

A horizontal brushstroke of green paint on a white background. The stroke is roughly rectangular but has irregular, feathered edges, particularly on the left and right sides. The color is a medium, vibrant green. The word "SPLINES" is written in white, uppercase, sans-serif font in the center of the stroke.

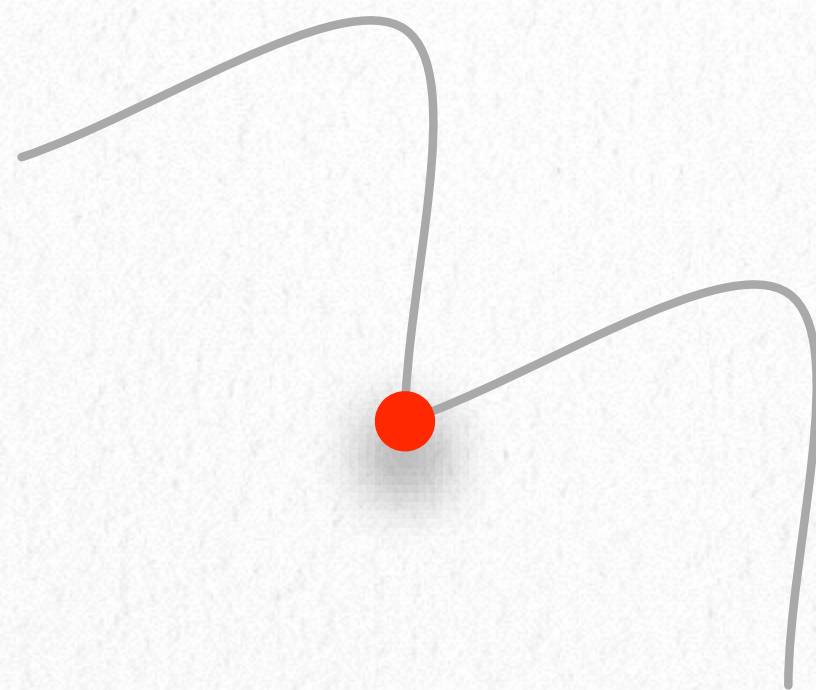
SPLINES

Splines

- Curvas polinomiales por pedazos que tienen localmente una forma muy simple y globalmente siguen siendo flexibles y suaves.
- Propiedades:
 - continuidad,
 - control local,
 - interpolación.

Continuidad

- Curvas cúbicas continuas y diferenciables.
- Sólo tenemos que preocuparnos en sus derivadas en los puntos de amarre donde dos curvas se unen.
- Una unión tiene continuidad C^0 (posicional) si un segmento de curva empieza donde el segmento previo termina:



Continuidad

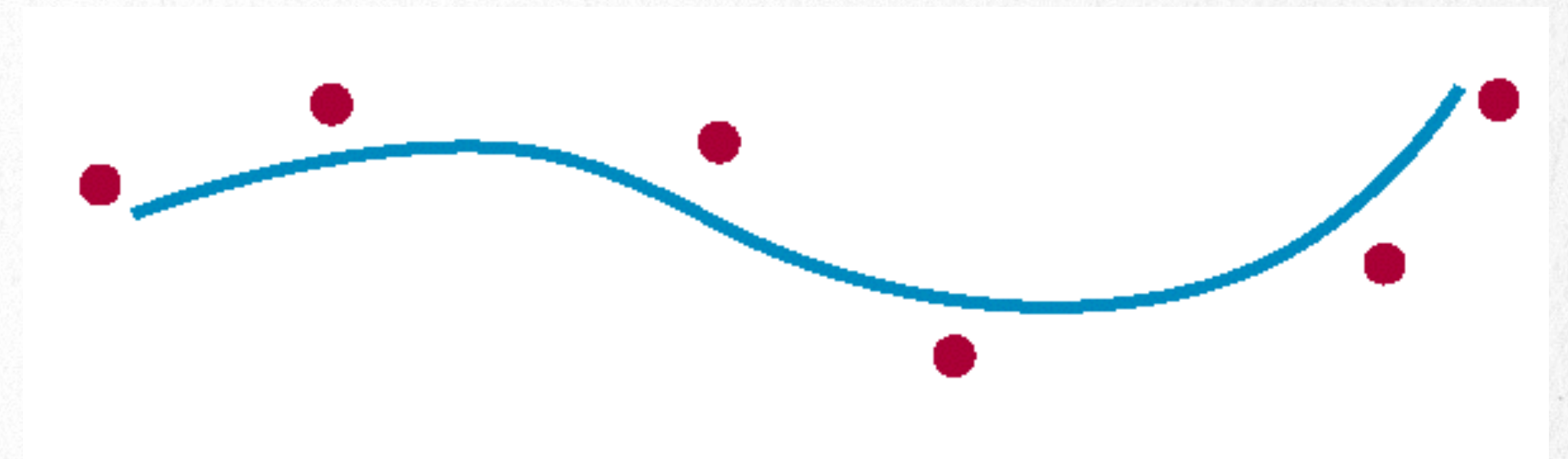
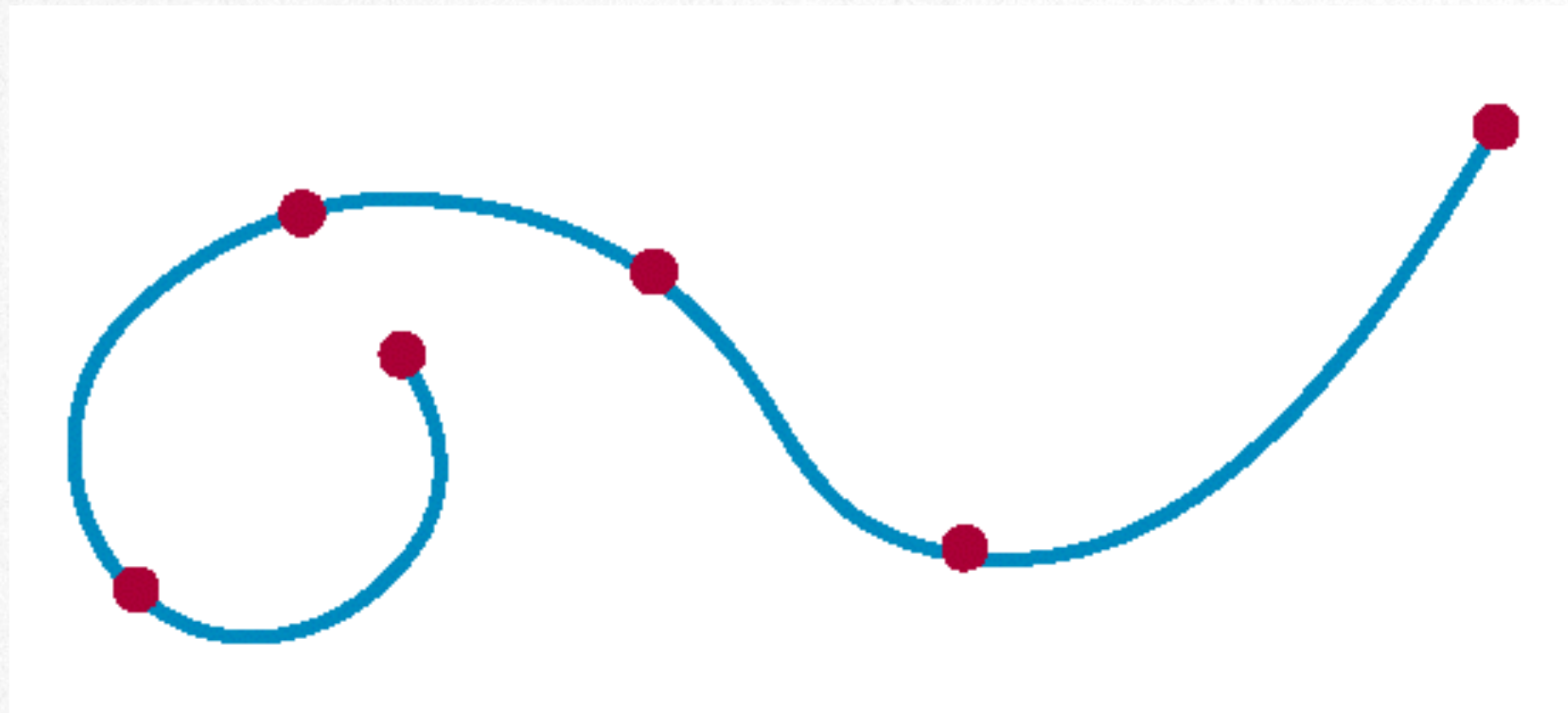
- La unión tiene continuidad $C1$ si tiene continuidad en posición y tangencial.



- La unión tiene continuidad $C2$ o en curvatura si la curvatura al inicio de un segmento es la misma que al final del segmento previo.



