2 Ecuaciones y desigualdades

OBJETIVOS DE ESTE CAPÍTULO

En este capítulo nos centramos en resolver ecuaciones y desigualdades lineales, y en utilizar ecuaciones lineales, fórmulas y desigualdades para resolver problemas de la vida real. También introducimos una poderosa técnica para la resolución de problemas que utilizaremos a lo largo de este texto. Daremos testimonio del poder del álgebra como una herramienta para la resolución de problemas en una multitud de áreas, que incluyen bienes raíces, química, negocios, la banca, física y finanzas personales.

PARA MUCHAS PERSONAS, LA SELECCIÓN de un plan telefónico de llamadas de larga distancia es una decisión muy importante. Algunas compañías telefónicas ofrecen planes con un pago mensual más una tarifa reducida por cada minuto de llamada de larga distancia que se realiza. Otros planes no tienen un pago mensual, pero puede cobrar tarifas más altas por cada minuto de llamada de larga distancia que se realice. ¿Cuál plan debe usted elegir?

En el ejemplo 4 de la página 90, investigaremos dos de tales planes, los cuales ofrece la compañía telefónica BellSouth.

2.1 Resolución de ecuaciones lineales

1 Identificar las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva.

2 Reducir términos semejantes.

3 Resolver ecuaciones lineales.

4 Resolver ecuaciones con fracciones.

5 Identificar ecuaciones condicionales, contradicciones e identidades.

6 Entender los conceptos para resolver ecuaciones.

1 Identificar las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva

En álgebra elemental usted aprendió a resolver ecuaciones lineales. En esta sección repasamos brevemente estos procedimientos. Antes de hacerlo, necesitamos introducir tres útiles propiedades de la igualdad: la *propiedad reflexiva*, la *propiedad simétrica* y la *propiedad transitiva*.

Propiedades de la igualdad

Para todos los números reales a, b y c:

1. $a = a$. *propiedad reflexiva*
2. Si $a = b$, entonces $b = a$. *propiedad simétrica*
3. Si $a = b$ y $b = c$, entonces $a = c$. *propiedad transitiva*

Ejemplos de la propiedad reflexiva

$$7 = 7$$
$$x + 5 = x + 5$$

Ejemplos de la propiedad simétrica

Si $x = 3$, entonces $3 = x$.

Si $y = x + 9$, entonces $x + 9 = y$.

Ejemplos de la propiedad transitiva

Si $x = a$ y $a = 4y$, entonces $x = 4y$.

Si $a + b = c$ y $c = 4d$, entonces $a + b = 4d$.

En este libro utilizaremos con frecuencia estas propiedades, aun cuando no nos refiramos a ellas por su nombre.

2 Reducir términos semejantes

Cuando una expresión algebraica consta de varias partes, las partes sumadas o restadas son los **términos** de la expresión. La expresión $3x^2 - 6x - 2$, que puede escribirse $3x^2 + (-6x) + (-2)$, tiene tres términos; $3x^2$, $-6x$ y -2. La expresión

$$6x^2 - 3(x + y) - 4 + \frac{x+2}{8}$$

tiene cuatro términos: $6x^2$, $-3(x + y)$, -4 y $\frac{x+2}{8}$.

Expresión	Términos
$\frac{1}{2}x^2 - 3x - 7$	$\frac{1}{2}x^2, \quad -3x, \quad -7$
$-5x^3 + 3x^2y - 2$	$-5x^3, \quad 3x^2y, \quad -2$
$4(x + 3) + 2x + \frac{1}{5}(x - 2) + 1$	$4(x + 3), \quad 2x, \quad \frac{1}{5}(x - 2), \quad 1$

La parte numérica de un término que precede a la variable es su **coeficiente numérico** o simplemente su **coeficiente**. En el término $6x^2$, el 6 es el coeficiente numérico.

Cuando el coeficiente es 1 o -1, por lo general no escribimos el número 1. Por ejemplo, x significa, $1x$, $-x^2y$ significa $-1x^2y$ y $(x + y)$ significa $1(x + y)$.

Términos	Coeficiente numérico
$\dfrac{5k}{9}$	$\dfrac{5}{9}$
$-4(x + 2)$	-4
$\dfrac{x - 2}{7}$	$\dfrac{1}{7}$
$-(x + y)$	-1

Observe que $\dfrac{x-2}{7}$ *significa* $\dfrac{1}{7}(x - 2)$ *y* $-(x + y)$ *significa* $-1(x + y)$.

Cuando un término consta sólo de un número, a este número por lo general se le llama **constante**. Por ejemplo, en la expresión $x^2 - 4$, el -4 es una constante.

El **grado de un término** con exponentes enteros no negativos es la suma de los exponentes de la variable del término. Por ejemplo, $3x^2$ es un término de segundo grado y $-4x$ es un término de primer grado ($-4x$ significa $-4x^1$). El número 3 puede escribirse como $3x^0$, así que el número 3 (y cualquier otra constante diferente de cero) tiene grado cero. Se dice que el término 0 no tiene grado. El término $4xy^5$ es un término de sexto grado ya que la suma de los exponentes es $1 + 5 = 6$. El término $6x^3y^5$ es un término de octavo grado puesto que $3 + 5 = 8$.

Términos semejantes son aquellos que tienen las mismas variables con los mismos exponentes. Por ejemplo, $3x$ y $5x$ son términos semejantes, $2x^2$ y $-3x^2$ son términos semejantes, así como $3x^2y$ y $-2x^2y$. Los términos que no son semejantes se denominan **términos no semejantes**. Todas las constantes se consideran términos semejantes.

Simplificar una expresión significa reducir (o combinar) todos los términos semejantes en la expresión. Para reducir términos semejantes, podemos aplicar la propiedad distributiva.

Ejemplos de reducción de términos semejantes

$$8x - 2x = (8 - 2)x = 6x$$
$$3x^2 - 5x^2 = (3 - 5)x^2 = -2x^2$$
$$-7x^2y + 3x^2y = (-7 + 3)x^2y = -4x^2y$$
$$4(x - y) - (x - y) = 4(x - y) - 1(x - y) = (4 - 1)(x - y) = 3(x - y)$$

Al simplificar expresiones podemos reordenar los términos aplicando las propiedades conmutativa y asociativa estudiadas en el capítulo 1.

EJEMPLO 1 Simplificar. Si una expresión no puede simplificarse, dígalo.

a) $-2x + 5 + 3x - 7$ **b)** $7x^2 - 2x^2 + 3x + 4$ **c)** $2x - 3y + 5x - 6y + 3$

Solución

a) $-2x + 5 + 3x - 7 = \underbrace{-2x + 3x}_{x} + \underbrace{5 - 7}_{-2}$ Coloque términos semejantes juntos.

Esta expresión se simplifica y resulta $x - 2$.

b) $7x^2 - 2x^2 + 3x + 4 = 5x^2 + 3x + 4$

c) $2x - 3y + 5x - 6y + 3 = 2x + 5x - 3y - 6y + 3$ Coloque juntos los términos semejantes.

$= 7x - 9y + 3$

Ahora resuelva el ejercicio 39

EJEMPLO 2 Simplificar $-2(a + 7) - [-3(a - 1) + 8]$.

Solución

$$\begin{aligned} -2(a + 7) - [-3(a - 1) + 8] &= -2(a + 7) - 1[-3(a - 1) + 8] \\ &= -2a - 14 - 1[-3a + 3 + 8] && \text{Propiedad distributiva} \\ &= -2a - 14 - 1[-3a + 11] && \text{Reduzca términos semejantes} \\ &= -2a - 14 + 3a - 11 && \text{Propiedad distributiva.} \\ &= a - 25 && \text{Reduzca términos semejantes.} \end{aligned}$$

Ahora resuelva el ejercicio 55

3 Resolver ecuaciones lineales

Una **ecuación** es una proposición matemática de igualdad. *Una ecuación debe contener un signo igual* y una expresión matemática de cada lado del signo igual.

Ejemplos de ecuaciones

$$x + 8 = -7$$
$$2x^2 - 4 = -3x + 13$$

Los números que hacen de una ecuación una proposición verdadera se llaman **soluciones** (o raíces) de la ecuación. El **conjunto solución** de una ecuación es el conjunto de números reales que hacen verdadera a la ecuación.

Ecuación	Solución	Conjunto solución
$2x + 3 = 9$	3	$\{3\}$

Dos o más ecuaciones con el mismo conjunto solución son **ecuaciones equivalentes**. Por lo general las ecuaciones se resuelven comenzando con la ecuación dada y produciendo una serie de ecuaciones equivalentes más simples.

Ejemplos de ecuaciones equivalentes

Ecuaciones	Conjunto solución
$2x + 3 = 9$	$\{3\}$
$2x = 6$	$\{3\}$
$x = 3$	$\{3\}$

En esta sección analizaremos cómo resolver **ecuaciones lineales con una variable**. Una ecuación lineal es aquella que puede escribirse en la forma $ax + b = c, a \neq 0$.

Para resolver ecuaciones, aplicamos las propiedades de suma y multiplicación de la igualdad para aislar la variable en un lado del signo igual.

Propiedad de la suma para la igualdad

Si $a = b$, entonces $a + c = b + c$ para cualesquiera a, b y c.

La propiedad de la suma para la igualdad establece que podemos sumar el mismo número en ambos lados de una ecuación sin cambiar la solución de la ecuación original. Como la resta está definida en términos de una suma, *la propiedad de la suma para la igualdad también nos permite restar el mismo número en ambos lados de una ecuación.*

Propiedad de la multiplicación para la igualdad

Si $a = b$, entonces $a \cdot c = b \cdot c$ para cualesquiera a, b y c.

La propiedad de la multiplicación para la igualdad establece que podemos multiplicar ambos lados de una ecuación por el mismo número sin cambiar la solución. Como la división está definida en términos de la multiplicación, *la propiedad de la multiplica-*

ción para la igualdad también nos permite dividir ambos lados de una ecuación por el mismo número distinto de cero.

Con frecuencia, para resolver una ecuación tendremos que aplicar una combinación de propiedades a fin de aislar la variable. Nuestra meta es tener la variable completamente sola en un lado de la ecuación (para aislar la variable). A continuación damos un procedimiento general para resolver ecuaciones lineales.

Para resolver ecuaciones lineales

1. **Quite fracciones.** Si la ecuación contiene fracciones, elimínelas multiplicando ambos lados de la ecuación por el mínimo común denominador.
2. **Simplifique cada lado de forma separada.** Simplifique cada lado de la ecuación tanto como sea posible. Utilice la propiedad distributiva para eliminar paréntesis y reduzca términos semejantes como sea necesario.
3. **Aísle el término variable en un lado.** Utilice la propiedad de la suma para dejar todos los términos que contienen la variable en un lado de la ecuación y todos los términos constantes en el otro lado. Para hacer esto quizá se requiera aplicar varias veces la propiedad de la suma.
4. **Despeje la variable.** Aplique la propiedad de la multiplicación para obtener una ecuación que tenga sola la variable (con un coeficiente de 1) en un lado.
5. **Compruebe.** Verifique, mediante sustitución, la solución obtenida en el paso 4 en la ecuación original.

EJEMPLO 3 Resuelva la ecuación $2x + 9 = 14$.

Solución

$$2x + 9 = 14$$

$$2x + 9 - 9 = 14 - 9 \qquad \text{Reste 9 en ambos lados.}$$

$$2x = 5$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{2}}x}{\underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{5}{2} \qquad \text{Divida ambos lados entre 2.}$$

$$x = \frac{5}{2}$$

Verifique

$$2x + 9 = 14$$

$$2\left(\frac{5}{2}\right) + 9 \stackrel{?}{=} 14$$

$$5 + 9 \stackrel{?}{=} 14$$

$$14 = 14 \qquad \text{Verdadero}$$

Como el valor satisface la ecuación, la solución es $\frac{5}{2}$.

Ahora resuelva el ejercicio 61

Cuando una ecuación contenga términos semejantes del mismo lado del signo igual, reduzca los términos semejantes antes de aplicar las propiedades de suma o multiplicación.

EJEMPLO 4 Resuelva la ecuación $-2b + 8 = 3b - 7$.

Solución

$$-2b + 8 = 3b - 7$$

$$-2b + 2b + 8 = 3b + 2b - 7 \qquad \text{Sume } 2b \text{ a ambos lados.}$$

$$8 = 5b - 7$$

$$8 + 7 = 5b - 7 + 7 \qquad \text{Sume 7 a ambos lados.}$$

$$15 = 5b$$

$$\frac{15}{5} = \frac{5b}{5} \qquad \text{Divida ambos lados entre 5.}$$

$$3 = b$$

Ahora resuelva el ejercicio 63

El ejemplo 5 contiene números decimales. Resuelva este problema siguiendo el procedimiento dado anteriormente.

EJEMPLO 5 ▸ Resuelva la ecuación $4(x - 3.1) = 2.1(x - 4) + 3.5\,x$.

Solución

$$\begin{aligned}
4(x - 3.1) &= 2.1(x - 4) + 3.5x \\
4(x) - 4(3.1) &= 2.1(x) - 2.1(4) + 3.5x && \text{Propiedad distributiva.} \\
4x - 12.4 &= 2.1x - 8.4 + 3.5x \\
4x - 12.4 &= 5.6x - 8.4 && \text{Reduzca términos semejantes.} \\
4x - 12.4 + 8.4 &= 5.6x - 8.4 + 8.4 && \text{Sume 8.4 a ambos lados.} \\
4x - 4.0 &= 5.6x \\
4x - 4x - 4.0 &= 5.6x - 4x && \text{Reste 4x de ambos lados.} \\
-4.0 &= 1.6x \\
\frac{-4.0}{1.6} &= \frac{1.6x}{1.6} && \text{Divida ambos lados entre 1.6.} \\
-2.5 &= x
\end{aligned}$$

La solución es -2.5.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 111

Para ahorrar espacio, no siempre mostraremos la comprobación de nuestras respuestas; sin embargo, usted sí debe verificar todas sus respuestas. Cuando la ecuación contiene números decimales, utilizar una calculadora para resolver y verificar la ecuación podría ahorrarle tiempo.

CÓMO UTILIZAR SU CALCULADORA Comprobación de soluciones por sustitución

Las soluciones de las ecuaciones pueden comprobarse por medio de una calculadora. Para verificar, sustituya su solución en ambos lados de la ecuación para ver si obtiene el mismo valor (algunas veces puede haber una pequeña diferencia en los últimos dígitos). La pantalla de la calculadora graficadora de la **figura 2.1** muestra que ambos lados de la ecuación dada en el ejemplo 5 son iguales a -22.4 cuando se sustituye -2.5 por x. Así la solución -2.5 satisface la ecuación.

$$4(x - 3.1) = 2.1(x - 4) + 3.5x$$
$$4(-2.5 - 3.1) = 2.1(-2.5 - 4) + 3.5(-2.5)$$

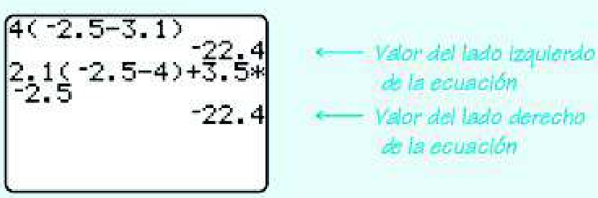


FIGURA 2.1

EJERCICIOS

Utilice su calculadora para determinar si el número dado es una solución para la ecuación.

