

$$\begin{aligned}
 F(x) &= \int_{\pi/2}^{x^3} \cos t \, dt \\
 &= \left. \operatorname{sen} t \right|_{\pi/2}^{x^3} \\
 &= \operatorname{sen} x^3 - \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} \\
 &= (\operatorname{sen} x^3) - 1
 \end{aligned}$$

De esta manera, la regla de la cadena permite ver que la derivada es la misma que se ha obtenido en el Ejemplo 8.

$$F'(x) = (\cos x^3)(3x^2)$$

Ejercicios de la Sección 4.4

*Para pensar* En los Ejercicios 1-4, representar el integrando en la calculadora y usar la gráfica para determinar si la integral definida es positiva, negativa o cero.

- |   |                                      |
|---|--------------------------------------|
| 1. $\int_0^{\pi} \frac{4}{x^2 + 1} \, dx$ | 2. $\int_0^{\pi} \cos x \, dx$       |
| 3. $\int_{-2}^2 x\sqrt{x^2 + 1} \, dx$    | 4. $\int_{-2}^2 x\sqrt{2 - x} \, dx$ |

En los Ejercicios 5-24, calcular la integral definida y usar la calculadora para verificar el resultado.

- |   |   |
|---|---|
| 5. $\int_0^1 2x \, dx$                                | 6. $\int_2^7 3 \, dv$                                       |
| 7. $\int_{-1}^0 (x - 2) \, dx$                        | 8. $\int_2^5 (-3v + 4) \, dv$                               |
| 9. $\int_{-1}^1 (t^2 - 2) \, dt$                      | 10. $\int_0^2 (3x^2 + x - 2) \, dx$                         |
| 11. $\int_0^1 (2t - 1)^2 \, dt$                       | 12. $\int_{-1}^1 (t^3 - 9t) \, dt$                          |
| 13. $\int_1^2 \left( \frac{3}{x^2} - 1 \right) \, dx$ | 14. $\int_{-2}^{-1} \left( u - \frac{1}{u^2} \right) \, du$ |
| 15. $\int_1^4 \frac{u - 2}{\sqrt{u}} \, du$           | 16. $\int_{-3}^3 v^{1/3} \, dv$                             |
| 17. $\int_{-1}^1 (\sqrt[3]{t} - 2) \, dt$             | 18. $\int_1^8 \sqrt{\frac{2}{x}} \, dx$                     |
| 19. $\int_0^1 \frac{x - \sqrt{x}}{3} \, dx$           | 20. $\int_0^2 (2 - t) \sqrt{t} \, dt$                       |

- |   |   |
|---|---|
| 21. $\int_{-1}^0 (t^{1/3} - t^{2/3}) \, dt$ | 22. $\int_{-8}^{-1} \frac{x - x^2}{2\sqrt[3]{x}} \, dx$ |
| 23. $\int_0^2  2x - 3  \, dx$               | 24. $\int_0^4  x^2 - 4x + 3  \, dx$                     |

En los Ejercicios 25-30, calcular la integral definida de la función trigonométrica que se especifica y comprobar el resultado en la calculadora.

- |   |   |
|---|---|
| 25. $\int_0^{\pi} (1 + \operatorname{sen} x) \, dx$                           | 26. $\int_0^{\pi/4} \frac{1 - \operatorname{sen}^2 \theta}{\cos^2 \theta} \, d\theta$ |
| 27. $\int_{-\pi/6}^{\pi/6} \sec^2 x \, dx$                                    | 28. $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (2 - \operatorname{cosec}^2 x) \, dx$                       |
| 29. $\int_{-\pi/3}^{\pi/3} 4 \sec \theta \operatorname{tg} \theta \, d\theta$ | 30. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (2t + \cos t) \, dt$                                       |

**31. Depreciación** Una máquina tiene un ritmo de depreciación  $dV/dt = 10,000(t - 6)$ ,  $0 \leq t \leq 5$ , donde  $V$  es el valor de la máquina después de  $t$  años. Formular y calcular una integral definida que represente el valor de la máquina a los tres años.