Interpolación vs. Aproximación



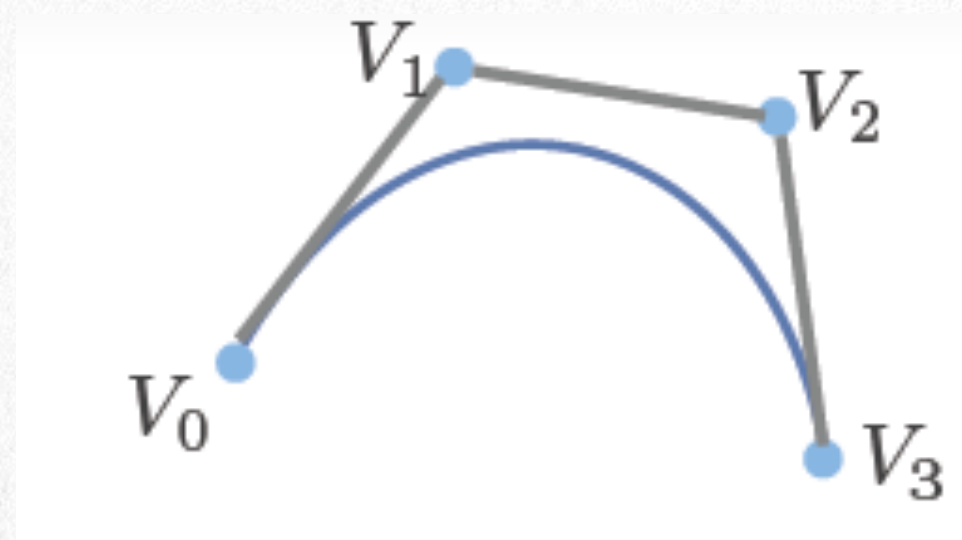
B-Splines

- Curvas polinomiales por pedazos.
- Permite aproximar cualquier número de puntos de control por curvas de grado fijo, por ejemplo cúbicas por pedazos.
- Principales ventajas:
 - Control local de la curva.
 - Curvas de grado poco elevado.

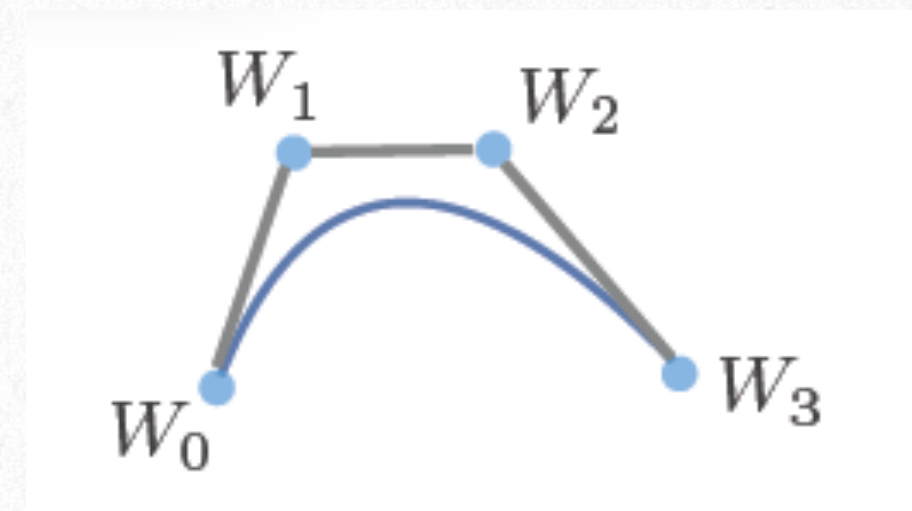
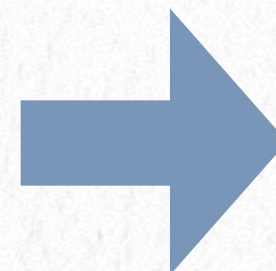
R. Malgouyres. Algorithmes pour la Synthèse d'images et l'animation 3D. Dunod, 2005.

B-Splines

- Podemos unir múltiples curvas de Bézier para crear B-Splines.
- Debemos asegurar continuidad C^2 cuando dos curvas se unan.
- Sean dos curvas de Bézier con puntos de control (V_0, V_1, V_2, V_3) y (W_0, W_1, W_2, W_3) :



$$\begin{aligned}Q_V(1) &= Q_W(0) \\Q'_V(1) &= Q'_W(0) \\Q''_V(1) &= Q''_W(0)\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}V_3 &= W_0 \\V_3 - V_2 &= W_1 - W_0 \\V_1 - 2V_2 + V_3 &= W_0 - 2W_1 + W_2\end{aligned}$$

$$W_2 = V_1 + 4V_3 - 4V_2$$

La base de $N_{i,k}$

- Base $N_{i,k}$.
- Definición de B-Splines.
- Algoritmo de Boor.