

Ejercicios de Práctica

Cálculo Integral

1. Escribe en forma reducida las siguientes sumas.

i) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{1048576}$.

ii) $\frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{7}{6} + \dots + \frac{101}{100}$.

iii) $5 + 25 + 125 + \dots + 9765625$.

iv) $1 + 6 + 11 + 16 + 21 + \dots + 501$.

2. Escribe en forma extendida las siguientes sumas.

i) $\sum_{i=0}^{10} a_i + 1$.

ii) $\sum_{k=0}^{11} 2$.

iii) $\sum_{j=2}^6 \frac{j+1}{j^2+3}$.

3. Encuentra una fórmula en función de n para las siguientes sumas.

i) $\sum_{\substack{i=j \\ \text{menor que } n}}^n a$ donde $a \in \mathbb{R}$ y j es cualquier entero menor que n .

ii) $\sum_{i=1}^n 4(i+1)(i-2)$.

iii) $\sum_{j=2}^n (5j^3 - 3j + 1)$.

4. Utiliza sumas superiores para encontrar el área bajo la curva f en el intervalo $[a, b]$ correspondientes en cada caso.

i) $f(x) = x^3$ en $[-1, 3]$.

ii) $f(x) = x^2 + x + 1$ en $[3, 4]$.

iii) $f(x) = 3x^3 + 4x$ en $[0, 2]$.

5. Utiliza sumas inferiores para encontrar el área bajo la curva f en el intervalo $[a, b]$ correspondientes en cada caso.

i) $f(x) = 4x^3 - 1$ en $[2, 5]$.

ii) $f(x) = -5x^2$ en $[0, 2]$.

iii) $f(x) = -3x^3 + 4x$ en $[-2, 0]$.

6. Encuentra las sumas de Riemann de la función f en el intervalo $[a, b]$ con la partición correspondiente en cada caso.

i) $f(x) = x - \frac{3}{2}$ en $[0, 2]$ con $P = \{0, 0.5, 0.7, 1, 1.3, 1.8, 2\}$ y x_i 's son los elementos menores de cada subintervalo.

ii) $f(x) = 7x^2$ en $[-4, 4]$ con una partición de 10 elementos donde los \bar{x}_i 's son los puntos medios de cada subintervalo.

iii) $f(x) = \cos(x)$ en $[0, 4\pi]$ con $P = \{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi, 3\pi, 4\pi\}$ y x_i 's son los elementos mayores de cada subintervalo.

7. Deriva las siguientes funciones con respecto a x .

i) $\int_0^x u^2 du$.

ii) $\int_3^{x^2} (u^3 + 1) du$.

iii) $\int_{-2}^{x^4+1} \frac{u^2}{u+3} du$.

iv) $\int_0^4 \cos^3(u) \sin(u^2 + 1) du$.

v) $\int_0^x (x^2 + 1) \cos(u + 1) du$.

8. Acota por arriba y por abajo las siguientes funciones.

i) $\int_0^3 x dx$.

ii) $\int_{-1}^1 x^2 dx$.

9. Determina las siguientes integrales utilizando el Teorema Fundamental del Cálculo.

i) $\int_0^\pi \cos(4x) dx$.

ii) $\int_0^\pi \sin^2(x) dx$. Sugerencia. Usa una identidad trigonométrica.

iii) $\int_3^5 (x^3 + 4x + 5) dx$.

iv) $\int_{-3}^{-1} \frac{x^2 - x}{x - 1} dx$.

10. Determina las siguientes integrales utilizando el método de sustitución.

i) $\int \frac{\sin^3(x)}{\cos(x)} dx.$

ii) $\int \frac{\sin(4x)}{\sqrt{1-4\cos(4x)}} dx.$

iii) $\int \frac{\sqrt{\tan(x)+1}}{\cos^2(x)} dx.$

iv) $\int_2^4 \frac{1}{(x-1)^2} dx.$

v) $\int_{-2}^2 \frac{t+1}{\sqrt{t^2+2t+4}} dx.$

11. Determina las siguientes integrales.

i) $\int_{-2}^2 x^2 dx.$

ii) $\int_1^1 \frac{x-1}{x^2} dx.$

iii) $\int_3^{-3} (x^3+x) dx.$

iv) $\int_0^{4\pi} \sin(x) dx.$

12. Determina el valor promedio de las siguientes funciones en los intervalos correspondientes.

i) $f(x) = x^2 + x + 1$ en $[3, 5]$

ii) $f(x) = \cos(x)$ en $[0, \pi]$.

iii) $f(x) = \frac{x^2}{x^2+4}$ en $[-2, 4]$.

13. Encuentra los c tales que satisfagan el Teorema del Valor Medio para integrales para la función f en el intervalo $[a, b]$ correspondientes.

i) $f(x) = 3x^3$ en $[-2, 3]$.

ii) $f(x) = 4x^2 - 2x + 6$ en $[0, 10]$.