1. $5.2(x - 3.1) = 2.3(x - 5.2)$; 1.4
2. $-2.3(4 - x) = 3.5(x - 6.1)$; 10.125

Ahora resolveremos un ejemplo que contiene paréntesis anidados.

EJEMPLO 6 ▸ Resuelva la ecuación $7c - 15 = -2[6(c - 3) - 4(2 - c)]$.

Solución

$$\begin{aligned}
7c - 15 &= -2[6(c - 3) - 4(2 - c)] \\
7c - 15 &= -2[6c - 18 - 8 + 4c] && \text{Propiedad distributiva.} \\
7c - 15 &= -2[10c - 26] && \text{Reduzca términos semejantes.} \\
7c - 15 &= -20c + 52 && \text{Propiedad distributiva.} \\
7c + 20c - 15 &= -20c + 20c + 52 && \text{Sume 20c a ambos lados.} \\
27c - 15 &= 52
\end{aligned}$$

$$27c - 15 + 15 = 52 + 15 \qquad \text{Sume 15 a ambos lados.}$$
$$27c = 67$$
$$\frac{27c}{27} = \frac{67}{27} \qquad \text{Divida ambos lados entre 27.}$$
$$c = \frac{67}{27}$$

▸ **Ahora resuelva el ejercicio 91**

Observe que las soluciones a los ejemplos 5 y 6 no son enteros. No debe esperar que las soluciones a las ecuaciones sean números enteros.

Al resolver algunas de las siguientes ecuaciones omitiremos algunos pasos intermedios. Ahora ilustraremos cómo puede acortarse la solución.

Solución		Solución abreviada
a) $x + 4 = 6$		**a)** $x + 4 = 6$
$x + 4 - 4 = 6 - 4$	⟵ Realice mentalmente este paso.	$x = 2$
$x = 2$		
b) $3x = 6$		**b)** $3x = 6$
$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$	⟵ Realice mentalmente este paso.	$x = 2$
$x = 2$		

4 Resolver ecuaciones con fracciones

Cuando una ecuación tiene fracciones, empezamos multiplicando *ambos* lados de la ecuación por el mínimo común denominador. El **mínimo común denominador (MCD)** de un conjunto de denominadores, (también llamado **mínimo común múltiplo, MCM**), es el número más pequeño que cada uno de los denominadores divide sin residuo. Por ejemplo, si los denominadores de dos fracciones son 5 y 6, entonces el mínimo común denominador es 30, ya que 30 es el número más pequeño que dividen 5 y 6.

Al multiplicar ambos lados de la ecuación por el MCD, *cada término* de la ecuación se multiplicará por el mínimo común denominador. *Después de realizar este paso, la ecuación no debe tener fracciones.*

EJEMPLO 7 ▸ Resuelva la ecuación $5 - \frac{2a}{3} = -9$.

Solución El mínimo común denominador es 3. Multiplique ambos lados de la ecuación por 3 y después aplique la propiedad distributiva en el lado izquierdo de la ecuación. *Este proceso eliminará todas las fracciones de la ecuación.*

$$5 - \frac{2a}{3} = -9$$
$$3\left(5 - \frac{2a}{3}\right) = 3(-9) \qquad \text{Multiplique ambos lados por 3.}$$
$$3(5) - \overset{1}{\cancel{3}}\left(\frac{2a}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right) = -27 \qquad \text{Propiedad distributiva.}$$
$$15 - 2a = -27$$
$$15 - 15 - 2a = -27 - 15 \qquad \text{Reste 15 de ambos lados.}$$
$$-2a = -42$$
$$\frac{-2a}{-2} = \frac{-42}{-2} \qquad \text{Divida ambos lados entre } -2.$$
$$a = 21$$

▸ **Ahora resuelva el ejercicio 97**

EJEMPLO 8 Resuelva la ecuación $\frac{1}{2}(x+4)=\frac{1}{3}x$.

Solución Empiece multiplicando ambos lados de la ecuación por 6, el mínimo común denominador de 2 y 3.

$$
\begin{aligned}
6\left[\frac{1}{2}(x+4)\right] &= 6\left(\frac{1}{3}x\right) && \text{Multiplique ambos lados por 6.}\\
3(x+4) &= 2x && \text{Simplifique.}\\
3x+12 &= 2x && \text{Propiedad distributiva.}\\
3x-2x+12 &= 2x-2x && \text{Reste } 2x \text{ de ambos lados.}\\
x+12 &= 0 &&\\
x+12-12 &= 0-12 && \text{Reste 12 de ambos lados.}\\
x &= -12 &&
\end{aligned}
$$

Ahora resuelva el ejercicio 99

En la sección 6.4 estudiaremos ecuaciones que contienen fracciones.

Sugerencia útil

La ecuación en el ejemplo 8 también puede escribirse como $\frac{x+4}{2}=\frac{x}{3}$. ¿Puede explicar por qué?

CÓMO UTILIZAR SU CALCULADORA GRAFICADORA

Las ecuaciones con una variable pueden resolverse de manera gráfica, por medio de una calculadora graficadora. En la sección 3.3 analizamos cómo hacerlo. Quizá quiera revisar ese material ahora.

5 Identificar ecuaciones condicionales, contradicciones e identidades

Todas las ecuaciones analizadas hasta aquí han sido verdaderas sólo para un valor de la variable, y se denominan **ecuaciones condicionales**. Algunas ecuaciones nunca son verdaderas y no tienen solución; éstas se denominan **contradicciones** (o ecuaciones inconsistentes). Otras ecuaciones, llamadas **identidades** tienen un número infinito de soluciones. La **tabla 2.1** resume estos tipos de ecuaciones lineales y sus correspondientes números de soluciones.

TABLA 2.1

Tipo de ecuación lineal	Solución
Ecuación condicional	Una
Contradicción	Ninguna (conjunto solución: $\varnothing$)
Identidad	Número infinito (conjunto solución: $\mathbb{R}$)

El conjunto solución de una ecuación condicional tiene la solución dada en un conjunto entre llaves. Por ejemplo, el conjunto solución del ejemplo 8 es $\{-12\}$. El conjunto solución de una contradicción es el conjunto vacío o nulo, $\{\ \}$ o $\varnothing$. El conjunto solución de una identidad es el conjunto de los números reales, $\mathbb{R}$.

EJEMPLO 9 Determine si la ecuación $5(d-7)+4d+3=3(3d-10)-2$ es una ecuación condicional, una contradicción o una identidad. Dé el conjunto solución para la ecuación.

Solución

$$
\begin{aligned}
5(d-7)+4d+3 &= 3(3d-10)-2 &&\\
5d-35+4d+3 &= 9d-30-2 && \text{Propiedad distributiva}\\
9d-32 &= 9d-32 && \text{Reduzca términos semejantes}
\end{aligned}
$$

Como obtenemos la misma expresión en ambos lados de la ecuación, es una identidad. Esta ecuación es verdadera para todos los números reales, su solución es $\mathbb{R}$.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 125

EJEMPLO 10 ▸ Determine si $2(3m + 1) = 6m + 3$ es una ecuación condicional, una contradicción o una identidad. Proporcione el conjunto solución para la ecuación.

Solución

$$\begin{aligned} 2(3m + 1) &= 6m + 3 && \\ 6m + 2 &= 6m + 3 && \text{Propiedad distributiva} \\ 6m - 6m + 2 &= 6m - 6m + 3 && \text{Reste } 6m \text{ de ambos lados} \\ 2 &= 3 && \end{aligned}$$

Como $2 = 3$ nunca es una proposición verdadera, esta ecuación es una contradicción, su conjunto solución es $\emptyset$.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 119

6 Entender los conceptos para resolver ecuaciones

Los números o variables que aparecen en las ecuaciones no afectan los procedimientos utilizados para resolver las ecuaciones. En el ejemplo siguiente, que no tiene letras ni números, resolveremos la ecuación utilizando los conceptos y procedimientos que se han presentado.

EJEMPLO 11 ▸ En la ecuación siguiente, suponga que ⊙ representa la variable para la cual estamos resolviendo y que los demás símbolos representan números reales diferentes de cero. Despeje ⊙ de la ecuación.

$$\square\odot + \triangle = \#$$

Solución Para despejar ⊙ necesitamos aislar ⊙. Utilizamos las propiedades de la suma y la multiplicación para despejar ⊙.

$$\begin{aligned} \square\odot + \triangle &= \# && \\ \square\odot + \triangle - \triangle &= \# - \triangle && \text{Reste } \triangle \text{ de ambos lados.} \\ \square\odot &= \# - \triangle && \\ \frac{\square\odot}{\square} &= \frac{\# - \triangle}{\square} && \text{Divida ambos lados entre } \square. \\ \odot &= \frac{\# - \triangle}{\square} && \end{aligned}$$

Por lo que la solución es $\odot = \dfrac{\# - \triangle}{\square}$.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 143

Considere la ecuación $5x + 7 = 12$. Si hacemos $5 = \square$, $x = \odot$, $7 = \triangle$ y $12 = \#$, la ecuación tiene la misma forma que la ecuación del ejemplo 11. Por lo tanto, la solución será de la misma forma.

Ecuación	Solución
$\square\odot + \triangle = \#$	$\odot = \dfrac{\# - \triangle}{\square}$
$5x + 7 = 12$	$x = \dfrac{12 - 7}{5} = \dfrac{5}{5} = 1$

Si usted resuelve la ecuación $5x + 7 = 12$, verá que su solución es 1. Así el procedimiento utilizado para resolver una ecuación no depende de los números o variable dados en la ecuación.

CONJUNTO DE EJERCICIOS 2.1

Ejercicios de concepto/redacción

1. ¿Qué son los términos de una ecuación?
2. Determine los coeficientes de cada término.
   a) x^2y^5 b) $-a^3b^7$ c) $-\dfrac{m-7n}{5}$.
3. Determine el coeficiente de cada término.
   a) $\dfrac{x+y}{4}$ b) $-(p+3)$ c) $-\dfrac{3(x+2)}{5}$
4. ¿Cómo determina el grado de un término?
5. a) ¿Qué son términos semejantes?
   b) ¿Los términos $3x$ y $3x^2$,son términos semejantes? Explique.
6. ¿Qué es una ecuación?
7. ¿4 es solución de la ecuación $2x + 3 = x + 5$? Explique.
8. ¿8 es solución para la ecuación $x + 1 = 2x - 7$? Explique.
9. Establezca la propiedad de la suma para la igualdad.
10. Establezca la propiedad de la multiplicación para la igualdad.
11. a) ¿Cuántas soluciones tiene una identidad?
    b) Si una ecuación lineal es una identidad, ¿cuál es su conjunto solución?
12. a) ¿Qué es una contradicción?
    b) ¿Cuál es el conjunto solución de una contradicción?
13. a) Explique paso a paso cómo resolvería la ecuación
    $$5x - 2(x - 4) = 2(x - 2)$$
    b) Resuelva esta ecuación.
14. a) Explique paso a paso cómo resolvería la ecuación
    $$\frac{1}{6} = \frac{2}{3}n - \frac{1}{8}$$
    b) Resuelva esta ecuación.

Práctica de habilidades

Diga el nombre de la propiedad indicada.

15. Si $x = 13$, entonces $13 = x$.
16. Si $m + 2 = 3$, entonces $3 = m + 2$.
17. Si $b = c$ y $c = 9$, entonces $b = 9$.
18. Si $x + 1 = a$ y $a = 2y$, entonces $x + 1 = 2y$.
19. $a + c = a + c$
20. Si $r = 4$, entonces $r + 3 = 4 + 3$.
21. Si $x = 8$, entonces $x - 8 = 8 - 8$.
22. Si $2x = 4$, entonces $3(2x) = 3(4)$.
23. Si $5x = 4$, entonces $\frac{1}{5}(5x) = \frac{1}{5}(4)$.
24. Si $a + 2 = 4$, entonces $a + 2 - 2 = 4 - 2$.
25. Si $\frac{t}{4} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$, entonces $12\left(\frac{t}{4} + \frac{1}{3}\right) = 12\left(\frac{5}{6}\right)$.
26. Si $x - 3 = x + y$ y $x + y = z$, entonces $x - 3 = z$.

Proporcione el grado de cada término.

27. $5c^3$
28. $-6y^2$
29. $3ab$
30. $\frac{1}{2}x^4y$
31. 6
32. -3
33. $-5r$
34. $18p^2q^3$
35. $5a^2b^4c$
36. m^4n^6
37. $3x^5y^6z$
38. $-2x^4y^7z^8$

Simplifique cada expresión. Si una expresión no puede simplificarse, dígalo.

39. $7r + 3b - 11x + 12y$
40. $3x^2 + 4x + 5$
41. $5x^2 - 11x + 10x - 5$
42. $11a - 12b - 4c + 5a$
43. $10.6c^2 - 2.3c + 5.9c - 1.9c^2$
44. $7y + 3x - 7 + 5x - 2y$
45. $w^3 + w^2 - w + 1$
46. $b + b^2 - 4b + b^2 + 3b$
47. $8pq - 9pq + p + q$
48. $7x^3y^2 + 11y^3x^2$
49. $12\left(\frac{1}{6} + \frac{d}{4}\right) + 5d$
50. $4.3 - 3.2x - 2(x - 2)$
51. $3\left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{3}x + 5$
52. $6n + 0.6(n - 3) - 5(n + 0.7)$
53. $4 - [6(3x + 2) - x] + 4$
54. $3(a + c) - 4(a + c) - 3$
55. $9x - [3x - (5x - 4y)] - 2y$
56. $-2[3x - (2y - 1) - 5x] + y$
57. $5b - \{7[2(3b - 2) - (4b + 9)] - 2\}$
58. $2\{[3a - (2b - 5a)] - 3(2a - b)\}$
59. $-\{[2rs - 3(r + 2s)] - 2(2r^2 - s)\}$
60. $p^2q + 4pq - [-(pq + 4p^2q) + pq]$

Resuelva cada ecuación.

