

# Examen 1

## Cálculo II

27 de febrero, 2014

Muestra todo tu trabajo. Escribe tus respuestas de tal manera que yo pueda seguir tus ideas.

1. Calcula la ecuación de la recta tangente a la elipse  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  en el punto  $(1, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ .
2. La superficie (el área) de un cubo crece a una razón constante de  $4\text{cm}^2/\text{seg}$ . ¿Qué tan rápido está creciendo el volumen de dicho cubo, cuando su lado mide  $2\text{cm}$ ?
3. Calcula los puntos críticos (si es que los hay) de  $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2 - 1$  y decide si son máximos locales, mínimos locales o ninguno de ellos.
4. Grafica  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ . Para ello, calcula su dominio, decide si es par o impar (o ninguna de ellas), su comportamiento asintótico, su límite cuando  $x \mapsto \pm\infty$ , sus cruces con los ejes coordenados, puntos críticos, intervalos donde crece o decrece, puntos de inflexión e intervalos donde es cóncava o convexa.
5. Prueba que de todos los rectángulos de área 1, el que tiene menor perímetro es el cuadrado de lado 1. Asegúrate de mencionar el intervalo donde este problema de optimización tiene sentido. Explica.

EXTRA: Encuentra una función  $f$  que tenga un punto de inflexión en  $x = 0$  y que  $f'(0) = 8$ . Explica como la encuentraste.