

## Temas principales del curso

1. Prólogo: sobre el uso de matemáticas para algoritmos
2. Complejidad de algoritmos:
  - 1) Recurrencias
  - 2) Notación asintótica y propiedades
  - 3) Clases de complejidad
3. Algoritmos sobre *stable marriage*
4. Algoritmos sobre grafos
5. T.S. de geometría computacional
6. Algoritmos sobre cadenas
7. Algoritmos sobre flujos
8. Algoritmos probabilísticos: *streaming - sketching - sampling*

## Prólogo: sobre el uso de matemáticas para algoritmos

*People who analyze algorithms have double happiness. First of all they experience the sheer beauty of elegant mathematical patterns that surround elegant computational procedures. Then they receive a practical payoff when their theories make it possible to get other jobs done more quickly and more economically.*     **D. E. Knuth**

Computer science is no more about computers than astronomy is about telescopes.

Edsger Dijkstra

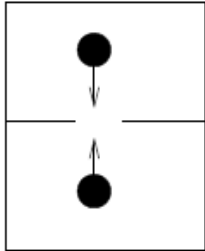
### Ejemplos:

1. Algoritmos con un componente aleatorio
2. Verificar si un algoritmo es correcto
3. Analizar complejidad de un algoritmo

## 1. Algoritmos con un componente aleatorio

### Ejemplo 1: Toma de decisión distribuida

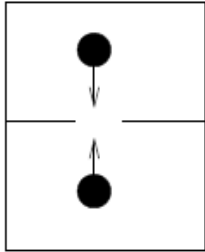
Pasar por una puerta angosta SIN recurrir a un supervisor.



## 1. Algoritmos con un componente aleatorio

### Ejemplo 1: Toma de decisión distribuida

Pasar por una puerta angosta SIN recurrir a un supervisor.



Solución:

cada uno lanza una moneda;

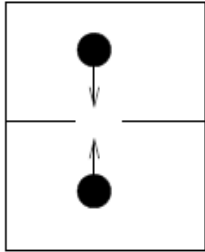
el resultado determina la acción (tratar de pasar o dejar pasar)

Si nadie puede avanzar, se repite lo anterior.

## 1. Algoritmos con un componente aleatorio

### Ejemplo 1: Toma de decisión distribuida

Pasar por una puerta angosta SIN recurrir a un supervisor.



Solución:

cada uno lanza una moneda;

el resultado determina la acción (tratar de pasar o dejar pasar)

Si nadie puede avanzar, se repite lo anterior.

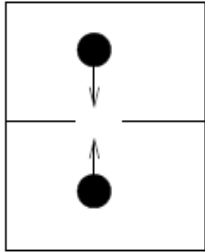
### Ejemplo 2: Calcular *heavy hitters* in big data

¿Cómo calcular los valores que más ocurren en un stream de datos sin guardarlos?

## 1. Algoritmos con un componente aleatorio

### Ejemplo 1: Toma de decisión distribuida

Pasar por una puerta angosta SIN recurrir a un supervisor.



Solución:

cada uno lanza una moneda;

el resultado determina la acción (tratar de pasar o dejar pasar)

Si nadie puede avanzar, se repite lo anterior.

### Ejemplo 2: Calcular *heavy hitters* in big data

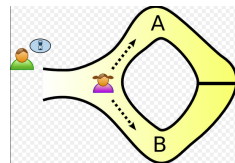
¿Cómo calcular los valores que más ocurren en un stream de datos sin guardarlos?

### Ejemplo 3: Hacer cálculos conservando la privacidad

¿Cómo calcular el ingreso promedio de  $n$  personas sin revelar a los demás el ingreso de cada uno?

### Ejemplo 4: Zero-knowledge proofs

Convencer a alguien de saber un secreto sin revelar el secreto.



¿Alicia sabe abrir la puerta secreta?

## 2. Verificar si un algoritmo es correcto

Recuérdense el significado en un algoritmo de:

$$x = x + 1$$

## 2. Verificar si un algoritmo es correcto

Recuérdense el significado en un algoritmo de:

$$x = x + 1$$

**Quiz:** describe efecto del siguiente código si  $x, y \in \mathcal{N}$ :

$$x = x + y$$

$$y = x - y$$

$$x = x - y$$



## 2. Verificar si un algoritmo es correcto

**Ejemplo 1:** calcular  $a^n, n \in \mathcal{N}$

**Dado**  $a$  y  $n$

$k = 0; \quad b = 1$

**while**  $k \neq n$

$k = k + 1$

$b = b * a$

**regresa**  $b$

## 2. Verificar si un algoritmo es correcto

**Ejemplo 1:** calcular  $a^n, n \in \mathcal{N}$

**Dado**  $a$  y  $n$

$k = 0; \quad b = 1$

$b = a^k, k \leq n$

**while**  $k \neq n$

$k = k + 1$

$b = b * a$

**regresa**  $b$

## 2. Verificar si un algoritmo es correcto

**Ejemplo 1:** calcular  $a^n, n \in \mathcal{N}$

**Dado**  $a$  y  $n$

$k = 0; \quad b = 1$

$b = a^k, k \leq n$

**while**  $k \neq n$

$b = a^k, k < n$

$k = k + 1$

$b = b * a$

**regresa**  $b$

## 2. Verificar si un algoritmo es correcto

**Ejemplo 1:** calcular  $a^n, n \in \mathcal{N}$

**Dado**  $a$  y  $n$

$k = 0; \quad b = 1$

$$b = a^k, k \leq n$$

**while**  $k \neq n$

$$b = a^k, k < n$$

$k = k + 1$

$$b = a^{k-1}, k \leq n$$

$b = b * a$

$$b = a^k, k \leq n$$

**regresa**  $b$

$$b = a^k, k = n$$

## 2. Verificar si un algoritmo es correcto

**Ejemplo 2:** calcular  $a^n, n \in \mathcal{N}$

**Dado**  $a$  y  $n$

$k = n; \quad b = 1; \quad c = a$

**while**  $k \neq 0$

**if**  $(k \bmod 2) = 0$

$k = k \operatorname{div} 2$

$c = c * c$

**else**

$k = k - 1$

$b = b * c$

**regresa**  $b$

## 2. Verificar si un algoritmo es correcto

**Ejemplo 2:** calcular  $a^n, n \in \mathcal{N}$

**Dado**  $a$  y  $n$

$k = n; \quad b = 1; \quad c = a$

$$a^n = b * c^k, k \geq 0$$

**while**  $k \neq 0$

**if**  $(k \bmod 2) = 0$

$k = k \operatorname{div} 2$

$c = c * c$

**else**

$k = k - 1$

$b = b * c$

**regresa**  $b$

$$a^n = b * c^k, k = 0$$

### 3. Analizar complejidad de un algoritmo

#### 1. Análisis de complejidad (en el tiempo o memoria):

estudio de cómo la complejidad cambia en función del tamaño (o parámetro fundamental) de un problema.

2. Caso de particular interés aquí: algoritmos recursivos.

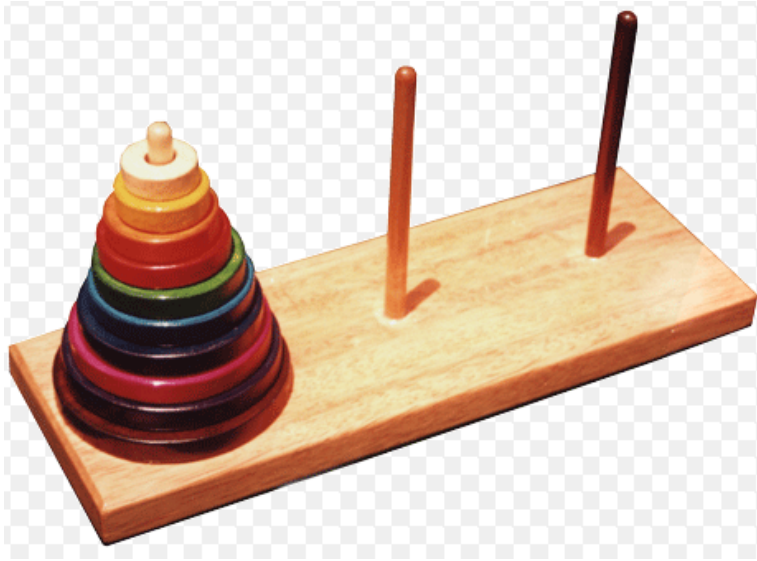
3. Construir un algoritmo es muy ligado a derivar la ecuación de recursión de su complejidad.

## Ejemplo 1: Caja de Dominos

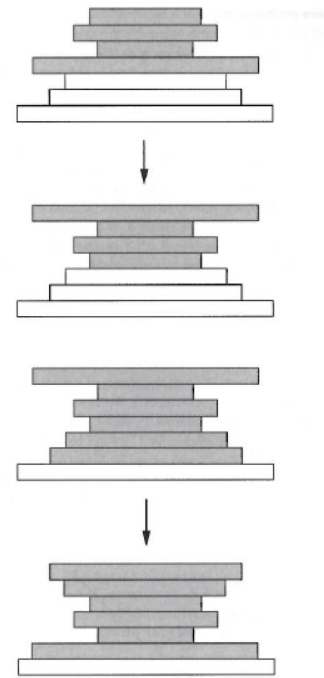




## Ejemplo 2: Torres de Hanoi



### Ejemplo 3: Ordenar hotcakes según tamaño



## Ejemplo 4: Mergesort