61. $5a - 1 = 14$
62. $5x + 3 - 2x = 9$
63. $5x - 9 = 3(x - 2)$
64. $5s - 3 = 2s + 6$
65. $4x - 8 = -4(2x - 3) + 4$
66. $8w + 7 = -3w - 15$

67. $-6(z-1)=-5(z+2)$
68. $7(x-1)=3(x+2)$
69. $-3(t-5)=2(t-5)$
70. $4(2x-4)=-2(x+3)$
71. $3x+4(2-x)=4x+5$
72. $6(3-q)=-4(q+1)$
73. $2-(x+5)=4x-8$
74. $4x-2(3x-7)=2x-6$
75. $p-(p+4)=4(p-1)+2p$
76. $8x+2(x-4)=8x+12$
77. $-3(y-1)+2y=4(y-3)$
78. $5r-13-6r=3(r+5)-16$
79. $6-(n+3)=3n+5-2n$
80. $8-3(2a-4)=5+3a-4a$
81. $4(2x-2)-3(x+7)=-4$
82. $-2(3w+6)-(4w-3)=21$
83. $-4(3-4x)-2(x-1)=12x$
84. $-4(2z-6)=-3(z-4)+z$
85. $5(a+3)-a=-(4a-6)+1$
86. $3(2x-4)+3(x+1)=9$
87. $5(x-2)-14x=x-5$
88. $3[6-(h+2)]-6=4(-h+7)$
89. $2[3x-(4x-6)]=5(x-6)$
90. $-z-6z+3=4-[6-z-(3-2z)]$
91. $4\{2-[3(c+1)-2(c+1)]\}=-2c$
92. $3\{[(x-2)+4x]-(x-3)\}=4-(x-12)$
93. $-\{4(d+3)-5[3d-2(2d+7)]-8\}=-10d-6$
94. $-3(6-4x)=4-\{5x-[6x-(4x-(3x+2))]\}$

Resuelva cada ecuación. Si su respuesta no es un entero, déjela como una fracción.

95. $\frac{s}{4}=-16$
96. $\frac{15c+3}{9}=2$
97. $\frac{4x-2}{3}=-6$
98. $\frac{1}{2}(6r-10)=7$
99. $\frac{3}{4}t+\frac{7}{8}t=39$
100. $\frac{1}{4}(x-2)=\frac{1}{3}(2x+6)$
101. $\frac{1}{2}(x-2)=\frac{1}{3}(x+2)$
102. $\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{8}x-1$
103. $4-\frac{3}{4}a=7$
104. $x-2=\frac{3}{4}(x+4)$
105. $\frac{1}{2}=\frac{4}{5}x-\frac{1}{4}$
106. $\frac{1}{3}x+\frac{5}{6}=2x$
107. $\frac{1}{4}(x+3)=\frac{1}{3}(x-2)+1$
108. $\frac{5}{6}m-\frac{5}{12}=\frac{7}{8}m+\frac{2}{3}$

Resuelva cada ecuación. Redondee las respuestas al centésimo más cercano.

109. $0.4n+4.7=5.1n$
110. $0.2(x-30)=1.6x$
111. $4.7x-3.6(x-1)=4.9$
112. $6.1p-4.5(3-2p)=15.7$
113. $5(z+3.41)=-7.89(2z-4)-5.67$
114. $0.05(2000+2x)=0.04(2500-6x)$
115. $0.6(500-2.4x)=3.6(2x-4000)$
116. $0.42x-x=5.1(x+3)$
117. $1000(7.34q+14.78)=100(3.91-4.21q)$
118. $0.6(14x-8000)=-0.4(20x+12{,}000)+20.6x$

Determine el conjunto solución para cada ejercicio. Luego indique si la ecuación es condicional, una identidad o una contradicción.

119. $3(y+3)-4(2y-7)=-5y+2$
120. $9x+12-8x=-6(x-2)+7x$
121. $4(2x-3)+15=-6(x-4)+12x-21$
122. $-5(c+3)+4(c-2)=2(c+2)$
123. $4-\left(\frac{2}{3}x+2\right)=2\left(-\frac{1}{3}x+1\right)$
124. $7-\left(\frac{1}{2}x+4\right)=3\left(-\frac{1}{6}x+2\right)$
125. $6(x-1)=-3(2-x)+3x$
126. $0.6(z+5)-0.5(z+2)=0.1(z-23)$
127. $0.8z-0.3(z+10)=0.5(z+1)$
128. $4(2-3x)=-[6x-(8-6x)]$

Resolución de problemas

129. Densidad poblacional La densidad poblacional de Estados Unidos ha aumentado de manera constante desde 2000. La densidad poblacional de Estados Unidos puede estimarse por medio de la ecuación

$$P=0.82t+78.5$$

donde P es la densidad poblacional, medido en personas por millas cuadradas, y t es el número de años desde 2000. Utilice $t=1$ para 2001, $t=2$ para 2002, y así sucesivamente. Si la densidad de población continúa en aumento a la tasa actual,

a) determine la densidad poblacional de Estados Unidos en 2008.

b) ¿durante qué año la densidad población de Estados Unidos alcanzará 100 personas por milla cuadrada?

130. **Bebés dormilones** El doctor Richard Ferber, un experto pediatra del sueño, ha desarrollado un método* para ayudar a que los niños de 6 meses de edad y mayores, puedan dormir toda la noche. Se conoce como "Ferberizing", e indica a los padres que deben esperar intervalos de tiempo cada vez mayores antes de entrar a la habitación del niño en la noche a consolarlo cada vez que llora. El tiempo sugerido de espera depende de cuántas noches han utilizado los padres el método y puede determinarse por medio de la ecuación

$$W = 5n + 5$$

donde W es el tiempo de espera en minutos y n es el número de noches. Por ejemplo, en la primera noche, $n = 1$, en la segunda noche, $n = 2$, etcétera.

a) ¿Cuánto deben esperar los padres la primera noche?
b) ¿Cuánto deben esperar los padres en la cuarta noche?
c) ¿En qué noche los padres deben esperar 30 minutos?
d) ¿En qué noche los padres deben esperar 40 minutos?

131. ***Participación de mercado de los fabricantes de automóviles americanos*** En años recientes, los fabricantes de automóviles americanos han ido perdiendo parte del mercado ante los fabricantes de Asia y Europa. El porcentaje del total de automóviles vendidos en Estados Unidos fabricados por fabricantes americanos puede estimarse usando la ecuación

$$M = -1.26x + 61.48$$

donde M es el porcentaje del total de automóviles vendidos en Estados Unidos producidos por fabricantes americanos y x es el número de años desde 2004. Utilice $x = 1$ para 2005, $x = 2$ para 2006, etcétera.

a) ¿Cuál es el porcentaje del total de automóviles vendidos en Estados Unidos producidos por fabricantes americanos en 2006?
b) Si esta tendencia continúa, ¿durante qué año el porcentaje del total de ventas en Estados Unidos producidos por fabricantes americanos será de 53.92%?

132. **Anualidades** Las anualidades son contratos de seguro de vida que garantizan pagos futuros. Un tipo de anualidad, denominada anualidad variable, es una cuenta de retiro que permite a alguien invertir en un fondo mutuo y difiere el pago de impuestos hasta que se realicen los retiros en un tiempo posterior. El número de anualidades variables vendidas ha crecido de manera constante. Las ventas de anualidades variables pueden aproximarse por la ecuación

$$S = 10x + 150$$

donde S representa las ventas totales de anualidades variables (en miles de millones de dólares) y x es el número de años desde 2004. Utilice $x = 1$ para 2005, $x = 2$ para 2006, etcétera.

a) Determine las ventas totales de anualidades variables en 2005.
b) ¿En qué año la venta de anualidades alcanzará la marca de 200 mil millones de dólares?

133. **Maratón de Boston** Desde 1940, los ganadores masculinos de la Maratón de Boston, por lo general, han disminuido su tiempo para concluir la prueba. El tiempo, en horas, para terminar la carrera puede aproximarse mediante la ecuación

$$t = 2.405 - 0.005x$$

donde t es el tiempo para terminar y x es el número de años desde 1940. Utilice $x = 1$ para 1941, $x = 2$ para 1942, y así sucesivamente.

a) Estime el tiempo ganador de la Maratón de Boston en 1941.
b) Estime el tiempo ganador de la Maratón de Boston en 2005.

134. Considere la ecuación $x = 4$. Proporcione tres ecuaciones equivalentes. Explique por qué las ecuaciones son equivalentes.

135. Considere la ecuación $2x = 5$. Proporcione tres ecuaciones equivalentes. Explique por qué las ecuaciones son equivalentes.

136. Invente una ecuación que sea una identidad. Explique cómo creó la ecuación.

137. Invente una ecuación que sea una contradicción. Explique cómo creó la contradicción.

138. Escriba una ecuación con tres términos en la izquierda del signo de igual y dos términos en la derecha del signo de igual que sea equivalente a la ecuación $3m + 1 = m + 5$.

139. Escriba una ecuación con dos términos en la izquierda del signo de igual y tres términos en la derecha del signo de igual que sea equivalente a la ecuación $\frac{1}{2}p + 3 = 6$.

*Antes de tratar al niño con este método, los padres deben consultar con su pediatra.

140. Considere la ecuación $-3(x + 2) + 5x + 12 = n$. ¿Qué número real debe ser n para que la solución de la ecuación sea 6? Explique cómo determinó su respuesta.

141. Considere la ecuación $2(a + 5) + n = 4a - 8$. ¿Qué número real debe ser n para que la solución de la ecuación sea -2? Explique cómo determinó su respuesta.

142. Considere la ecuación $\frac{n}{6} + \frac{x}{4} = 2$. ¿Qué número real debe ser n para que la solución de la ecuación sea $x = 2$? Explique cómo determinó su respuesta.

Resuelva cada ecuación para el símbolo dado. Suponga que el símbolo que despeja representa la variable y que todos los demás símbolos representan números reales diferentes de cero. Vea el ejemplo 11.

143. De $*\triangle - \square = \odot$ despeje $\triangle$.

144. De $\triangle(\odot + \square) = \otimes$ despeje $\triangle$.

145. De $\odot\square + \triangle = \otimes$ despeje $\odot$.

146. De $\triangle(\odot + \square) = \otimes$ despeje $\square$.

Ejercicios de repaso acumulativo

[1.3] **147. a)** Explique cómo determinar el valor absoluto de un número.

b) Escriba la definición de valor absoluto.

[1.4] *Evalúe.*

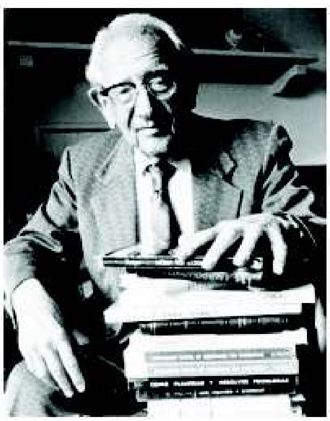
148. a) -3^2 **b)** $(-3)^2$

149. $\sqrt[3]{-125}$ **150.** $\left(-\frac{2}{7}\right)^2$

2.2 Resolución de problemas y uso de fórmulas

1 Usar el procedimiento para resolución de problemas.

2 Despejar una variable en una ecuación o fórmula.



George Polya

1 Usar el procedimiento para resolución de problemas

Una de las razones principales para estudiar matemáticas es que las podemos utilizar para resolver problemas de la vida diaria. Para resolver de forma matemática la mayor parte de los problemas de aplicación de la vida real, necesitamos ser capaces de expresar el problema en símbolos matemáticos usando expresiones o ecuaciones, y cuando lo hacemos creamos un **modelo matemático** de la situación.

En esta sección presentamos un procedimiento para resolución de problemas y analizamos fórmulas. Una **fórmula** es una ecuación que es un modelo matemático de una situación de la vida real. A lo largo del libro resolveremos problemas; para hacerlo determinaremos una ecuación o fórmula que represente o modele la situación del mundo real.

Ahora daremos un procedimiento general de cinco pasos para la resolución de problemas, desarrollado por George Polya y presentado en su libro *How to Solve it*. Podemos enfocar cualquier problema siguiendo este procedimiento general.

Guía para la resolución de problemas

1. **Entienda el problema.**
   - Lea el problema **cuidadosamente** al menos dos veces. En la primera lectura, obtenga un panorama general del problema. En la segunda lectura, determine a) de forma precisa qué le piden determinar y b) qué información proporciona el problema.
   - Si es posible, haga un bosquejo que ilustre el problema. Etiquete la información dada.
   - Liste la información en una tabla, si eso le ayuda en la resolución del problema.
2. **Traduzca el problema a lenguaje matemático.**
   - Por lo general, esto implicará expresar el problema de forma algebraica.
   - En ocasiones esto incluye seleccionar una fórmula particular por utilizar, mientras que en otras debe generar su propia ecuación. Puede ser necesario verificar otras fuentes para la fórmula apropiada por usar.
3. **Realice los cálculos matemáticos necesarios para resolver el problema.**
4. **Compruebe la respuesta obtenida en el paso 3.**
   - Pregúntese: "¿La respuesta tiene sentido?" "¿Es razonable la respuesta?". Si la respuesta no es razonable, vuelva a verificar su método de resolución del problema y sus cálculos.
   - Si es posible, verifique la solución en el problema original.
5. **Responda la pregunta.** Asegúrese de haber respondido la pregunta. Establezca las respuestas con claridad.

Los ejemplos siguientes muestran cómo aplicar las guías para la resolución de problemas. Algunas veces proporcionaremos los pasos en los ejemplos para ilustrar el proceso de cinco pasos. Sin embargo, en algunos problemas no será posible o necesario listar cada paso.

Como se estableció en el paso 2 del proceso de resolución de problemas —*traduzca el problema a lenguaje matemático*— algunas veces necesitaremos encontrar y usar una *fórmula*; en esta sección mostraremos cómo hacerlo. En la sección 2.3 explicaremos cómo desarrollar *ecuaciones* para resolver aplicaciones de la vida real.

EJEMPLO 1 ▸ **Préstamo personal** Diane Basile hace un préstamo personal de $5000 con interés simple del 4% a su hermano, Bob Basile, durante un periodo de 5 años.

a) Al término de 5 años, ¿qué interés le pagará Bob a Diane?

b) Cuando Bob salde su préstamo al final de 5 años, ¿cuánto dinero, en total, debe pagar a Diane?

Solución **a)** Entender Cuando una persona pide prestado dinero por medio de un préstamo con interés simple, debe pagar el interés simple y el capital (el monto original prestado) en la fecha de expiración del préstamo. Por ejemplo, si un préstamo con interés simple es por 5 años, después de 5 años se debe saldar el capital más el interés. En el problema nos dicen que el interés simple es 4% y que el préstamo es durante 5 años.

Traduzca Muchos libros de matemáticas financieras y de inversiones incluyen la **fórmula de interés simple**:

$$\text{interés} = \text{capital} \cdot \text{tasa} \cdot \text{tiempo o } i = prt$$

que puede usarse para determinar el interés simple, i. En la fórmula, p es el capital, r es la tasa de interés simple (siempre se cambia a forma decimal cuando se use en la fórmula) y t es el tiempo. El tiempo y la tasa deben estar en las mismas unidades. Por ejemplo, si la tasa es 4% por *año*, entonces el tiempo debe estar en *años*. En este problema, $p = \$5000$, $r = 0.04$ y $t = 5$. Obtenemos el interés simple, i, sustituyendo estos valores en la fórmula de interés simple.

$$i = prt$$

Realice los cálculos

$$= 5000(0.04)(5)$$
$$= 1000$$

Compruebe La respuesta parece razonable en que Bob pagará $1000 por el uso de $5000 del dinero de Diane durante 5 años.

