

## Resumen de reglas de operaciones con números y manipulación de fracciones

- *Multiplicación.* El símbolo  $\times$  casi no se usa para la multiplicación (se confunde con la letra  $x$ ). Se usa en su lugar un punto  $\cdot$ , o a veces nada (si no causa confusión). Por ejemplo, escribimos  $2 \cdot 3 = 6$  (en lugar de  $2 \times 3 = 6$ ),  $2(3 + 5) = 2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 8 = 16$ .

- *División.* Se denota por  $a/b$ ,  $\frac{a}{b}$ ,  $a \div b$  (el último se usa muy poco). Cada notación tiene su ventaja.

$$(2 - 1/2)/(1 - 1/3) = (2 - 1/2) \div (1 - 1/3) = \frac{2 - 1/2}{1 - 1/3} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3}}$$

- *Resta y negativo.* El símbolo  $-$  se usa para la resta, como en  $7 - 3 = 4$ , pero también se usa para la operación de tomar el negativo de un número, como en  $-3$ . Para evitar confusión, utilizamos paréntesis para indicar el segundo uso, como en  $-(2 - 3) = -(-1) = 1$ ,  $2 \cdot (-3) = -6$  (y no  $2 \cdot -3 = 6$ ). A veces, si no hay confusión, omitimos los paréntesis,  $(-2) + 3 = -2 + 3$ .

- *Conmutatividad de adición y multiplicación:*

$$a + b = b + a, \quad a \cdot b = b \cdot a.$$

Por ejemplo,  $3 + 5 = 5 + 3 = 8$ ,  $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3 = 15$ .

*Ojo:* la resta y la división *no* son conmutativas,  $5 - 3 = 2$ ,  $3 - 5 = -2$ ,  $4/2 = 2$ ,  $2/4 = 1/2$ .

- *La ley distributiva de la multiplicación y división sobre la adición y resta* (la ley de 'quitar paréntesis')

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad \frac{a + b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

(en la segunda fórmula  $c \neq 0$ ).

Por ejemplo,  $2(3 + 5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 6 + 10 = 16$ ,  $(18 - 27)/3 = 18/3 - 27/3 = 6 - 9 = -3$ .

*Ojo:* también es importante saber cuál ley *no* es correcta. Por ejemplo,  $(6 + 4)/2 \neq 6 + 4/2$ ,  $-(3 + 4) \neq -3 + 4$ ,  $(-3)^2 \neq -3^2$ .

- *Orden de las operaciones:* multiplicación y división tienen prioridad sobre suma y resta. Potencia tiene prioridad sobre multiplicación y división.

Por ejemplo,  $2 + 3 \cdot 2 = 2 + 6 = 8$  (primero se multiplica, después se suma),  $9 \div 3 - 10 \div 5 = 3 - 2 = 1$  (primero se hace las divisiones, después la resta),  $-3^2 = -9$  (primero se toma el cuadrado, después se toma el negativo).

Entre suma y resta el orden de las operaciones no importa:  $2 + 6 - 3 = (2 + 6) - 3 = 2 + (6 - 3) = 5$ . Entre multiplicaciones tampoco importa el orden:  $2 \cdot 6 \cdot 3 = (2 \cdot 6) \cdot 3 = 2 \cdot (6 \cdot 3) = 36$ . Con multiplicación seguida por división tampoco:  $2 \cdot 6/3 = (2 \cdot 6)/3 = 2 \cdot (6/3) = 4$ . Pero con división seguida por multiplicación sí importa el orden:  $(8/4) \cdot 2 = 2 \cdot 2 = 4$ ,  $8/(4 \cdot 2) = 8/8 = 1$ .

*Ojo:* en muchos casos, aun si da el mismo resultado, al hacerlo en un orden es más fácil que el otro. Por ejemplo: cuánto es  $12 \cdot 34/17$ ? Podemos hacerlo así:  $(12 \cdot 34)/17 = 408/17 = 24$ , pero es más fácil hacer la división primero:  $12 \cdot (34/17) = 12 \cdot 2 = 24$ . ¿Cómo saber? Experiencia.

- Si queremos romper estas reglas de prioridad usamos paréntesis:  $(2 + 3) \cdot 2 = 5 \cdot 2 = 10$ ,  $(6/3 - 10)/5 = (2 - 10)/5 = (-8)/5 = -\frac{8}{5}$ ,  $(-3)^2 = 9$ .

- Una regla *muy útil* para la manipulación de fracciones: *al multiplicar o dividir el numerador y el denominador de una fracción por el mismo número (distinto de 0), no cambia el valor de la fracción* (da una fracción “equivalente”):

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}, \quad \frac{14}{21} = \frac{14/7}{21/7} = \frac{2}{3}, \quad \frac{1.01}{0.1} = \frac{1.01 \cdot 10}{0.1 \cdot 10} = \frac{10.1}{1} = 10.1$$

Usando esta regla, se puede simplificar (o ‘reducir’) cualquier fracción a su forma más simple, dividiendo el numerador y denominador entre sus factores comunes (se puede hacerlo sucesivamente, varias veces, hasta que no tienen factores comunes):

$$\frac{336}{480} = \frac{336/4}{480/4} = \frac{84}{120} = \frac{84/4}{120/4} = \frac{21}{30} = \frac{21/3}{30/3} = \frac{7}{10}.$$

- Para *sumar o restar fracciones* las llevamos primero a un denominador común, y después usamos la ley de distribución:

$$\frac{5}{6} - \frac{7}{8} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} - \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{20}{24} - \frac{21}{24} = \frac{20 - 21}{24} = \frac{-1}{24} = -\frac{1}{24}.$$

$$2 - \frac{17}{7} = \frac{14}{7} - \frac{17}{7} = \frac{14 - 17}{7} = \frac{-3}{7} = -\frac{3}{7}.$$

- Multiplicar fracciones* es fácil:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}.$$

- División de fracciones* es un poco más complicado:

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 5} = \frac{14}{15}.$$

En palabras: “se multiplica el numerador por el *recíproco* del denominador” (el recíproco de un número  $x$  es  $1/x$ ; el recíproco de  $a/b$  es  $b/a$ ). En fórmula:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

*Ojo:* esta regla es típicamente más útil que la famosa “ley de sandwich”.

- No usamos “fracciones mixtas”. Por ejemplo, escribimos  $\frac{5}{2}$  en lugar de  $2\frac{1}{2}$ .
- Una fracción negativa la escribimos como el negativo de una fracción positiva. Por ejemplo, escribimos  $-\frac{3}{5}$  en lugar de  $\frac{-3}{5}$ .
- Fracciones decimales, como 2.5, 0.034, son fracciones cuyo denominador es una potencia de 10. Por ejemplo,

$$2.5 = \frac{25}{10}, \quad 0.034 = \frac{34}{1000}, \quad 3.5 - \frac{3}{7} = \frac{35}{10} - \frac{3}{7} = \frac{7}{2} - \frac{3}{7} = \frac{7 \cdot 7 - 3 \cdot 2}{14} = \frac{49 - 6}{14} = \frac{35}{14}.$$

- Cuando se hace cuentas con fracciones es importantes mantener los ‘ejes’; por ejemplo

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}} = 1 + \frac{1}{\frac{3}{3} + \frac{2}{3}} = 1 + \frac{1}{\frac{3+2}{3}} = 1 + \frac{1}{\frac{5}{3}} = 1 + \frac{3}{5} = \frac{5}{5} + \frac{3}{5} = \frac{5+3}{5} = \frac{8}{5}.$$