Apreciación del Artículo
Escrito por el Prof. Juan Alfredo Morales Del Río,
"Los Números Trierniones"

Estimado Prof. Alfredo Morales del Río,
Estimado Sr. Rector Raúl Medina Centeno,

He revisado el manuscrito que el pasado martes 22 de noviembre me hizo llegar el Prof. Morales y he leído también la nota escrita por el Prof. Kevin McCrimmon a quien sugerí contactar desde el pasado mes de julio.

Se sabe que Hamilton trabajó, entre los años 1830 y 1840, en el problema de definir una álgebra para ternas de números reales, de manera que quedara incluida en ella el álgebra de los números complejos cuando se le restringiera a pares de números reales y que al mismo tiempo satisfaciera todas las propiedades que satisfacen los números reales y los números complejos. Se sabe que Hamilton estableció un isomorfismo entre $\mathbb{C}$ y $\mathbb{R}^2$ y al parecer, esto fue lo que le animó a buscar dicha álgebra para ternas de números reales. Como ahora sabemos, Hamilton no consiguió un sistema algebraico satisfactorio en $\mathbb{R}^3$ con las propiedades que quería, pero sí consiguió una álgebra asociativa y con división en $\mathbb{R}^4$.

En nuestra profesión, normalmente no se publican intentos fallidos y normalmente no guardamos notas ni escritos de lo que no alcanza a cristalizar en un resultado satisfactorio que podamos enunciar como un teorema con su correspondiente demostración rigurosa. Es por este tipo de prácticas que no tenemos acceso a las notas que Hamilton debió escribir en su búsqueda por el álgebra de ternas reales, aunque hizo un anuncio de ella en el párrafo final de su ensayo "On Algebra as the Science of Pure Time". Sin embargo, es perfectamente concebible e imaginable que con las condiciones que estaba imponiendo (ie, $\mathbb{C} \subset \mathbb{R}^3$), y con el isomorfismo que él mismo estableció entre $\mathbb{C}$ y $\mathbb{R}^2$, tuviese bien entendida la correspondencia,

$$a_0 1 + a_1 i + a_2 j \quad \longleftrightarrow \quad (a_0, a_1, a_2)$$

y lo que necesitaba era determinar las ternas correspondientes a ij, ji y j^2. En el caso de haber considerado que $j^2 = -1$, dando por sentado que $i^2 = -1$, resulta natural considerar —como lo ha hecho el Prof. Morales del Río— que $ij = -1$. Si además el álgebra ha de ser conmutativa, se sigue que $ji = -1$ y esto determina por completo la multiplicación en las ternas. El problema central de estas elecciones para el producto es que no se cumple la propiedad asociativa, como se lo hice notar al Prof. Morales el pasado mes de julio cuando acudió al CIMAT a consultarme sobre su álgebra de trierniones:

$$i(ij) = i(-1) = -i, \qquad \text{mientras que,} \qquad (ii)j = (-1)j = -j$$

Por otra parte, lo que ha observado el profesor McCrimmon es que, al hacer el cambio de base $\{1, i, j\} \mapsto \{1, i, z\}$ con $z = i - j$, se evidencia que esta álgebra no es simple y que su estructura es absolutamente trivial al ser isomorfa a $\mathbb{C} \oplus \langle z \rangle$; es decir, a la suma directa de los números complejos y un ideal nilpotente unidimensional cuyo generador satisface $z^2 = 0 = iz = zi$.

Estas observaciones hacen que el álgebra de los números terniones no sea interesante desde el punto de vista de la ciencia matemática. Tampoco constituye un descubrimiento que valga la pena anunciarse ni publicarse. De hecho, lamento mucho que se haya declarado en entrevistas difundidas por la radio y accesibles en internet que yo avalaba el presunto descubrimiento, cuando todo lo que hice fue simplemente recomendar que se consultara a un experto en álgebras no asociativas.

Por otra parte, resulta evidente que la publicación del trabajo *los números trierniones* en la revista del CUCI (Estudios de la Ciénega) no contó con una revisión ni con un cuestionamiento científicamente responsable sobre la solidez matemática de los resultados presentados. Además, la masiva difusión hecha por los responsables de noticias del medio universitario de la UDG acentúa esta falta de rigor científico y de responsabilidad académica y universitaria. Aún la versión presumiblemente revisada del manuscrito que me hicieron llegar el pasado día 22 de noviembre no hubiera podido pasar un arbitraje realizado por un matemático profesional. El haber publicado este artículo sólo induce serios cuestionamientos sobre la calidad y seriedad académica de la revista que lo publicó y por ende de la institución que la respalda.

En mi opinión, no hay nada que pueda hacerse para enmendar el artículo en cuestión y ciertamente yo no recomendaría que su contenido siguiera siendo difundido o publicado o anunciado como el descubrimiento que trascendió en los medios de comunicación, precisamente para no afectar más aún la credibilidad y honorabilidad de los canales institucionales de difusión y distribución de noticias de la UDG. Por la misma razón, mucho agradeceré que no se hagan más declaraciones empleando mi nombre, ni el de las instituciones CIMAT y UNAM donde laboro, en el sentido de que yo he avalado o he corroborado los resultados de este trabajo, porque tales afirmaciones son evidentemente falsas.

Atentamente,

Adolfo Sánchez Valenzuela
Ciudad Universitaria, UNAM. 25 de noviembre de 2011.

Referencias:
Ver el ensayo de Hamilton "On Algebra as the Science of Pure Time" (http://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Hamilton/PureTime/PureTime.pdf) y el artículo de Thomas Hankins, "Triplets and Triads: Sir William Rowan Hamilton on the Metaphysics of Mathematics"; Isis, Vol. 68, No. 2, (1977) 174-193 (http://www.jstor.org/stable/230069). Si uno insiste en no perder la asociatividad en el ágebra de ternas de números reales, hay un argumento bien conocido que puede consultarse en el artículo de divulgación de Kenneth O. May, "The impossibility of a division algebra of vectors in three dimensional space"; American Mathematical Monthly, Vol 73, No. 3 (1966) 289-291 (http://www.jstor.org/stable/2315349), que demuestra que es imposible definir el prducto ij como una terna de números reales.