Responda **a)** El interés simple que se debe es $1000.

b) Al término de 5 años, Bob debe pagar el capital prestado, $5000, más el interés determinado en la parte **a)**, $1000. Así, cuando Bob salde su deuda, deberá pagar $6000 a Diane.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 67

EJEMPLO 2 ▸ **Una cuenta en el mercado de dinero** Christine Fogel recibe un reembolso de impuestos por $1425 e invierte su dinero para ayudar a pagar el primer semestre del colegio de su hermano. Ella invierte este dinero en un certificado de depósito a una tasa de interés anual del 3% compuesto de forma mensual durante 18 meses.

a) ¿Cuánto dinero valdrá el certificado de depósito en 18 meses?

b) ¿Cuánto interés ganará Christine durante los 18 meses?

Solución **a)** Entienda Antes de entender el problema, debe entender qué es el interés compuesto, el cual significa que obtiene el interés en su inversión por un periodo. En el periodo siguiente obtiene el interés pagado sobre su inversión, más el interés sobre el interés que se pagó en el primer periodo; este proceso continúa para cada periodo. En muchas situaciones de la vida real, y en el mercado de trabajo, quizá necesite hacer alguna investigación para responder las preguntas.

Se invirtieron $1425 durante 18 meses y la tasa de interés es 3% compuesto cada mes.

Traduzca Si investiga en un libro de matemáticas financieras o comenta con una persona relacionada con las finanzas, aprenderá la fórmula del interés compuesto:

$$A = p\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

La fórmula del interés compuesto se usa en instituciones financieras para calcular la cantidad acumulada (o el saldo), A, en una cuenta de ahorros u otras inversiones que devengan interés compuesto. En la fórmula, p representa el capital (o inversión inicial), r representa la tasa de interés escrita en forma decimal, n representa el número de veces por año que se compone el interés y t representa el tiempo medido en años. En este problema, $p = \$1425$, $r = 0.03$, $t = 1.5$ (18 meses es 1.5 años) y como el interés se compone cada mes, $n = 12$. Sustituya estos valores en la fórmula y evalúe.

$$\begin{aligned} A &= p\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt} \\ &= 1425\left(1 + \frac{0.03}{12}\right)^{12(1.5)} \end{aligned}$$

Realice los cálculos

$$\begin{aligned} &= 1425(1 + 0.0025)^{18} \\ &= 1425(1.0025)^{18} \\ &\approx 1425(1.04596912) && \text{Realizado en una calculadora.} \\ &\approx 1490.51 && \text{Redondeado al centavo más cercano.} \end{aligned}$$

Compruebe La respuesta \$1490.51 es razonable, ya que es más que lo que Christine invirtió al principio.

Responda El certificado de depósito de Christine tendrá un valor de \$1490.51 al término de 18 meses.

b) **Entienda** El interés será la diferencia entre el monto original invertido y el valor del certificado de depósito al término de 18 meses.

Traduzca

$$\text{interés} = \begin{pmatrix}\text{valor del certificado de} \\ \text{depósito después de 18 meses}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{monto invertido} \\ \text{originalmente}\end{pmatrix}$$

Realice los cálculos

$$= 1490.51 - 1425 = 65.51$$

Compruebe El monto de los intereses es razonable y la aritmética es fácil de verificar.

Responda El interés ganado en el periodo de 18 meses será de \$65.51.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 77

Con frecuencia una fórmula tiene **subíndices**, que son números (u otras variables) colocados debajo y a la derecha de las variables; se usan para ayudar a clarificar una fórmula. Por ejemplo, si una fórmula contiene dos velocidades, la velocidad original y la velocidad final, estas velocidades pueden simbolizarse como V_0 y V_f, respectivamente. Los subíndices se leen usando la palabra "sub". Por ejemplo, V_f se lee "V sub f" y x_2 se lee "x sub 2". La fórmula en el ejemplo 3 tiene subíndices.

EJEMPLO 3 ▸ **Comparación de inversiones** Sharon Griggs está en el rango de ingresos con impuestos federales del 25%, y aún no decide si invertir en bonos municipales libres de impuestos con una tasa de 2.24% o en certificados de depósito gravables con una tasa de 3.70%.

a) Determine la tasa gravable equivalente a 2.24% de interés libre de impuestos para Sharon.

b) Si ambas inversiones estuviesen al mismo periodo, ¿cuál inversión proporcionaría a Sharon el mayor rendimiento en su inversión?

Solución **a)** Entienda Recibimos algunos intereses libres de impuestos, como con bonos municipales. Esto significa que no tenemos que pagar impuestos federales sobre el interés que recibimos. Otros intereses que recibimos, tales como en cuentas de ahorros o certificados de depósito, son gravables en nuestros ingresos. Pagar impuestos sobre el interés tiene el efecto de reducir el monto que en realidad obtenemos de los intereses. Necesitamos determinar la tasa de interés gravable que es equivalente a una tasa del 2.24% libre de impuestos para Sharon (o para cualquiera en el rango de ingresos con tasa de impuestos del 25%).

Traduzca Una fórmula que se encuentra en muchos libros de finanzas y algunas publicaciones gubernamentales y que puede usarse para comparar tasas de interés gravables y libres de impuestos es

$$T_f = T_a(1 - F)$$

donde T_f es la tasa libre de impuestos, T_a es la tasa gravable y F es el rango de ingresos con tasa de impuestos federales. Para determinar la tasa de impuestos gravables, T_a, sustituimos los valores apropiados en la fórmula y despejamos T_a.

$$T_f = T_a(1 - F)$$
$$0.0224 = T_a(1 - 0.25)$$

Realice los cálculos

$$0.0224 = T_a(0.75)$$
$$\frac{0.0224}{0.75} = T_a$$
$$0.0299 \approx T_a$$

Redondee a cuatro decimales.

Compruebe La respuesta, 0.0299 o 2.99%, parece razonable ya que es mayor a 2.24%, lo cual es lo que esperamos.

Responda La tasa de impuestos gravable alrededor de 2.99% le daría a Sharon aproximadamente la misma tasa de interés que una inversión libre de impuestos de 2.24%.

Nos piden determinar cuál inversión proporcionaría a Sharon el mayor rendimiento en su inversión. Podemos comparar la tasa gravable equivalente a los bonos municipales con la tasa de interés gravable de los certificados de depósito. La tasa que sea más alta proporcionará a Sharon el mayor rendimiento en su inversión.

Como vimos en la parte **a)**, la tasa gravable equivalente a los bonos municipales es 2.99%. La tasa sujeta a impuestos de los certificados de depósito es 3.70%. Por lo tanto, el certificado de depósito que paga 3.70% dará a Sharon un mayor rendimiento en su inversión que el bono municipal libre de impuestos que paga 2.24%.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 83

2 Despejar una variable en una ecuación o fórmula

En muchas ocasiones usted podría tener una ecuación o fórmula que tenga despejada una variable, pero que necesite despejar una variable diferente. Suponga que en el ejemplo 3 queremos determinar la tasa gravable equivalente, T_a, para muchas tasas de interés libres de impuestos y muchos rangos de ingresos. Podríamos despejar cada problema de forma individual como hicimos en el ejemplo 3. Sin embargo, sería mucho más rápido despejar T_a en la fórmula $T_f = T_a(1 - F)$ y luego sustituir los valores apropiados en la fórmula. Haremos esto en el ejemplo 8.

Comenzaremos despejando la variable y. Esto lo tendremos que hacer en el capítulo 3 cuando estudiemos graficación. Como las fórmulas son ecuaciones, usamos el mismo procedimiento para despejar una variable en una ecuación que el que se usa para despejar una variable en una fórmula.

Cuando se le da una ecuación (o fórmula) que tiene despejada una variable y quiere despejar una variable diferente, trate cada variable en la ecuación, excepto la que quiere despejar, como si fuesen constantes. Entonces *aísle la variable* que quiere despejar utilizando los procedimientos similares a los que se utilizan para resolver ecuaciones.

EJEMPLO 4 Despeje y de la ecuación $5x - 8y = 32$.

Solución Despejaremos la variable y aislando el término que contiene a y en el lado izquierdo de la ecuación

$$5x - 8y = 32$$

$$5x - 5x - 8y = -5x + 32 \qquad \text{Reste } 5x \text{ de ambos lados.}$$

$$-8y = -5x + 32$$

$$\frac{-8y}{-8} = \frac{-5x + 32}{-8} \qquad \text{Divida ambos lados entre } -8.$$

$$y = \frac{-5x + 32}{-8}$$

$$y = \frac{-1(5x - 32)}{-1(-8)} \qquad \text{Multiplique el numerador y el denominador por } -1.$$

$$y = \frac{5x - 32}{8} \quad \text{o} \quad y = \frac{5}{8}x - 4$$

▸ **Ahora resuelva el ejercicio 29**

EJEMPLO 5 Despeje y de la ecuación $2y - 3 = \frac{1}{2}(x + 3y)$ por y.

Solución Como esta ecuación contiene una fracción, empezamos por multiplicar ambos lados de la ecuación por el mínimo común denominador, 2. Luego aislamos la variable y agrupando todos los términos que contienen a la variable en un lado de la ecuación y los demás términos en el otro lado de la ecuación.

$$2y - 3 = \frac{1}{2}(x + 3y)$$

$$2(2y - 3) = 2\left[\frac{1}{2}(x + 3y)\right] \qquad \text{Multiplique ambos lados por el MCD, 2.}$$

$$4y - 6 = x + 3y \qquad \text{Propiedad distributiva.}$$

$$4y - 3y - 6 = x + 3y - 3y \qquad \text{Reste } 3y \text{ de ambos lados.}$$

$$y - 6 = x$$

$$y - 6 + 6 = x + 6 \qquad \text{Sume 6 a ambos lados.}$$

$$y = x + 6$$

▸ **Ahora resuelva el ejercicio 35**

Ahora despejamos una variable en una fórmula. Recuerde: Nuestro objetivo es aislar la variable que estamos despejando. Usamos el mismo procedimiento general empleado en los ejemplos 4 y 5.

EJEMPLO 6 La fórmula para el perímetro de un rectángulo es $P = 2l + 2w$, donde l es la longitud y w es el ancho del rectángulo (vea la **figura 2.2**). Despeje de esta fórmula w.

Solución Ya que estamos despejando a w, debemos aislar la w en un lado de la ecuación.

$$P = 2l + 2w$$

$$P - 2l = 2l - 2l + 2w \qquad \text{Reste } 2l \text{ de ambos lados.}$$

$$P - 2l = 2w$$

$$\frac{P - 2l}{2} = \frac{2w}{2} \qquad \text{Divida ambos lados entre 2.}$$

$$\frac{P - 2l}{2} = w$$

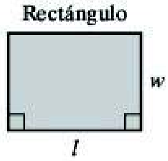


FIGURA 2.2

Así, $w = \frac{P - 2l}{2}$ o $w = \frac{P}{2} - \frac{2l}{2} = \frac{P}{2} - l$.

▸ **Ahora resuelva el ejercicio 49**

EJEMPLO 7 Una fórmula para determinar el área de un trapecio es $A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$, donde h es la altura y b_1 y b_2 son las longitudes de las bases del trapecio (ver la **figura 2.3**). Despeje b_2 de esta fórmula.

Solución Empezamos multiplicando ambos lados de la ecuación por el MCD, 2, para quitar las fracciones.

Trapecio

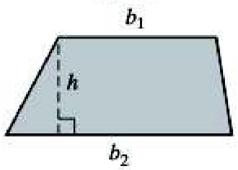


FIGURA 2.3

$$A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$$

$$2 \cdot A = 2\left[\frac{1}{2}h(b_1 + b_2)\right] \quad \text{Multiplique ambos lados por 2.}$$

$$2A = h(b_1 + b_2)$$

$$\frac{2A}{h} = \frac{h(b_1 + b_2)}{h} \quad \text{Divida ambos lados entre } h.$$

$$\frac{2A}{h} = b_1 + b_2$$

$$\frac{2A}{h} - b_1 = b_1 - b_1 + b_2 \quad \text{Reste } b_1 \text{ de ambos lados.}$$

$$\frac{2A}{h} - b_1 = b_2$$

Ahora resuelva el ejercicio 57

EJEMPLO 8 En el ejemplo 3 se introdujo la fórmula $T_f = T_a(1 - F)$.

a) Despeje T_a de esta fórmula.

b) John y Dorothy Cutter están en el rango de ingresos con el 33% de impuestos. ¿Cuál es el rendimiento gravable equivalente al 2.6% de rendimiento libre de impuestos?

Solución

a) Deseamos despejar T_a de esta fórmula. Por lo tanto, tratamos a las demás variables en la ecuación como si fuesen constantes. Como T_a está multiplicada por $(1 - F)$, para aislar a T_a dividimos ambos lados de la ecuación entre $1 - F$.

$$T_f = T_a(1 - F)$$

$$\frac{T_f}{1 - F} = \frac{T_a\cancel{(1 - F)}}{\cancel{1 - F}} \quad \text{Divida ambos lados entre } 1 - F.$$

$$\frac{T_f}{1 - F} = T_a \quad \text{o} \quad T_a = \frac{T_f}{1 - F}$$

b) Sustituya los valores apropiados en la fórmula encontrada en la parte **a)**.

$$T_a = \frac{T_f}{1 - F}$$

$$T_a = \frac{0.026}{1 - 0.33} = \frac{0.026}{0.67} \approx 0.039$$

Así, el rendimiento gravable equivalente sería alrededor de 3.9%.

Ahora resuelva el ejercicio 63

CONJUNTO DE EJERCICIOS 2.2

MathXL® MyMathLab

Ejercicios de concepto/redacción

1. ¿Qué es una fórmula?
2. ¿Qué es un modelo matemático?
3. Haga un bosquejo del proceso de cinco pasos para resolución de problemas que usaremos para trabajar con los problemas.
4. Cuando estamos despejando una variable en una fórmula, necesitamos aislar la variable. Explique qué significa esto.
5. Considere la ecuación $16 = 2l + 2(3)$, y la fórmula $P = 2l + 2w$.
   a) Despeje l *de* la ecuación.
   b) Despeje l de la fórmula.
   c) ¿Fue diferente el procedimiento utilizado para despejar la l del procedimiento para despejar l en la ecuación?
   d) En la fórmula resuelta para l de la parte **b)**, sustituya 16 por P y 3 por w y luego determine el valor para l. ¿Cómo es con respecto a su respuesta de la parte **a)**? Explique por qué esto es así.
6. **a)** ¿Qué son los subíndices?
   b) ¿Cómo se lee x_0?
   c) ¿Cómo se lee v_f?

