13er Concurso de la Olimpiada de Informática del Estado de Guanajuato

Segunda Etapa Octubre 2011

Nombre: ______________________________ Grado: ______________

Escuela: ______________________________ Edad: ______________

Sede: ______________________________ E-Mail: ______________

Problema 1. Se tienen 9 ciudades y se quieren construir carreteras entre pares de ellas de tal forma que sea siempre sea posible viajar de una ciudad a otra. ¿Cuál es el mínimo número de carreteras que se deben construir?

Problema 2. En la figura 1. ¿Cuántos triángulos rectángulos se pueden formar, de tal manera que los vértices sean puntos marcados?

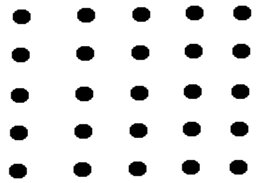


fig. 1

Problema 3. En una tienda se venden estampillas de 10 diferentes denominaciones: 10¢, 20¢, 30¢, 40¢, 50¢, 60¢, 70¢, 80¢, 90¢ y 100¢. Quieres comprar sólo cuatro estampillas con las que puedas obtener las 15 distintas denominaciones que hay desde 10¢ hasta 150¢. La manera de obtener una denominación, es sumar la denominación de algunas de tus 4 estampillas. ¿Cuáles son las 4 estampillas que debes comprar?

Problema 4. Tienes que mezclar 5 pociones, las cuales son de color rojo, azul, verde, naranja y morad. Es muy importante mezclarlas en el orden correcto, porque si fallas, todo explotará. Desgraciadamente sólo te dejaron unas notas escritas, que te ayudarán a encontrar el orden correcto para ir mezclando las pociones:

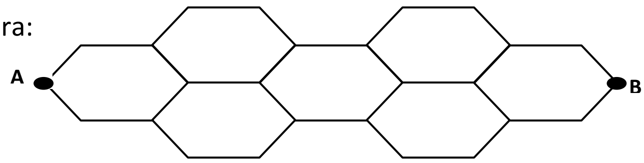
1. No mezcles la poción roja al final.
2. La poción verde se mezcla exactamente entre las pociones naranja y azul.
3. La poción morada va justo antes que la azul.
4. Da el orden en que es necesario mezclar las 5 pociones.

Problema 5. Un juego consiste en invertir la posición de una pareja de vasos contiguos, es decir, solo podemos mover vasos que estén juntos. Queremos hacerlo iniciando como la fig. **A** hasta obtener la fig. **B**. ¿Cómo podemos hacer esto con el mínimo número de movimientos posible?

A. 

B. 

Problema 6. Considera el camino dado por la figura: Moviéndose sólo por las líneas y sin pasar más de una vez por un mismo lugar ¿De cuántas formas se puede caminar del punto **A** al punto **B**?



Problema 7. El juego de *La Mesita* se juega con dos jugadores. Se tiene una mesa redonda de radio R y fichas de radio R/50. En cada turno, cada jugador debe poner una ficha en cualquier lugar de la mesa. Un jugador pierde cuando no pueda poner una ficha en la mesa, es decir, que la ficha no quepa y entonces el juego termina. Si el primer turno es tuyo, ¿Qué estrategia seguirías para asegurarte que puedes ganar el juego?

Problema 8. En la figura 2. ¿De cuantas maneras puedes llenar los cuadros blanco, si tienes fichas de dominó de 2x1 y no puedes poner fichas que toquen los cuadros negros?

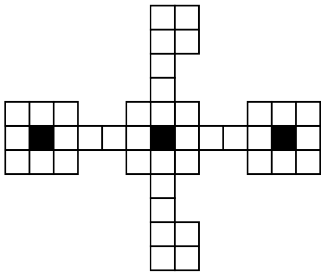


fig. 2

Problema 9. Tienes la cuadricula de la figura 3. Usando los movimientos del caballo del ajedrez, encuentra un recorrido que pase por todas las casillas grises una vez y las recorra todas. Para dar tu respuesta enumera las casillas con tu respuesta. En la fig. 4 los círculos son los lugares que puedes elegir a partir de la posición inicial (casilla gris).

Problema 10. ¿Cuál es el dígito de las unidades de $(1+1^2) + (2+2^2) + (3+3^2) + \ldots + (2000+2000^2)$?

