

Guía para el examen parcial núm. 2

fecha del examen: jueves, 24 mayo, 2018

- Encuentra una ecuación para cada una de la rectas dadas por las siguientes condiciones:  
(Nota: puede haber más que una recta en algún inciso.)
  - Pasa por  $(2, 3)$  y  $(5, 6)$ .
  - Pasa por  $(3, 4)$  y es perpendicular a la recta  $5x + 6y = 7$ .
  - Tiene pendiente  $m = -3/4$  e intersecta el eje de  $x$  en  $x = -5$ .
  - Es vertical y pasa por  $(2, 3)$ .
  - Es horizontal y pasa por  $(-10, 0)$ .
  - Es tangente al círculo  $x^2 + y^2 + x + y = 0$  y pasa por  $(10, 0)$ .
  - Pasa por  $(2, 1)$  y es tangente a la parábola  $y = x^2$ .
  - Pasa por  $(1, 1)$  y es tangente a  $y^2 = x$ .
- Encuentra una ecuación para
  - El lugar geométrico de los puntos cuya distancia a la recta  $x = 2$  es el doble de su distancia al origen.  
¿Qué tipo de curva es?
  - ¿Cómo cambia la respuesta al inciso anterior si cambiamos “el doble” por “la mitad”?
- Encuentra
  - El vértice y foco de la parábola  $y^2 + 4y + 8x + 28 = 0$ .
  - Las asíntotas y focos de las hipérbolas (a)  $y^2 - x^2 = 7$ , (b)  $y^2 - x^2 = 7x$ .
  - La distancia entre los focos de una elipse cuyos ejes menor y mayor miden 3 y 4 respectivamente.
  - Una ecuación para la elipse que tiene sus focos en  $(-1, 1)$ ,  $(1, 1)$  y que pasa por  $(0, 2)$ .
  - Un punto  $F$ , una recta  $\ell$  y un número  $e > 0$  tal que el lugar geométrico de todos los puntos cuya distancia a  $\ell$  es  $e$  veces su distancia a  $F$  esté dado por la ecuación  $3x^2 + 2y^2 = 1$ . Mismo para la ecuación  $3x^2 - 2y^2 = 1$ .  
(Sugerencia: toma como  $F$  a unos de los focos y  $\ell$  una recta vertical.)
  - El lugar geométrico de los puntos cuya suma de distancias al punto  $(1, 0)$  y la recta  $x = 2$  es 3.
  - Los valores de  $c$  para los cuales la recta  $x + 2y = c$  intersecta la hipérbola  $x^2 - y^2 = 1$  en (i) 1 punto (ii) 2 puntos (iii) ningún punto.
- Cada una de las siguientes ecuaciones describe alguna curva de segundo grado en el plano: circunferencia, parábola, elipse, hipérbola o un “caso degenerado” (par de rectas, una sola recta, un punto, o el conjunto vacío). Tienes que indentificar la curva, y encontrar: en caso de circunferencia - el centro y el radio; en caso de parábola - el foco el vértice y la directriz; en caso de elipse - los focos, los tamaños de los ejes (mayor y menor), el centro y los vértices; en caso hipérbola - los focos, los vértices y las asíntotas. También hay que dibujar la curva.

|                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $x^2 + 4x + y^2 + 8y + 19 = 0$   | e) $x^2 + 4x + 16y^2 + 19 = 0$      |
| b) $x^2 + 4x + 2y^2 + 16y + 19 = 0$ | f) $x^2 + 4x + 16y^2 + 8y = 0$      |
| c) $x^2 + 4x - 2y^2 + 16y + 19 = 0$ | g) $x^2 + 4x + 8y^2 + 16y + 12 = 0$ |
| d) $x^2 + 4x + 16y + 19 = 0$        | h) $x^2 + 4x - 2y^2 + 16y - 19 = 0$ |
- Cierto o Falso: si dos hipérbolas tienen las mismas asíntotas entonces tienen los mismos focos.
- Dibuja en el plano con coordenadas  $b, c$  el lugar geométrico de los puntos  $(b, c)$  tal que la ecuación  $x^2 + bx + c = 0$  tiene (i) 1 solución (ii) 2 soluciones (iii) ninguna solución.
- (a) Encuentra el vértice y foco de la parábola  $y = 2x^2 + 3x + 4$ .  
(b) Encuentra el vértice y foco de la parábola  $y = ax^2 + bx + c$ , donde  $a, b, c$  son tres constantes con  $a \neq 0$ .