Práctica de habilidades

Evalúe las fórmulas siguientes para los valores dados. Utilice la tecla π *en su calculadora para* π *cuando sea necesario. Redondee las respuestas al centésimo más cercano.*

7. $E = IR$, cuando $I = 63$, $R = 100$ (una fórmula conocida como *Ley de Ohm* y que se utiliza cuando se estudia electricidad).
8. $C = 2\pi r$ cuando $r = 12$ (fórmula para determinar la circunferencia de un círculo).
9. $R = R_1 + R_2$, cuando $R_1 = 100$, $R_2 = 200$ (fórmula que se usa cuando se estudia electricidad).
10. $A = \dfrac{1}{2}bh$ cuando $b = 7, h = 6$ (fórmula para determinar el área de un triángulo).
11. $A = \pi r^2$ cuando $r = 8$ (fórmula para determinar el área de un círculo).
12. $P_1 = \dfrac{T_1P_2}{T_2}$ cuando $T_1 = 150$, $T_2 = 300$, $P_2 = 200$ (fórmula química que relaciona la temperatura y la presión de gases).
13. $\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$ cuando $x_1 = 40, x_2 = 90, x_3 = 80$ (fórmula para determinar el promedio de tres números).
14. $A = \dfrac{1}{2}h(b_1 + b_2)$ cuando $h = 15, b_1 = 20, b_2 = 28$ (fórmula para determinar el área de un trapecio).
15. $A = P + Prt$ cuando $P = 160, r = 0.05, t = 2$ (fórmula bancaria que da el monto total en una cuenta después que se agrega el interés).
16. $E = a_1p_1 + a_2p_2$ cuando $a_1 = 10, p_1 = 0.2, a_2 = 100, p_2 = 0.3$ (fórmula estadística para determinar el valor esperado de un evento).
17. $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ cuando $y_2 = 4, y_1 = -3, x_2 = -2, x_1 = -6$ (fórmula para encontrar la pendiente de una línea recta; estudiaremos esta fórmula en el capítulo 3).
18. $F = G\dfrac{m_1m_2}{r^2}$ cuando $G = 0.5, m_1 = 100, m_2 = 200, r = 4$ (fórmula de física que proporciona la fuerza de atracción entre dos masas separadas por una distancia, r)
19. $R_T = \dfrac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$ cuando $R_1 = 100$, $R_2 = 200$ (fórmula de electrónica para determinar la resistencia total en un circuito en paralelo que tiene dos resistores).
20. $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ cuando $x_2 = 5, x_1 = -3, y_2 = -6, y_1 = 3$ (fórmula para determinar la distancia entre dos puntos en una línea recta; estudiaremos esta fórmula en el capítulo 10).
21. $x = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ cuando $a = 2, b = -5, c = -12$ (de la fórmula cuadrática; analizaremos la fórmula cuadrática en el capítulo 8).
22. $x = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ cuando $a = 2, b = -5, c = -12$ (de la fórmula cuadrática).
23. $A = p\left(1 + \dfrac{r}{n}\right)^{nt}$ cuando $p = 100, r = 0.06, n = 1, t = 3$ (la fórmula del interés compuesto; vea el ejemplo 2).
24. $z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ cuando $\bar{x} = 78, \mu = 66, \sigma = 15, n = 25$ (fórmula estadística para determinar la desviación estándar, o calificación z de una media $\bar{x}$).

Despeje a y de cada ecuación (vea los ejemplos 4 y 5).

25. $3x + y = 5$

26. $8x + 3y = 9$

27. $x - 7y = 13$

28. $-6x + 5y = 25$

29. $6x - 2y = 16$

30. $9x = 7y + 23$

31. $\frac{3}{4}x - y = 5$

32. $\frac{x}{4} - \frac{y}{6} = 2$

33. $3(x - 2) + 3y = 6x$

34. $y - 4 = \frac{2}{3}(x + 6)$

35. $y + 1 = -\frac{4}{3}(x - 9)$

36. $\frac{1}{5}(x + 3y) = \frac{4}{7}(2x - 1)$

Despeje la variable indicada de cada ecuación (vea los ejemplos 6 al 8).

37. $d = rt$, para t

38. $i = prt$, para t

39. $C = \pi d$, para d

40. $A = lw$, para l

41. $P = 2l + 2w$, para l

42. $P = 2l + 2w$, para w

43. $V = lwh$, para h

44. $V = \pi r^2 h$, para h

45. $A = P + Prt$, para r

46. $Ax + By = C$, para y

47. $V = \frac{1}{3}lwh$, para l

48. $A = \frac{1}{2}bh$, para b

49. $y = mx + b$, para m

50. $IR + Ir = E$, para R

51. $y - y_1 = m(x - x_1)$, para m

52. $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$, para σ

53. $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$, para μ

54. $y = \frac{kx}{z}$, para z

55. $P_1 = \frac{T_1 P_2}{T_2}$, para T_2

56. $F = \frac{mv^2}{r}$, para m

57. $A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$, para h

58. $D = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{n}$, para n

59. $S = \frac{n}{2}(f + l)$ para n

60. $S = \frac{n}{2}(f + l)$, para l

61. $C = \frac{5}{9}(F - 32)$, para F

62. $F = \frac{9}{5}C + 32$, para C

63. $F = \frac{km_1 m_2}{d^2}$, para m_1

64. $F = \frac{km_1 m_2}{d^2}$ para m_2

Resolución de problemas

En los ejercicios del 65 al 88, cuando sea apropiado, redondee su respuesta a dos decimales.

65. Tipo de cambio

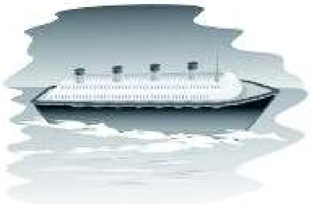
a) De acuerdo con el sitio web Universal Converter, el 5 de febrero de 2005, 1 dólar de Estados Unidos se podría cambiar por 9.11 pesos mexicanos. Escriba una fórmula que utilice d para los dólares y p para los pesos, que pueda utilizarse para convertir dólares a pesos.

b) Escriba una fórmula que pueda emplearse para convertir pesos a dólares.

c) Explique cómo determinó sus respuestas a las partes **a)** y **b)**.

66. Velocidad del Titanic Los barcos en el mar miden su velocidad en nudos. Por ejemplo, cuando el *Titanic* chocó con el iceberg, su velocidad era de casi 20.5 nudos. Un nudo es 1 milla náutica por hora. Una milla náutica es alrededor de 6076 pies. Cuando se mide la velocidad en millas por hora, una milla son 5280 pies.

a) Determine una fórmula para convertir una velocidad en nudos (k) a una velocidad en millas por hora (m).
b) Explique cómo determinó esta fórmula.
c) Determine la velocidad, en millas por hora, a la cual el *Titanic* chocó con el iceberg.



En los ejercicios del 67 al 70, utilice la fórmula para el interés simple $i = prt$. Vea el ejemplo 1.

67. Un préstamo personal Edison Tan prestó a su colega, Ken Pothoven, \$1100 por 4 años a una tasa de interés simple del 7% anual. Determine el interés simple que debe pagar Ken a Edison cuando salde el préstamo al término de los 4 años.

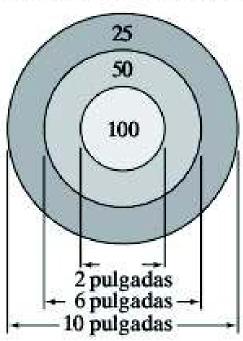
68. Determinación de la tasa Steve Marino pidió prestados \$500 por dos años a su unión de crédito. El interés simple que pagó fue de \$52.90. ¿Cuál fue la tasa de interés simple que se le cobró?

69. Determinación del periodo de un préstamo Mary Haran prestó a su hermana, Dawn, \$20,000 a una tasa de interés simple de 3.75% anual. Al final del periodo del préstamo, Dawn pagó a Mary los \$20,000 originales más \$4875 de interés. Determine el tiempo que duró el préstamo.

70. Un certificado de depósito Erin Grabish recibió \$2000 por una conferencia en un seminario de planeación financiera. Fred invirtió el dinero en un certificado de depósito durante 2 años. Cuando ella redimió el certificado, recibió \$2166. ¿Cuál fue la tasa de interés simple que recibió en este certificado de depósito?

En los ejercicios del 71 al 76, si no está seguro de la fórmula a usar, consulte el apéndice A.

71. Área de un blanco Marc Mazzoni, campeón en tiro de dardos en el estado de Michigan, practica en un blanco con círculos concéntricos como se muestra en la figura.



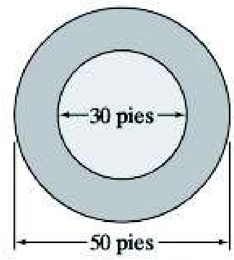
a) Determine el área del círculo marcado con 100.
b) Determine el área total del blanco.

72. Planeación de un arenero Betsy Nixon está planeando construir un arenero rectangular para su hija. Cuenta con 38 pies de madera para utilizar en los lados. Si el largo del arenero será de 11 pies, ¿cuál será el ancho?

73. Volumen de concreto en una entrada de automóvil Anthony Palmiotto, está instalando concreto para una entrada de cochera, será de 15 pies de largo por 10 pies de ancho y 6 pulgadas de profundidad.

a) Determine el volumen del concreto necesario en pies cúbicos.
b) Si 1 yarda cúbica = 27 pies cúbicos, ¿cuántas yardas cúbicas de concreto se necesitan?
c) Si el concreto cuesta \$35 por yarda cúbica, ¿cuál es el costo del concreto? El concreto debe comprarse en yardas cúbicas completas.

74. Área de un helipuerto Un helipuerto en Raleigh, Carolina del Norte, tiene dos círculos concéntricos como se muestra en la figura.



Determine el área de la región roja en la figura.

75. Contenedores para helado La compañía de helados de Gil y Lori vende helados en dos contenedores, un bote cilíndrico y una caja rectangular como se muestra en la figura. ¿A cuál contenedor le cabe más helado y cuál es la diferencia de volúmenes?

76. Capacidad de una cubeta Sandra Hakanson tiene una cubeta en la que desea mezclar detergente. Las dimensiones de la cubeta se muestran en la figura.

a) Determine la capacidad de la cubeta en pulgadas cúbicas.
b) Si 231 pulgadas cúbicas = 1 galón, ¿cuál es la capacidad de la cubeta en galones?
c) Si las instrucciones en la botella de detergente dicen que agregue 1 onza por galón de agua, ¿cuánto detergente debe añadir Sandra a la cubeta llena de agua?

Para los ejercicios del 77 al 80, consulte el ejemplo 2.

77. **Cuenta de ahorros** Beth Rechsteiner invirtió $10,000 en una cuenta de ahorros que paga 6% de interés compuesto cada trimestre. ¿Cuánto dinero tendrá en su cuenta de ahorros al cabo de 2 años?

78. **Capitalización mensual** Vigay Patel invirtió $8500 en una cuenta de ahorros que paga 3.2% de interés compuesto cada mes. ¿Cuánto dinero tendrá en su cuenta al final de 4 años?

79. **Certificado de depósito** Keather Kazakoff invierte $4390 en un certificado de depósito que paga 4.1% de interés capitalizable cada semestre. ¿Cuánto valdrá el certificado después de 36 meses?

80. **Comparación de cuentas** James Misenti tiene $1500 para invertir durante un año. Él tiene la opción de una cuenta en una unión de crédito que paga 4.5% de interés simple anual y una cuenta bancaria que paga 4% de interés compuesto cada trimestre. Determine cuál cuenta pagaría más interés y por cuánto.

Para los ejercicios del 81 al 84, consulte el ejemplo 3.

81. **Tasa gravable equivalente** Kimberly Morse-Austin es una estudiante que está en el rango de ingresos con el 15% de impuestos federales. Está considerando invertir $1500 en un bono de un fondo mutuo libre de impuestos que paga 3.5% de interés simple. Determine la tasa gravable equivalente a 3.5% de tasa libre de impuestos.

82. **Comparación de inversiones** Dave Ostrow está en el rango de ingresos con el 35% de impuestos federales y considera dos inversiones: un bono municipal libre de impuestos que paga 3% de interés simple o bien un certificado de depósito gravable que paga 4.5% de interés simple. ¿Cuál inversión le da un mayor rendimiento?

83. **Inversión de padre e hijo** Anthony Rodriguez está en el rango de ingresos con impuestos federales de 35% y su hijo, Angelo, está en el rango del 28%. Ambos están considerando un fondo mutuo libre de impuestos que les produce 4.6% de interés simple.
   a) Determine la tasa gravable equivalente a una tasa libre de impuestos del 4.6% para Anthony.
   b) Determine la tasa gravable equivalente a una tasa libre de impuestos del 4.6% para Angelo.

84. **Comparación de inversiones** Marissa Felberty considera invertir $9200 en una cuenta gravable que da 6.75% o en una cuenta libre de impuestos que produce 5.5%. Si está en el rango de ingresos con el 25% de impuestos, ¿qué inversión le producirá el mayor rendimiento?

Los ejercicios del 85 al 88 tienen diversas situaciones. Resuelva cada ejercicio.

85. **Pérdida de peso** Un nutriólogo le explica a Robin Thomas que una persona pierde peso quemando más calorías de las que consume. Por ejemplo, Robin, una mujer de 5′6″ que pesa 132 libras, estará alrededor del mismo peso con ejercicio normal si sigue una dieta diaria de 2400 calorías. Si quema más de 2400 calorías diariamente, perderá peso que puede aproximarse por el modelo matemático $w = 0.02c$, donde w es la pérdida de peso *semanal* y c es el número de calorías quemadas *por día* por *arriba* de 2400 calorías.
   a) Determine la pérdida semanal de peso de Robin, si hace ejercicio y quema 2600 calorías por día.
   b) ¿Cuántas calorías debería quemar Robin en un día para perder 2 libras en una semana?

86. **Prueba de presión** Cuando a una persona se le somete a una prueba de presión, por lo general se le indica que al llegar el ritmo cardiaco a cierto punto, la prueba deberá detenerse. El máximo ritmo cardiaco permitido, m, en latidos por minuto, puede ser aproximado por la ecuación $m = -0.875x + 190$, donde x representa la edad del paciente de 1 a 99. Usando este modelo matemático determinar
   a) el ritmo cardiaco máximo para una persona de 50 años.
   b) la edad de una persona cuyo máximo ritmo cardiaco sea de 160 latidos por minuto.

87. **Saldo de una cartera de inversión** Algunos planeadores financieros recomiendan la siguiente regla empírica a los inversionistas. El porcentaje de acciones en su cartera total debe ser igual a 100 menos su edad. El resto se debe colocar en bonos o tenerlo en efectivo.
   a) Construya modelos matemáticos para el porcentaje que se conserva en acciones (utilice S para el porcentaje en acciones y a para la edad de la persona).
   b) Por medio de esta regla empírica, determine el porcentaje en acciones para una persona de 60 años de edad.

