y b) 2009.

140. **Ventas por Internet** Las ventas por Internet han aumentado cada año. La cantidad total, $I(t)$, en miles de millones de dólares, de ventas realizadas por Internet, puede aproximarse mediante la función $I(t) = 0.25t^{5/3}$, donde t son los años desde 1999, y $1 \leq t \leq 9$. Determine la cantidad total en ventas realizadas por Internet en a) 2000 y b) 2008.



141. Evalúe $(3\sqrt{2})\sqrt{2}$. Explique cómo determinó su respuesta.