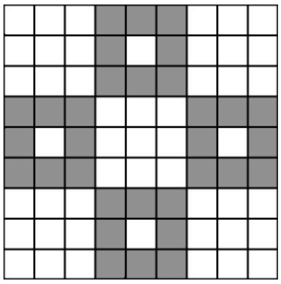
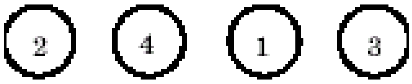


fig. 3

Problema 11. Eres un ladrón profesional y quieres abrir una puerta súper secreta, que contiene la mayor fortuna que podrás robar. Tienes que pulsar los cuatro botones en un orden determinado. Si los pulsas en orden incorrecto, la puerta se cerrará para siempre. Los botones se ven como la imagen de la izquierda. Tienes la siguiente información para abrir la puerta:



1. Los números colocados sobre los botones, en ningún caso coinciden con el orden en que deben ser pulsados.
2. El primero y el último botón en pulsar están separados.
3. El último no está en ningún extremo.

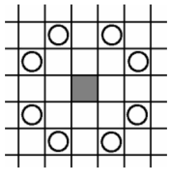


fig. 4

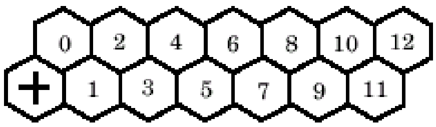
Problema 12. Un grupo de cinco piratas han logrado encontrar un tesoro de 100 monedas de oro. Tras regresar a su barco, quieren repartir el botín. Cada pirata está numerado del 1 al 5. El último pirata, el número 5, dará una manera para repartir el botín. Todos los piratas votan y si la mayoría aceptan la repartición, entonces se reparten las monedas. Decimos que es mayoría cuando es más de la mitad.

Por otro lado, si no aceptan esa manera de repartir, arrojan al pirata 5 del barco y dejan que el pirata 4 sugiera otra manera para repartir las monedas entre los 4 que quedan. Vuelven a votar y si la mayoría acepta la sugerencia, se reparten las monedas, sino, arrojan también al pirata 4 y el pirata 3 propone su manera de repartir. Se sigue así, hasta que las monedas se repartan. Todos los piratas tienen sus prioridades en el siguiente orden:

1. Vivir.
2. Ganar dinero.
3. Hacer que tiren a sus compañeros. Es decir, entre que arrojen o no a uno de sus compañeros, prefiere que lo arrojen, pero sólo si esto no implica que provoque que lo arrojen a él mismo o que pierda dinero.

Si tú fueras el pirata 5, ¿Qué forma de repartir las monedas propondrías? ¿Por qué?

Problema 13. Una abeja (representada con el símbolo **+**) no puede volar y camina de una celda a otra contigua, siempre que el número de la última sea mayor que el de la anterior.



A. ¿Cuántas rutas distintas puede seguir para ir a la celda número 8?
B. ¿Cuántas rutas para llegar a la celda 12?
C. Si el viaje a una celda dada, lo puede hacer de 2584 rutas distintas. ¿Qué numero tiene ésta celda?

Problema 14. Tienes dos robots A y B. El robot B siempre sigue las mismas instrucciones que se le dan al robot A. Las únicas instrucciones que se le pueden realizar A y B son:

1. Moverse una casilla hacia delante, en la dirección en la que estén. La instrucción que se le da al robot para que realiza esta acción es: **AD**.
2. Girar a la izquierda (90°) y avanzar una casilla en esa dirección. La instrucción que se le da es: **IZQ**.
3. Girar a la derecha (90°) y avanzar una casilla en esa dirección. La instrucción que se le da es: **DER**.

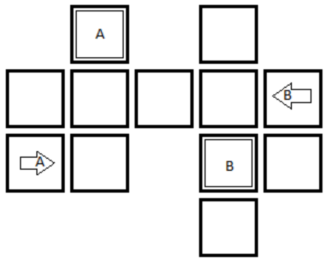


fig. 5

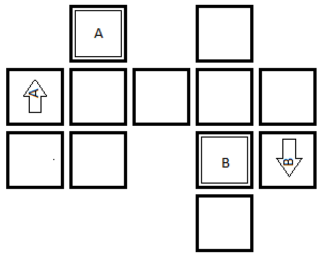


fig. 6

En las imágenes de la derecha, se le dijo al robot A que hiciera la instrucción **IZQ.** La fig. 5 es el escenario antes de hacer la instrucción. La fig. 6 muestra cómo queda el escenario después de la instrucción.

Si tu escenario es el mismo que el de la fig. 5 y usando sólo las tres instrucciones anteriores explica si es o no posible hacer que el robot A llegue a la casilla marcada con la letra A y el robot B llegue a la casilla marcada con la letra B. **Nota:** Cualquier instrucción la puedes usar varias veces. Si un robot no puede avanzar en la dirección que se le pide se quedará en la misma casilla orientado en la misma dirección.