88. **Índice de masa corporal** El índice de masa corporal es una manera estándar de evaluar el peso corporal de una persona con respecto a su estatura. Para determinar su índice de masa corporal (IMC) usando medidas métricas, divida su peso, en kilogramos, entre su estatura, en metros, elevada al cuadrado. Una forma abreviada para calcular el IMC usando libras y pulgadas, es multiplicar por 705 su peso en libras y luego dividir entre el cuadrado de su altura en pulgadas.
   a) Cree una fórmula para determinar el IMC de una persona usando kilogramos y metros.
   b) Cree una fórmula para determinar el IMC de una persona cuando el peso se da en libras y la altura se da en pulgadas.
   c) Determine su IMC.

Reto

89. De la fórmula $r = \dfrac{s/t}{t/u}$ despeje **a)** s, **b)** u.

Ejercicios de repaso acumulativo

[1.4] **90.** Evalúe $-\sqrt{3^2+4^2}+|3-4|-6^2$.

91. Evalúe $\dfrac{7+9\div(2^3+4\div 4)}{|3-7|+\sqrt{5^2-3^2}}$.

92. Evalúe $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ cuando $a=-2$, $b=3$.

[2.1] **93.** Resuelva la ecuación $\frac{1}{4}t+\frac{1}{2}=1-\frac{1}{8}t$.

2.3 Aplicaciones del álgebra

1 Traducir una proposición verbal a una expresión algebraica o en una ecuación.

2 Utilizar el procedimiento de resolución de problemas.

1 Traducir una proposición verbal a una expresión algebraica o en una ecuación

Las siguientes secciones presentarán algunos de los muchos usos del álgebra en situaciones de la vida real. Cuando sea posible, incluiremos otras aplicaciones relevantes en el libro.

Quizá la parte más difícil al resolver un problema verbal sea transformarlo en una ecuación. Éste es el paso 2 en el procedimiento de resolución de problemas presentado en la sección 2.2. Antes de representar los problemas como ecuaciones, damos algunos ejemplos o frases representadas como expresiones algebraicas.

Frase	Expresión algebraica
un número incrementado en 8	$x+8$
dos veces un número	$2x$
7 menos que un número	$x-7$
un noveno de un número	$\frac{1}{9}x$ o $\frac{x}{9}$
2 más que 3 veces un número	$3x+2$
4 menos que 6 veces un número	$6x-4$
12 veces la suma de un número y 5	$12(x+5)$

En estas expresiones algebraicas se utilizó la variable x, pero podríamos haber utilizado cualquier otra variable para representar la cantidad desconocida.

EJEMPLO 1 ▸ Exprese cada frase como una expresión algebraica.

a) El radio, r, disminuido en 9 centímetros.

b) 5 menos que dos veces la distancia, d.

c) 7 veces un número, n, aumentado en 8.

Solución

a) $r-9$ **b)** $2d-5$ **c)** $7n+8$

▸ Ahora resuelva el ejercicio 3

Sugerencia útil *Consejo de estudio*

Es importante que se prepare cuidadosamente para el resto del capítulo; asegúrese de leer el libro y los ejemplos con cuidado. *Asista a clase todos los días y, sobre todo, trabaje en todos los ejercicios que se le asignen.*

Conforme lea los ejemplos en el resto del capítulo, piense acerca de cómo se pueden extender a otros problemas similares. Así, en el ejemplo 1 **a)** establecimos que el radio, r, disminuido en 9 centímetros, podía representarse por $r-9$. Puede generalizar esto a otros problemas similares; por ejemplo, un peso, w, disminuido en 15 libras, puede representarse como $w-15$.

EJEMPLO 2 Escriba cada una de las siguientes frases como una expresión algebraica.

a) El costo por adquirir x camisas a $4 cada una
b) La distancia recorrida en t horas a 65 millas por hora
c) El número de centavos en n monedas de cinco centavos
d) Una comisión del 8% en la venta de x dólares.

Solución

a) Podemos razonar así: una camisa costaría 1(4) dólares, dos camisas, 2(4) dólares, tres camisas, 3(4) dólares, cuatro camisas, 4(4) dólares, y así sucesivamente. Continuando con este proceso, podemos ver que x camisas costarían $x(4)$ o $4x$ dólares. Podemos aplicar el mismo razonamiento para resolver cada una de las otras partes.
b) $65t$
c) $5n$
d) $0.08x$ (8% se escribe como 0.08 en forma decimal).

Ahora resuelva el ejercicio 7

Sugerencias útiles

Cuando se nos pide determinar un porcentaje, siempre estamos determinando el porcentaje de alguna cantidad. Por lo tanto, cuando se lista un porcentaje, **siempre** se multiplica por un número o una variable. En los ejemplos siguientes utilizamos la variable c, pero podríamos utilizar cualquier otra letra para representar la variable.

Frase	Cómo se escribe
6% de un número	$0.06c$
el costo de un artículo incrementado en un 7% de impuestos	$c + 0.07c$
el costo de un artículo reducido en 35%	$c - 0.35c$

A veces, en un problema hay dos números que se relacionan entre sí. Con frecuencia representamos uno de ellos con una variable y el otro con una expresión que contiene esa variable. Por lo general representamos con la variable la descripción menos complicada, y escribimos la segunda (la expresión más compleja) en términos de la variable. En los ejemplos siguientes, utilizamos x para la variable.

Frase	Un número	Segundo número
La edad de Dawn ahora y la edad de Dawn dentro de 6 años	x	$x + 3$
un número es 9 veces el otro	x	$9x$
un número es 4 menos que el otro	x	$x - 4$
un número y el número aumentado en 16%	x	$x + 0.16x$
un número y el número disminuido en 10%	x	$x - 0.10x$
la suma de dos números es 19	x	$19 - x$
una tabla de 13 pies cortada en dos pedazos	x	$13 - x$
$10,000 compartidos por dos personas	x	$10,000 - x$

Los últimos tres ejemplos podrían no ser muy obvios. Considere "La suma de dos números es 10". Cuando sumamos x y $10 - x$ obtenemos $x + (10 - x) = 10$. Cuando una tabla de 6 pies se corta en dos tramos serán x y $6 - x$. Por ejemplo, si un tramo es de 2 pies, el otro debe ser de $6 - 2 = 4$ pies.

Sugerencia útil

Suponga que lee el enunciado siguiente en un problema de aplicación: "Una cuerda de 12 pies se corta en dos partes". Probablemente sabe que debe usar x (o alguna otra variable) para representar la longitud de la primera parte de la cuerda. Lo que podría no estar seguro es si debe utilizar $x - 12$ o $12 - x$ para representar la longitud de la segunda parte. Para ayudarle a decidir puede ser útil usar números específicos para establecer el patrón. En este ejemplo podría utilizar un patrón similar al que se muestra a continuación para auxiliarse.

Si la primera pieza es de …	Entonces la segunda pieza es de …
2 pies	10 pies = 12 pies − 2 pies
5 pies	7 pies = 12 pies − 5 pies

Con base en este patrón puede ver que si la primera pieza es de x pies, entonces la segunda pieza es de $12 - x$ pies.

EJEMPLO 3 ▸ Para cada una de las siguientes relaciones, elija una variable para representar una cantidad y exprese la segunda cantidad en términos de la primera.

a) La velocidad del segundo tren es 1.8 veces la velocidad del primero.
b) David y su hermano comparten $90.
c) A Tom le lleva tres horas más que a Roberta terminar la tarea.
d) Hilda tiene $5 más que dos veces la cantidad de dinero que tiene Héctor.
e) La longitud de un rectángulo es 7 unidades menos que 3 veces su ancho.

Solución

a) Velocidad del primer tren, s; velocidad del segundo tren, $1.8s$
b) La cantidad que tiene David, x; la cantidad que tiene su hermano, $90 - x$.
c) Roberta, t; Tom, $t + 3$
d) Héctor, x; Hilda, $2x + 5$
e) Ancho, w; longitud, $3w - 7$

▸ Ahora resuelva el ejercicio 11

La palabra *es* en un problema verbal con frecuencia significa **es igual a** y se representa por un signo de igual, =.

Proposición verbal	Ecuación algebraica
4 menos que 3 veces un número *es* 17	$6x - 4 = 17$
un número reducido en 4 *es* 5 más que el doble del número	$x - 4 = 2x + 5$
el producto de dos enteros consecutivos *es* 72	$x(x + 1) = 72$
un número incrementado en su 15% *es* 90	$x + 0.15x = 90$
un número reducido en su 12% *es* 52	$x - 0.12x = 52$
la suma de un número y el número incrementado en su 4% *es* 324	$x + (x + 0.04x) = 324$
el costo por rentar un VCR durante x días a $18 por día *es* $120	$18x = 120$

2 Utilizar el procedimiento de resolución de problemas

Existen muchos tipos de problemas verbales y el procedimiento general para la resolución de problemas dado en la sección 2.2 puede utilizarse para resolver todos los problemas. Ahora presentamos otra vez los cinco pasos del procedimiento para resolver problemas de modo que pueda consultarlo con facilidad. Hemos incluido información adicional después del paso 2, ya que en esta sección vamos a enfatizar la traducción de problemas verbales en ecuaciones.

Procedimiento para resolver problemas de aplicación

1. **Entienda el problema.** Identifique la cantidad o cantidades que se pide determinar.
2. **Traduzca el problema a lenguaje matemático** (exprese el problema como una ecuación).
   a) Elija una variable para representar una cantidad, y **escriba exactamente lo que representa**. Represente cualquier otra cantidad a determinar en términos de esta variable.
   b) Utilice la información del paso a), escriba una ecuación que represente el problema verbal.
3. **Realice los cálculos matemáticos** (resuelva la ecuación).
4. **Compruebe la respuesta** (utilice el texto original del problema).
5. **Responda la pregunta que se hizo.**

Algunas veces combinaremos los pasos o no mostraremos algunos pasos del procedimiento para resolver problemas, debido a la limitación de espacio. Aun cuando no mostremos una comprobación para un problema, usted siempre debe comprobarlo para asegurarse de que su respuesta es razonable y tiene sentido.

EJEMPLO 4 ▸ **Planes para llamadas de larga distancia** El plan de pago Tasa Preferencial de la compañía telefónica BellSouth requiere que el cliente pague una cuota mensual de \$3.95 y luego 6.9 centavos por minuto por cualquier llamada de larga distancia realizada. El plan Servicio Básico de la misma compañía no tiene un pago mensual, pero el cliente paga 18 centavos por minuto por cualquier llamada de larga distancia realizada. Determine el número de minutos que un cliente necesitaría dedicar a llamadas de larga distancia para que el costo de los dos planes fuesen iguales.

Solución **Entienda** Nos dan dos planes en los que uno tiene una cuota mensual y el otro no. Se nos pide determinar el *número de minutos* de llamadas de larga distancia que resultaría en que ambos planes tengan el mismo costo total. Para resolver el problema estableceremos el costo de los dos planes iguales entres sí y resolvemos para el número de minutos.

Traduzca Sea n = número de minutos en llamadas de larga distancia.

Entonces $0.069n$ = costo por n minutos a 6.9 centavos por minuto

y $0.18n$ = costo por n minutos a 18 centavos por minuto.

Costo del plan Tasa preferencial = Costo del plan Servicio básico

gasto mensual + costo de llamadas = costo de llamadas

$$3.95 + 0.069n = 0.18n$$

Realice los cálculos

$$3.95 = 0.111n$$

$$\frac{3.95}{0.111} = \frac{0.111n}{0.111}$$

$$35.59 \approx n$$

Compruebe El número de minutos es razonable y la aritmética es sencilla de verificar.

Responda Si se emplearan alrededor de 36 minutos por mes, ambos planes tendrían casi el mismo costo total.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 33

Edificios del CCPE

EJEMPLO 5 ▸ Gasto en CCPE En 2004, los Centros para el Control y Prevención de Enfermedades (CCPE) tenían un presupuesto de \$4.440 mil millones; tuvo un incremento de 2.3% con respecto al presupuesto de 2003. Determine el presupuesto del CCPE de 2000.

Solución **Entienda** Necesitamos determinar el presupuesto del CCPE de 2003. Para resolver este problema, usaremos el hecho de que el presupuesto se incrementó 2.3% de 2003 a 2004 y que el presupuesto de 2004 fue \$4.440 mil millones.

Traduzca Sea x = al presupuesto del CCPE en 2003.

Entonces $0.023x$ = incremento en el presupuesto de 2003 a 2004.

$$\begin{pmatrix}\text{presupuesto del}\\ \text{CCPE de 2003}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{aumento en el presupuesto}\\ \text{de 2003 a 2004}\end{pmatrix} = (\text{presupuesto del CCPE de 2004})$$

$$x \quad + \quad 0.023x \quad = 4.440$$

Realice los cálculos

$$\begin{aligned} x + 0.023x &= 4.440 \\ 1.023x &= 4.440 \\ x &\approx 4.340 \end{aligned}$$

Compruebe y responda El número obtenido es menor que el presupuesto de 2004, que es lo que esperamos. El presupuesto de 2003 fue alrededor de \$4.340 mil millones.
Fuente: www.cdc.gov/fm.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 41

EJEMPLO 6 ▸ Área territorial El total de área territorial de las cuatro poblaciones: Gibraltar, Nauru, Bermudas y la Isla Norfolk es de 116 km^2 (kilómetros cuadrados). El área territorial de Gibraltar es $\frac{1}{3}$ del área de Nauru. El área de la Isla Norfolk es $\frac{5}{3}$ del área de Nauru. El área de Bermudas es 10 km^2 menos que 3 veces el área de Nauru. Determine el área de cada una de estas poblaciones.

Solución **Entienda** Necesitamos determinar el área (en km^2) de Gibraltar, Nauru, Bermudas e Isla Norfolk. Observe que el área de las poblaciones puede determinarse a partir del área de Nauru. Por tanto, estableceremos como variable desconocida el área de Nauru. Entonces podemos representar el área de las otras tres poblaciones mediante esta variable. Además, observe que el área total de las cuatro poblaciones es de 116 km^2.

Traduzca

$$\begin{aligned} \text{Sea } a &= \text{área de Nauru} \\ \frac{1}{3}a &= \text{área de Gibraltar,} \\ \frac{5}{3}a &= \text{área de la Isla Norfolk} \\ \text{y } 3a - 10 &= \text{área de Bermudas.} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix}\text{área de}\\ \text{Nauru}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{área de}\\ \text{Gibraltar}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{área de la}\\ \text{Isla Norfolk}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{área de}\\ \text{Bermudas}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{área}\\ \text{total}\end{pmatrix}$$

$$a \quad + \quad \frac{1}{3}a \quad + \quad \frac{5}{3}a \quad + \quad (3a - 10) \quad = \quad 16$$

Realice los cálculos

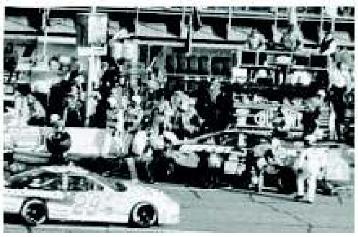
$$\begin{aligned} a + \frac{1}{3}a + \frac{5}{3}a + (3a - 10) &= 116 \\ a + 2a + 3a - 10 &= 116 \\ 6a - 10 &= 116 \\ 6a &= 126 \\ a &= 21 \end{aligned}$$

Compruebe y responda El área territorial de Nauru es de 21 km^2. El área de Gibraltar es $\frac{1}{3}(21) = 7$ km^2. El área territorial de la Isla Norfolk es $\frac{5}{3}(21) = 35$ km^2. El área de Bermudas es $(3 \cdot 21) - 10 = 63 - 10 = 53$ km^2. El área total de estas cuatro poblaciones es $(21 + 7 + 35 + 53) = 116$ km^2, así que la respuesta se verifica.