**32. El experimento de la aguja de Buffon** En un plano horizontal se han marcado rectas paralelas a 2 pulgadas de distancia cada una de la siguiente. Si se lanza al azar una aguja de 2 pulgadas de longitud sobre el plano, la probabilidad de que la aguja toque alguna recta es

$$P = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \operatorname{sen} \theta \, d\theta$$

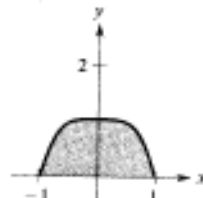
donde  $\theta$  es el ángulo agudo que forma la aguja con la dirección de las rectas. Calcular esa probabilidad.

En los Ejercicios 33-38, determinar el área de la región que se indica.

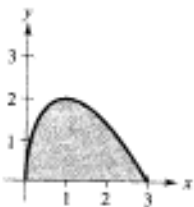
33.  $y = x - x^2$



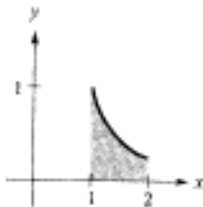
34.  $y = 1 - x^4$



35.  $y = (3 - x)\sqrt{x}$



36.  $y = \frac{1}{x^2}$



37.  $y = \cos x$



38.  $y = x + \sin x$



En los Ejercicios 39-42, hallar el área de la región acotada por las gráficas dadas.

39.  $y = 3x^2 + 1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ ,  $y = 0$

40.  $y = 1 + \sqrt{x}$ ,  $x = 0$ ,  $x = 4$ ,  $y = 0$

41.  $y = x^3 + x$ ,  $x = 2$ ,  $y = 0$

42.  $y = -x^2 + 3x$ ,  $y = 0$

En los Ejercicios 43-46, hallar el valor de  $c$  anunciado por el teorema del valor medio para integrales para la función y el intervalo que se especifican.

<u>Función</u>	<u>Intervalo</u>
43. $f(x) = x - 2\sqrt{x}$	$[0, 2]$

44. $f(x) = \frac{9}{x^2}$	$[1, 3]$
----------------------------	----------

45. $f(x) = 2 \sec^2 x$	$[-\pi/4, \pi/4]$
-------------------------	-------------------

46. $f(x) = \cos x$	$[-\pi/3, \pi/3]$
---------------------	-------------------

En los Ejercicios 47-50, representar la función en la calculadora. Hallar su valor medio en el intervalo y todos los valores de  $x$  en ese intervalo en los que la función toma su valor medio.

<u>Función</u>	<u>Intervalo</u>
47. $f(x) = 4 - x^2$	$[-2, 2]$

48. $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2}$	$[\frac{1}{2}, 2]$
----------------------------------	--------------------

49. $f(x) = \sin x$	$[0, \pi]$
---------------------	------------

50. $f(x) = \cos x$	$[0, \pi/2]$
---------------------	--------------

**Para pensar** En los Ejercicios 51-56, usar la gráfica de  $f$  que muestra la figura. La región sombreada  $A$  tiene área 1,5 y  $\int_0^6 f(x) dx = 3,5$ . Con esta información, rellenar los espacios en blanco.

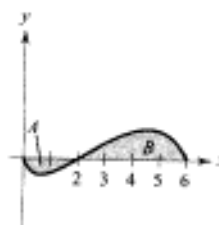
51.  $\int_0^2 f(x) dx =$

52.  $\int_2^6 f(x) dx =$

53.  $\int_0^6 |f(x)| dx =$

54.  $\int_0^2 -2f(x) dx =$

55.  $\int_0^6 [2 + f(x)] dx =$



56. El valor medio de  $f$  en  $[0, 6]$  es .

57. **Para pensar** Dada la gráfica de  $f$  que aparece en la figura,

a) Calcular  $\int_1^7 f(x) dx$ .

b) Determinar el valor medio de  $f$  en  $[1, 7]$ .

c) Repetir a) y b) con la gráfica de  $f$  trasladada dos unidades hacia arriba.

