Optimización de funciones

Dr. Alonso Ramirez Manzanares
Depto. de Matemáticas
Univ. de Guanajuato

e-mail: alram@cimat.mx
web: http://www.cimat.mx/~alram/info_apli2/

Ejemplo: Fabricación y Venta de plumas

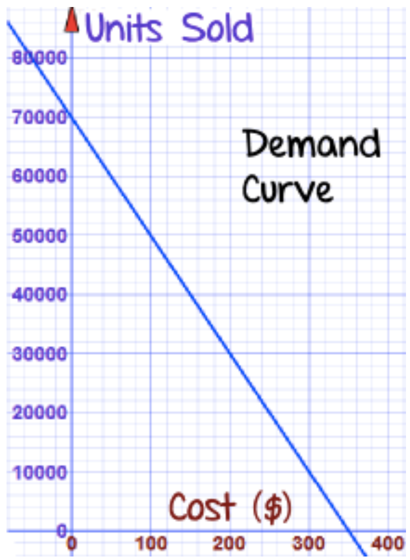
Tiene un nuevo diseño de plumas, quieres fabricarlas y obtener beneficios económicos con su venta.

Los costos son:

- $ 700,000 para montar fabrica, publicidad etc.
- $110 el costo de fabicación de cada pluma

Optimización de Funciones

Basado en ventas de plumas similares tienes la siguiente información de demanda contra precio



Es decir, UNIDADES_VENDIDAS = 70,000 – 200 P

donde P es el precio.

Optimización de Funciones

Entonces las preguntas

¿Cuál es el precio para maximizar ganancia?

y

¿Cuántas plumas debes de fabricar?

Optimización de Funciones

Dado que:

$$UNIDADES\_VENDIDAS = 70{,}000 – 200 * P$$

entonces

$$VENTA\ (en\ pesos) = UNIDADES\_VENDIDAS * P$$
$$= (70{,}000 – 200 * P) * P$$
$$= 70{,}000 * P – 200 * P^2$$

$$COSTO = 700{,}00 + 110 * UNIDADES\_VENDIDAS$$
$$= 700{,}00 + 110 * (70{,}000 – 200*P)$$
$$= 8{,}400{,}000 - 22{,}000 * P$$

Optimización de Funciones

GANACIA = VENTA - COSTO

$$= 70{,}000 * P - 200 * P^2 - (8{,}400{,}000 - 22{,}000 * P)$$

$$= -200 * P^2 + 92{,}000 * P - 8{,}400{,}000$$

¿que precio de plumas la ganancia es 0?

¿Queremos maximizar la ganancia ? ¿Produciendo cuantas plumas la maximizamos?, ¿cuanto ganamos?

Optimización de Funciones

Esta es la gráfica de la ganancia

El precio que da ganancia optima es 230

UNIDADES_VENDIDAS = 70,000 – 200 * P

VENTA = UNIDADES_VENDIDAS * P

COSTO = 700,00 + 110 * UNIDADES_VENDIDAS

GANACIA =   VENTA -   COSTO = $2,180,000

Optimización de Funciones de R^2 -R

Sea la función de Rosembrock en 2 variables

$$f(x_1, x_2) = (1 - x_1^2) + 100(x_2 - x_1^2)^2$$

Para graficarla en matlab

```
x1 = -0.7:0.05:1.1;
x2 = -0.1:0.05:1.1;

[X1 X2 F] = f_paraGraficar(x1,x2);

figure; contour(X1,X2,F,100); colorbar
```

Usando la función

```
function g = grad_f(x)
    df1 = -2 + 2*x(1) + 400*x(1)^3 - 400*x(1)*x(2);
    df2 = 200*(x(2) - x(1)^2);

    g = [df1; df2];
end
```

Optimización de Funciones de R^2 -> R

Sea la función de Rosembrock en 2 variables

$$f(x_1, x_2) = (1 - x_1^2) + 100(x_2 - x_1^2)^2$$

El vector gradiente de la función en R^2, es el siguiente

$$\nabla F(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 2x_1 + 400x_1^3 - 400x_1 x_2 \\ 200x_2 - x_1^2) \end{pmatrix}$$

Donde,

para calcular la derivadas parcial con respecto a x_1, se toma x_2 como constante.
para calcular la derivadas parcial con respecto a x_2, se toma x_1 como constante.

Algoritmo de desenso de gradiente

Para encontrar el mínimo de la función, una estrategia es la siguiente:

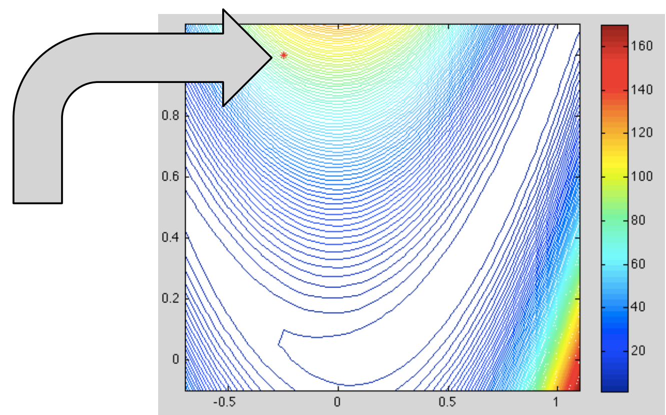
A) Iniciar desde un punto arbitrario $x^{\{0\}}$, nosotros usaremos el punto:

```
x0 = [-0.25 ; 1];
```

Para graficar el punto en la imagen (como un asterisco rojo) puedes usar:

```
figure; contour(X1,X2,F,100); colorbar
hold on

x0 = [-0.25 ; 1];
plot( x0(1) , x0(2) , '*r');
```



Algoritmo de desenso de gradiente

Este algoritmo dice que, para encontrar un mínimo de la función, una estrategia es la siguiente:

B) Calcular el siguiente punto en R^2 (le llamaremos $x^{\{1\}}$) que tiene un valor de función menor que el anterior (es decir, ir optimizando en la dirección contraria al gradiente) con la siguiente regla:

$$x^{\{1\}} = x^{\{0\}} - \alpha \nabla F(x_1^{\{0\}}, x_2^{\{0\}})$$

$$x^{\{2\}} = x^{\{1\}} - \alpha \nabla F(x_1^{\{1\}}, x_2^{\{1\}})$$

$$\dots$$

$$x^{\{i+1\}} = x^{\{i\}} - \alpha \nabla F(x_1^{\{i\}}, x_2^{\{i\}})$$

Donde alfa= 0.001 es un *"tamaño de paso"* pequeñito, i = 1…N con N muy grande, o bien hasta que el punto x^i y el x^{i+1} sean casi iguales.

Tarea :

Programar este algoritmo de desenso de gradiente, de tal forma que se grafiquen los paso que se van dando, y que al final se indique en que coordenada está el mínimo de la función.

Deberán de mostrar algo como (en este caso el algoritmo dió solo 40 pasos):