Problema 15. ¿Es posible construir un rectángulo usando sólo las piezas de la imagen de la derecha? **Nota:** Es válido rotar o reflejar las piezas.

```
[][][][]     [][][]     [][]
               []     [][]

          []      [][]
    [][][]      [][]
```

Problema 16. Hay una fiesta con 50 personas en donde cada invitado conoce al menos a otra persona en la fiesta, ¿Es posible que haya 2 personas diferentes que conozcan a la misma cantidad de personas?

Problema 17. Tienes cuatro cajas, y canicas de varios colores metidas en las cajas. En total hay 5 canicas rojas, 8 canicas verdes, 13 canicas azules. Sin importar cómo estén acomodadas las canicas. Deduce si las siguientes frases son verdaderas o no.

a. En cada caja hay más canicas azules que rojas. b. En alguna caja hay más canicas verdes que azules.
c. Hay al menos 4 canicas azules en alguna caja.

Problema 18. Se tienen N focos numerados del 1 al N. Inicialmente todos están apagados y están conectados cada uno con un apagador. N personas van apagando y prendiendo los focos según la siguiente regla: la primera persona cambia de estado (si está prendido lo apaga y si está apagado lo prende) todos los focos; la segunda cambia de estado los focos 2, 4, 6, 8...; la tercera cambia de estado los focos 3, 6, 9, 12…; así sucesivamente, hasta la última persona quien solo cambia de estado el foco N. ¿Qué focos quedan prendidos al final?

Problema 19. Eres un repartidor de pizzas al que han mando a la calle Sin Fin. La calle Sin Fin fue nombrada así porque tiene muchísimas casas. Para tu mala suerte, cuando te dieron la pizza no te dijeron a cuál número de casa tenías llegar, solo te dijeron que tenías que llegar a la casa de Karel.

En la calle Sin Fin cada casa tiene un número de tal manera que la casa de la derecha siempre tiene un número mayor. Dado que no sabes cuál es la casa de Karel, tienes que preguntar en cada casa. Sin embargo, si no es la casa correcta te contestan una de dos opciones: el número de la casa de Karel es mayor que el de mi casa o, el número de la casa de Karel es menor que el de mi casa. Como no quieres ir de casa en casa, porque tardarías mucho ¿Qué harías para preguntar en la menor cantidad de casas?

Problema 20. Un club desea organizar un campeonato de individuales entre sus 2011 socios. Para ello acuerdan las siguientes condiciones:

1. Cada jugador que pierda un partido queda automáticamente eliminado del torneo. No hay empates.
2. Cada partido tiene que jugarse con una pelota nueva.
3. Organizar el torneo de tal manera que haya la menor cantidad de pelotas.

¿Cuál será la cantidad mínima de pelotas que deben comprarse para efectuar dicho torneo?

Problema 21. En cada casilla de la imagen de la derecha, deberá haber un solo dígito. Cada fila o columna forma un número de 3 cifras. Los números se leen de izquierda a derecha (horizontales) y de arriba abajo (verticales). La primera casilla (A, a) tiene un dígito que no es cero.

	a	b	c
A			
B			
C			

Horizontales
Fila A. Potencia de 2.
Fila B. Múltiplo de 100.
Fila C. Tiene exactamente tres divisores.

Verticales
Columna a. Potencia de 3.
Columna b. Múltiplo de 11.
Columna c. Primo.

Problema 23. Un investigador muy listo, solía ir a los juicios para observar los casos y ponerse a prueba. De esta forma medía su capacidad de razonamiento. Uno de los casos con los que se encontró cierto día, fue el siguiente: se tenían cuatro acusados, A, B, C y D. Se establecieron los siguientes hechos:

1. Si A es culpable, entonces B era cómplice.
2. Si B es culpable, entonces o bien C era cómplice o bien A es inocente.
3. Si D es inocente, entonces A es culpable y C inocente.
4. Si D es culpable, también lo es A.

¿Quiénes son inocentes y quiénes culpables?

Problema 24. Es un juego para dos jugadores. Los jugadores eligen por turnos un número entero entre 1 y 5, y los suman a los números elegidos anteriormente. El primer jugador que consigue sumar exactamente 50 es el ganador. Veamos una partida:

Primer jugador	3		4		1		5		4		5		1	
Segundo jugador		5		4		3		5		4		1		5
Suma total	3	8	12	16	17	20	25	30	34	38	43	44	45	50

En el ejemplo, gana el segundo jugador. Después de jugar algunas partidas, ¿puedes encontrar alguna estrategia ganadora?