Fuente: www.worldgazateer.com

▸ Ahora resuelva el ejercicio 53

EJEMPLO 7 ▸ Daytona Beach Erin Grabish llevó a su familia a visitar Daytona Beach, Florida. Permanecieron una noche en un Holiday Inn. Cuando hicieron su reservación del hotel se les cotizó una tarifa de \$95 por noche, antes de aplicar los impuestos. Cuando salieron, su facturación total fue \$110.85, que incluía el impuesto de la habitación y un cargo de \$3.50 por una barra de dulce (del servibar de la habitación). Determine la tasa de impuestos por la habitación.


Carrera Daytona 500

Solución **Entienda** Su facturación total consiste en la tarifa de la habitación, el impuesto por la habitación y el costo de \$3.50 por la barra de dulce. El impuesto de la habitación se determina multiplicando el costo de la tarifa de la habitación por la tasa de impuesto. Nos piden determinar la tasa de impuesto de la habitación.

Traduzca Sea t = taza de impuesto por la habitación

entonces $0.01t$ = tasa de impuesto, como decimal

costo de la habitación + impuesto de la habitación + barra dulce = total

$$95 + 95(0.01t) + 3.50 = 110.85$$

Realice los cálculos

$$95 + 0.95t + 3.50 = 110.85$$
$$0.95t + 98.50 = 110.85$$
$$0.95t = 12.35$$
$$t = 13$$

Compruebe y responda Si sustituye 13 por t en la ecuación, verá que se verifica la respuesta. La tasa de impuesto es 13%.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 47

EJEMPLO 8 ▸ Hipoteca de una casa Mary Shapiro comprará su primera casa y está considerando dos bancos por una hipoteca de \$60,000. Citicorp cobra 6.50% de tasa de interés sin puntos por un préstamo a 30 años. (Un punto es un cobro por única vez de 1% del monto de la hipoteca). Los pagos mensuales de la hipoteca para la hipoteca de Citicorp serían de \$379.24. Citicorp también cobra una cuota de \$200 por la solicitud. El Banco de América cobra 6.00% de tasa de interés con 2 puntos por un préstamo a 30 años. Los pagos mensuales del Banco de América serían de \$359.73 y el costo de los puntos que Mary necesitaría pagar al momento de contratar es 0.02(\$60,000) = \$1200. El Banco de América no cobra su solicitud.

a) ¿Cuánto tiempo tomaría para que los pagos totales de la hipoteca de Citicorp fueran iguales a los pagos totales de la hipoteca del Banco de América?

b) Si Mary planea conservar su casa durante 20 años, ¿cuál hipoteca resultaría en un costo total menor?

Solución **a) Entienda** Citicorp cobra una tasa de interés más alta y una pequeña cuota de la solicitud pero no cobra puntos. El Banco de América cobra una tasa menor y no cobra por la solicitud, pero cobra 2 puntos. Necesitamos determinar el número de meses cuando los pagos totales de los dos préstamos fueran iguales.

Traduzca Sea x = número de meses.

Entonces $379.24x$ = costo de pagos a la hipoteca por x meses con Citicorp

y $359.73x$ = costo de pagos a la hipoteca por x meses con el Banco de América.

costo total con Citicorp = costo total con Banco de América

pagos a la hipoteca + costo de la solicitud = pagos a la hipoteca + puntos

$$379.24x + 200 = 359.73x + 1200$$

Realice los cálculos

$$379.24x + 200 = 359.73x + 1200$$
$$379.24x = 359.73x + 1000$$
$$19.51x = 1000$$
$$x \approx 51.26$$

Responda El costo sería el mismo en alrededor de 51.26 meses o casi 4.3 años.

b) El costo total sería el mismo en casi 4.3 años; antes de los 4.3 años, el costo del préstamo con el Banco de América sería mayor a consecuencia del cobro inicial de \$1200 por los puntos. Sin embargo, después de 4.3 años el costo del Banco de América sería menor ya que el pago mensual es menor. Si evaluamos el costo total con Citicorp durante 20 años (240 pagos mensuales), obtenemos \$91,217.60. Si evaluamos el costo total con el Banco de América durante 20 años, obtenemos \$87,535.20. Por lo tanto, Mary ahorrará \$3682.40 durante el periodo de 20 años con el Banco de América.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 49

Ahora veamos dos ejemplos que incluyen ángulos. En el ejemplo 9 utilizamos **ángulos complementarios**, éstos son dos ángulos cuya suma de medidas es 90° (vea la **figura 2.4**).

En la **figura 2.4**, el ángulo x (representado $\measuredangle x$) y el ángulo y ($\measuredangle y$) son ángulos complementarios ya que su suma mide 90°.

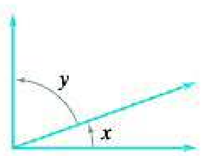


FIGURA 2.4

EJEMPLO 9 ▸ Ángulos complementarios Si el ángulo A y el ángulo B son complementarios y el ángulo B es 42° mayor que el ángulo A, determine las medidas de los ángulos A y B.

Solución **Entienda** La suma de las medidas de los dos ángulos debe ser 90°, ya que son ángulos complementarios. Usaremos este hecho para plantear una ecuación. Como el ángulo B está descrito en términos del ángulo A, representaremos con x la medida del ángulo A.

Traduzca Sea x = medida del ángulo A

Entonces $x + 42$ = medida del ángulo B

medida del ángulo A + medida del ángulo B = 90°

$$x + x + 42 = 90$$

Realice los cálculos

$$2x + 42 = 90$$
$$2x = 48$$
$$x = 24$$

Compruebe y responda Como $x = 24$, la medida del ángulo A es 24°. La medida del ángulo $B = x + 42 = 24 + 42 = 66$, por lo que el ángulo B tiene una medida de 66°. Observe que el ángulo B es 42° mayor que el ángulo A, y la suma de las medidas de ambos ángulos es 24° + 66° = 90°.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 21

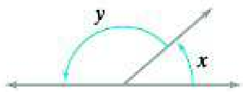


FIGURA 2.5

En el ejemplo 10 utilizamos **ángulos suplementarios**, que son dos ángulos cuya suma de medidas es 180° (vea la **figura 2.5**).

En la **figura 2.5**, los ángulos x y y son ángulos suplementarios ya que la suma de sus medidas es 180°.

EJEMPLO 10 ▸ **Ángulos suplementarios** Si los ángulos C y D son suplementarios y la medida de los ángulos C es 6° mayor que el doble de la medida del ángulo D, determine las medidas de los ángulos C y D.

Solución **Entienda** La suma de las medidas de los dos ángulos debe ser 180°, ya que son suplementarios. Como el ángulo C se describe en términos del ángulo D, representaremos con x la medida del ángulo D.

Traduzca

$$\text{Sea } x = \text{medida del ángulo } D.$$
$$\text{Entonces } 2x + 6 = \text{medida del ángulo } C.$$
$$\text{medida del ángulo } C + \text{medida del ángulo } D = 180°$$
$$2x + 6 \quad + \quad x \quad = 180$$

Realice los cálculos

$$3x + 6 = 180$$
$$3x = 174$$
$$x = 58$$

Compruebe y responda Como $x = 58$, la medida del ángulo D es 58°. La medida del ángulo $C = 2x + 6 = 2(58) + 6 = 122$; por tanto la medida del ángulo $C = 122°$. Observe que la medida del ángulo C es 6° mayor que el doble de la medida del ángulo D y que la suma de las medidas de los ángulos es $122° + 58° = 180°$.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 23

Sugerencia útil *Consejo de estudio*

A continuación aparecen algunas sugerencias, por si usted tiene alguna dificultad con problemas de aplicación.

1. Instructor. Haga una cita para ver a su instructor. Asegúrese de haber leído el material del libro y haber intentado resolver todos los problemas de tarea. Realice preguntas específicas su instructor.
2. Video en CD. Averigüe si los videos en el CD que acompaña a este libro están disponibles en su colegio. Si es así, vea el de este capítulo; utilice el control de pausa, de forma que pueda observar los videos a su ritmo de trabajo.
3. Tutoría. Si su colegio ofrece tutoría gratis, aproveche esa ventaja.
4. Grupo de estudio. Forme un grupo de estudio con sus compañeros de clase. Intercambie números telefónicos y direcciones de correo electrónico. Podrían ayudarse unos a otros.
5. Manual de soluciones para el estudiante. Si se atora con un ejercicio, podría querer utilizar el Manual de Estudio para el Estudiante a fin de ayudarle a entender el problema. No utilice el manual en lugar de trabajar los ejercicios. En general, el Manual de Soluciones debe usarse sólo para verificar su trabajo.
6. MyMathLab. MyMathLab proporciona ejercicios correlacionados con el texto, que se generan de forma algorítmica para una práctica y dominio sin límite. Además, están disponibles herramientas en línea tales como video clases, animaciones y un libro de texto en multimedios, para ayudarle a entender el material. Verifique con su profesor para determinar si MyMathLab está disponible.
7. MathXL®. MathXL es un poderoso sistema de tareas, tutorial y evaluación correlacionado específicamente con este texto. Puede hacer exámenes de los capítulos en MatXL y recibir un plan de estudio personalizado con base en sus resultados. El plan de estudio lo enlaza directamente a ejercicios de apoyo para los objetivos que necesita estudiar o volver a examinarse. Verifique con su profesor para determinar si está disponible MathXL.
8. Prentice Hall Mathematics Tutor. Una vez que el programa ha sido iniciado por su instructor, usted puede obtener apoyo individual vía telefónica, fax o por email.

`Es importante que siga intentando! Recuerde, cuanto más practique mayor será su habilidad en la resolución de problemas de aplicación.

CONJUNTO DE EJERCICIOS 2.3

MathXL® MyMathLab

Práctica de habilidades

En los ejercicios del 1 al 10, exprese cada frase como una expresión algebraica.

1. 3 menos que un número, x.
2. 17 más que 4 veces un número, m.
3. el volumen, v, aumentado en 6 metros^3.
4. 11 veces un número n, disminuido en 7.5
5. la distancia, d, aumentada en 2 millas.
6. 7 veces un número, p, aumentado en 8.
7. el costo de comprar y libros a \$19.95 cada uno
8. el número de centavos en q monedas de 25 centavos
9. 9.6% de comisión en la venta de casas por un total de x dólares
10. el monto de interés generado en un año a una tasa de 3.5% sobre d dólares.

En los ejercicios del 11 al 20, seleccione una variable para representar una cantidad y exprese la segunda cantidad en términos de la primera.

11. Un tablón de madera de 12 pies se corta en dos partes.
12. Un ángulo de un triángulo es 7° mayor que otro ángulo.
13. La longitud de un rectángulo es 29 metros mayor que el ancho.
14. Una tarea de 17 horas se divide entre Robin y Tom.
15. \$165 se reparten entre Max y Lora.
16. George puede pintar una casa el doble de rápido que Jason.
17. Nora puede correr 1.3 millas por hora más rápido que Betty.
18. La velocidad límite en una autopista es 30 millas por hora mayor que la velocidad límite en un camino local.
19. El costo por electricidad ha aumentado 22%.
20. El precio de un refrigerador ha aumentado en 6%.

Resolución de problemas

En los ejercicios del 21 al 72, plantee una ecuación que pueda usarse para resolver el problema. Determine la solución del problema.

21. **Ángulos complementarios** Los ángulos A y B son ángulos complementarios. Determine las medidas de los ángulos A y B si el ángulo A es cuatro veces el tamaño del ángulo B. Vea el ejemplo 9.

22. **Ángulos complementarios** Los ángulos C y D son complementarios. Determine las medidas de los ángulos C y D, si el ángulo D es 15° menor que el doble del ángulo C.

23. **Ángulos suplementarios** Los ángulos A y B son suplementarios. Determine las medidas de los ángulos A y B, si el ángulo B es 4 veces el tamaño del ángulo A. Vea el ejemplo 10.

24. **Ángulos suplementarios** Los ángulos A y B son suplementarios. Determine las medidas de cada ángulo, si el ángulo A es 30° mayor que el ángulo B.

25. **Ángulos en un triángulo** La suma de las medidas de los ángulos de un triángulo es 180°. Determine los tres ángulos de un triángulo, si un ángulo es 20° mayor que el ángulo más pequeño y el tercer ángulo es el doble del ángulo más pequeño.

26. **Ángulos en un triángulo** Determine las medidas de los tres ángulos de un triángulo si un ángulo es el doble del ángulo más pequeño y el tercer ángulo es 60° mayor que el ángulo más pequeño.

27. **Sociedad de Honor de historia** Un beneficio de ser miembro de una sociedad de honor, es un 25% de descuento en todas las suscripciones en revistas de historia. Thomas usó este descuento para pedir una suscripción anual a la revista *American Heritage* y pagó \$24. ¿Cuál era el costo de una suscripción regular?

28. **Traje nuevo** Matthew Stringer comprará un traje nuevo. En K & G Menswear encuentra que el precio de venta de un traje con una reducción de 25% es \$187.50. Determine el precio regular del traje.

29. **Pase de autobús** Kate Spence compra un pase mensual de autobús, con valor de \$45, que da derecho al tenedor del mismo a un número ilimitado de viajes en autobús. Sin el pase cada viaje en autobús cuesta \$1.80, ¿Cuántos viajes por mes tendría que tomar Kate para que el costo de los viajes sin el pase fuese igual al costo total de los viajes con el pase?

30. **Costo de lavandería** A Bill Winschief le cuesta \$12.50 a la semana lavar y secar su ropa en la lavandería de la esquina. Si una lavadora y secadora cuestan un total de \$940, ¿cuántas semanas tomaría para que el costo de la lavandería fuese igual al costo de la lavadora y secadora? (No tome en cuenta el costo de la energía eléctrica).

31. **Renta de un camión** El costo de rentar un camión es de \$35 diarios más \$0.20 por milla. Si Tanya Richardson sólo tiene \$80, ¿qué tan lejos puede llegar en 1 día?

32. **Pago a camarera** Candice Colton es una camarera en banquetes, tiene un sueldo de \$2.63 por hora más 15% del costo total de los alimentos y bebidas que ella sirve durante el banquete. Si durante un turno de 5 horas, Candice ganó \$400, ¿cuál fue el costo total de los alimentos y bebidas que ella sirvió?

