Álgebra I
Tarea 7

Carlos Vargas

Fecha de entrega: **Martes 24 de Octubre del 2017.**

Realice las divisiones polinomiales

$$\frac{p(x)}{q(x)} = h(x) + \frac{r(x)}{q(x)}$$

(es decir, encontrar $h(x)$ y $r(x)$) utilizando la división usual y *también* la división sintética *en los dos órdenes distintos*, para los distintos valores de $p(x)$ y $q(x)$ como se muestra en el ejemplo.

Ejemplo:

$$p(x) := x^4 + x^2 + 1, \quad q(x) := (x^2 - 4).$$

Por diferencia de cuadrados $q(x) = (x^2 - 4) = (x + 2)(x - 2)$. Entonces tenemos que dividir $p(x)$ entre alguno de los factores y después dividir el resultado entre el segundo factor. Lo hacemos primero en el orden $(x + 2), (x - 2)$, y después en el orden inverso.

División sintética de $p(x)$ entre $(x + 2)$:

$$\begin{array}{cccccc} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ (a = -2) & \downarrow & -2 & 4 & -10 & 20 \\ & 1 & -2 & 5 & -10 & 21 \end{array}$$

entonces $\frac{p(x)}{q(x)} = x^3 - 2x^2 + 5x - 10 + \frac{21}{x+2}$. Ahora tenemos que dividir entre $(x - 2)$. De dividir residuo anterior entre $x - 2$ nos da simplemente $\frac{21}{(x+2)(x-2)}$. El polinomio restante $x^3 - 2x^2 + 5x - 10$ lo dividimos entre $x - 2$ con division sintética:

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & -2 & 5 & -10 \\ (a = 2) & \downarrow & 2 & 0 & 10 \\ & 1 & 0 & 5 & 0 \end{array}$$

Por lo tanto $h(x) = x^2 + 5$. Si el residuo hubiera dado c, la formula para el residuo quedaría

$$\frac{r(x)}{q(x)} = \frac{c}{x - 2} + \frac{21}{(x + 2)(x - 2)} = \frac{c(x + 2) + 21}{(x + 2)(x - 2)}$$

Como en nuestro caso $c = 0$, el residuo queda

$$r(x) = 21$$

Ahora lo hacemos en el orden inverso. Comenzamos con la división sintética por $(x - 2)$.

$$\begin{array}{ccccccc} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ (a=2) & \downarrow & 2 & 4 & 10 & 20 \\ & 1 & 2 & 5 & 10 & 21 \end{array}$$

Ahora el resultadolo dividimos entre $(x-2)$

$$\begin{array}{cccccc} & 1 & 2 & 5 & 10 \\ (a=-2) & \downarrow & 2 & 0 & -10 \\ & 1 & 0 & 5 & 0 \end{array}$$

Por lo que nuevamente $h(x) = x^2 + 5$ y $r(x) = 21$

1. $p(x) = x^4 - 5x^3 + x$, $q(x) = x^2 - 1$
2. $p(z) = z^4 + 2z^3 + z^2$, $q(z) = z^2 + 14z + 49$
3. $p(x) = x^4 + 2x + 1$, $q(x) = x^2 + 5x + 6$