33. **Juego de golf** Albert Sánchez tiene dos opciones de membresías en un club de golf. Una membresía social cuesta \$1775 en cuotas anuales. Además pagaría una cuota de \$50 por el green y una cuota de \$25 por el carrito de golf cada vez que juegue. Una membresía de golf cuesta \$2425 en cuotas anuales; con ésta Albert sólo pagaría \$25 por el carrito de golf cuando él juegue. ¿Cuántas veces por año necesitaría jugar Albert para que las dos opciones cuesten lo mismo?

34. **Peaje en el puente George Washington** Al ir a Nueva York por el puente George Washington, los clientes deben pagar un peaje (no hay peaje para regresar a Nueva Jersey). Ellos pagan \$6 en efectivo o pueden pagar \$5 (en horas no pico) usando el sistema de pase EZ. El sistema de pase EZ es un plan prepagado que también requiere de un pago por única vez de \$12 para su activación. ¿Cuántos viajes a Nueva York necesitaría hacer una persona (en horas no pico) de modo que el gasto total con el pase EZ sea igual al gasto por peaje sin el uso del pase EZ?

35. **Peaje en un puente** El señor y la señora Morgan viven en un desarrollo turístico de una isla comunicado con tierra firme por un puente de peaje. La cuota es de \$2.50 por automóvil que va a la isla, pero no hay pago para regresar de la isla. Los residentes de la isla pueden comprar un pase mensual por \$20, que les permite cruzar el puente por sólo \$0.50 cada vez. ¿Cuántas veces al mes deberían los Morgan ir a la isla desde tierra firme para que el costo con el pase mensual iguale al costo de peaje regular?

36. **Impuesto a ventas** La tasa de impuesto a ventas en Carolina del Norte es 4.5%. ¿Cuál es el máximo precio que Don y Betty Lichtenberg pueden gastar en un escritorio para computadora, si el costo total del escritorio, incluyendo el impuesto a la venta, es de \$650?

37. **Renta de un departamento** La familia DuVall está rentando un departamento en el Sur de California. Para 2007, la renta será de \$1720 mensuales. La renta mensual en 2007 es 7.5% mayor que la renta mensual en 2006. Determine la renta mensual en 2006.

38. **Fondos de retiro** Eva Chanf realiza contribuciones regulares de \$5000 anuales a un plan de retiro. Algunas de sus contribuciones van al fondo de acciones y otras al fondo global. Sus contribuciones al fondo de acciones es \$250 menos que el doble de las contribuciones al fondo global. ¿Con cuánto contribuye a cada fondo?

39. **Niñas exploradoras** Para reunir dinero para la organización, las niñas exploradoras tienen su jornada anual de galletas. Este año, las ventas totales de dos distritos, el distrito del sudeste y el distrito del noroeste, ascendieron a \$4.6 millones. Si las ventas del distrito del sudeste fueron \$0.31 millones más que las ventas del distrito del noroeste, determine las ventas de cada distrito.

40. **Valores de franquicia** Al final de la temporada 2004 de la Liga Nacional de Fútbol, los Washington Redskins, y los Dallas Cowboys tenían los valores más altos de franquicia. El valor total de las dos franquicias fue de \$2.023 mil millones. El valor de la de Washington Redskins fue 19.2% mayor que el valor de la de Dallas Cowboys. Determine el valor de la franquicia de cada equipo.

41. **Ingreso personal** El ingreso personal ha aumentado desde 1980. El ingreso personal promedio en 2004 fue \$29,367. Esto representa alrededor de 232% de aumento en el ingreso promedio desde 1980. Determine el ingreso personal promedio en 1980.

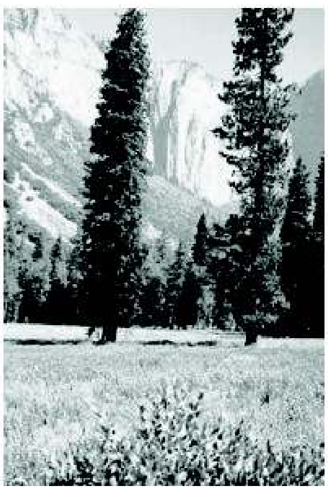
Fuente: Oficina de Análisis Económico de Estados Unidos

42. **Presupuesto de Amtrak** Amtrak ha aprobado presupuestos para los años fiscales 2006 y 2007. El presupuesto 2007 para Amtrak es $3.242 mil millones. Éste es 0.527% mayor que el presupuesto 2006. Determine el presupuesto de Amtrak para 2006.

43. **Aumento de salario mínimo** Desde 1980 a 2005, el aumento en el salario mínimo por hora aumentó alrededor de 66.13% a $5.15 por hora. ¿Cuál era el salario mínimo por hora en 1980?

44. **Huesos y acero** De acuerdo con la revista *Health*, la fuerza que puede soportar un hueso en libras por pulgada cuadrada es 6000 libras más que 3 veces la cantidad que el acero puede soportar. Si la diferencia entre la cantidad de fuerza que pueden soportar un hueso y el acero es de 18,000 libras por pulgada cuadrada, determine la fuerza que tanto el acero como el hueso pueden soportar.

45. **Polen** Hay 57 fuentes principales de polen en Estados Unidos; estas fuentes se clasifican como pastos, malezas y árboles. Si el número de malezas es 5 menos que el doble del número de pastos y el número de árboles es 2 más que el doble del número de pastos, determine el número de pastos, malezas y árboles que son fuentes principales de polen.



46. **Sistema antiasalto en autos** En la compra e instalación de un sistema antiasalto LoJack, Pola Sommers puede ahorrarse 15% del precio de su seguro automotriz. La compra e instalación del sistema LoJack cuesta $743.65. Si el seguro anual de Pola antes de la instalación del sistema LoJack es $849.44, ¿En cuántos años el sistema LoJack se pagaría por sí mismo?

47. **Orden de comida** Después de que Valerie Fandl se sentó en un restaurante, se dio cuenta de que sólo tenía $20.00. Si debe pagar 7% de impuesto por ventas y desea dejar un 15% de propina sobre el costo total (alimentos más impuesto), ¿cuál es el precio máximo del consumo que puede ordenar?

48. **Impuesto a la tarifa de un hotel** A los Ahmeds, mientras vacacionaban en Milwaukee, les cotizaron el precio de una habitación de hotel en $85 por noche más impuestos. Permanecieron una noche y vieron una película que cuesta $9.25. Su facturación total ascendió a $106.66. ¿Cuál fue la tasa de impuestos?

49. **Comparación de hipotecas** Los Chos están adquiriendo una casa nueva y consideran una hipoteca a 30 años de $70,000 con dos bancos diferentes. Madison Savings cobra 9.0% con 0 puntos y First National cobra 8.5% con 2 puntos. First National también cobra $200 por la solicitud, mientras que Madison no cobra ninguna cuota. Los pagos hipotecarios mensuales con Madison serían de $563.50 y con First National serían de $538.30.

a) ¿Después de cuántos meses los pagos totales para los dos bancos serían los mismos?

b) Si el plan de los Chos es mantener su casa por 30 años, ¿cuál plan hipotecario les saldría a más bajo costo? (Vea el ejemplo 8).

50. **Plan de pago** El club de tenis Midtown ofrece dos planes de pago para sus miembros. El plan 1 es un pago mensual de $25 más $10 por hora de renta de la cancha. El plan 2 no tiene pagos mensuales, pero la hora de renta de la cancha es de $18.50. ¿Cuántas horas tendría que jugar al mes la señora Levin para que le convenga el plan 1?

51. **Refinanciamiento hipotecario** Dung Nguyen considera refinanciar su casa con una tasa de interés más baja. Tiene un préstamo hipotecario de 11.875%; en la actualidad hace pagos mensuales de capital e intereses de $510 y le quedan 20 años de hipoteca. Ya que han bajado las tasas de interés, Countrywide Mortgage Corporation le ofrece una tasa del 9.5%, que produciría pagos de capital e interés de $420.50 a 20 años. Sin embargo, para obtener ese préstamo, el precio de contratación sería de $2500.

a) ¿Cuántos meses después de la refinanciación gastaría la misma cantidad con su nueva hipoteca más el precio de contratación que lo que gastaría con su hipoteca original?

b) Si planea pasar los próximos 20 años en esa casa, ¿ahorraría dinero al refinanciar?

52. **Comidas para seminarios** Heather Jockson, una planificadora financiera, promueve comidas para seminarios. Debe pagar de su propio bolsillo las comidas de las personas a las que atiende. Elige un restaurante donde caben 40 personas y le cobran $9.50 por cada una. Si gana 12% de comisión por ventas, ¿cuánto le debe vender a estas 40 personas

a) para no perder ni ganar;

b) para obtener una ganancia de $500?

53. **Medallas olímpicas** En las Olimpiadas de verano de 2004, realizadas en Atenas, Grecia, Estados Unidos, China, Rusia, Australia y Alemania ganaron un total de 355 medallas (oro, plata y bronce). Australia ganó 1 medalla más que Alemania, Rusia ganó 4 menos que el doble del número de medallas que ganó Alemania, China ganó 15 medallas más que Ale-

mania. Y por último, Estados Unidos ganó 7 más que el doble del número de medallas que ganó Alemania. Determine el número de medallas ganadas por Estados Unidos, China, Rusia, Australia y Alemania en los juegos Olímpicos de 2004.

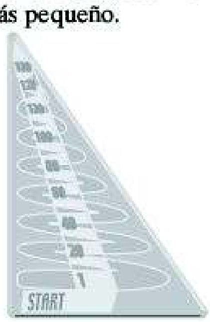
Fuente: athens2004.com

54. **Calificación de exámenes** En un reciente examen, en un grupo de álgebra intermedia, 34 estudiantes obtuvieron calificaciones de A, B, C o D. Hubo el doble de C que de D. Hubo 2 B más que D y hubo 2 más que el doble de A que de D. Determine el número de A, B, C y D en este examen.

55. **Plantas y animales** En el mundo existen aproximadamente 1,500,000 especies clasificadas como plantas, animales o insectos. Los insectos a su vez están subdivididos en escarabajos e insectos que no son escarabajos. Existen aproximadamente 100,000 más plantas que animales. Existen 290,000 más insectos no escarabajos que animales. El número de escarabajos es 140,000 menos que dos veces el número de animales. Encuentre el número de animales, plantas, insectos no escarabajos y escarabajos.

56. **Precio de gasolina** De junio de 2005 a noviembre del mismo año el costo promedio de un galón de gasolina aumentó 36%. Si el costo de un galón de gasolina el 1 de noviembre de 2005 era de \$2.69, determine el costo el 1 de junio de 2005.

57. **Perímetro de un triángulo** John está desarrollando un juego que contiene un tablero triangular. El perímetro del tablero triangular es de 36 pulgadas. Determine la longitud de los tres lados si un lado es 3 pulgadas mayor que el lado más pequeño y el tercer lado es 3 pulgadas menor que el doble de la longitud del lado más pequeño.

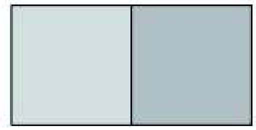


58. **Ángulos de un triángulo** Una pieza rectangular de papel se corta desde esquinas opuestas para formar un triángulo. Un ángulo del triángulo mide 12° más que el ángulo más pequeño. El tercer ángulo mide 27° menos que tres veces el ángulo más pequeño. Si la suma de los ángulos interiores de un triángulo mide 180°, determine las medidas de los tres ángulos.

59. **Jardín triangular** El perímetro de un jardín triangular es de 60 pies. Determine la longitud de los tres lados si uno es 4 pies mayor que el doble de la longitud del lado más pequeño, y el tercer lado es 4 pies menor que 3 veces la longitud del lado más pequeño.

60. **Barandal de escalera** Un barandal de escalera tiene un diseño con triángulos. En uno de los triángulos uno de los ángulos mide 20° menos que el doble del ángulo menor. El tercer ángulo mide 25° más que el doble del ángulo menor. Determine las medidas de los tres ángulos.

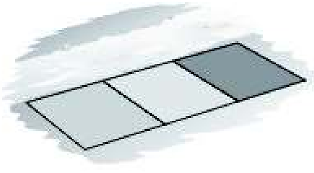
61. **Dimensiones de una cerca** Greg Middleton, un arquitecto que diseña jardines, desea poner una cerca en dos áreas iguales como se ilustra en la figura. Si ambas áreas son cuadradas y la longitud total de la cerca utilizada es de 91 metros, encuentre las dimensiones de cada cuadro.



62. **Arenero** Edie Hall planea construir un arenero rectangular para sus hijos. Desea que el largo sea de 3 pies más que su ancho. Encuentre el largo y ancho del arenero si sólo dispone de 22 pies de madera para formar el armazón. Utilice $P = 2l + 2w$.

63. **Dimensiones de un estante** Eric Krassow desea construir un estante con cuatro repisas (incluyendo la parte superior) como se muestra en la figura. El ancho del estante será 3 pies mayor que la altura. Si sólo hay disponibles 30 pies de madera para construir el estante, ¿qué dimensiones tendrá el estante?

64. **Dimensiones de una cerca** Collete Siever desea cercar tres áreas rectangulares junto a un río, como ilustra la figura. Cada rectángulo tendrá las mismas dimensiones, y la longitud de cada rectángulo será 1 metro mayor que su ancho (a lo largo del río). Determine la longitud y ancho de cada rectángulo si la cantidad total de cerca utilizada es de 114 metros.



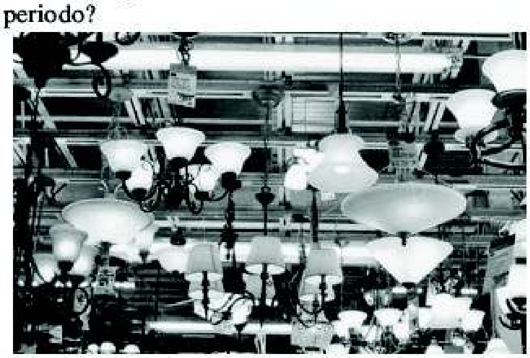
65. **Reducción de precio** Durante la primera semana de ofertas por liquidación, el almacén general Sam reduce todos sus precios en un 10%. En la segunda semana de ofertas, Sam reduce todos sus artículos en 5 dólares adicionales. Si Sivle Yelserp compró una calculadora por \$49 durante la segunda semana de oferta, encuentre el precio original de la calculadora.

66. **División de una granja** La granja de Deborah Schmidt está dividida en tres regiones. El área de una región es dos veces más larga que el área de la región más pequeña, y el área de la tercera región es 4 acres menor que tres veces el área de la región más pequeña. Si el total de acres de la granja es de 512, encuentre el área de cada una de las tres regiones.

67. **Venta de pinturas** J.P. Richardson vende cada una de sus pinturas por \$500. La galería donde expone su trabajo le cobra \$1350 al mes, más una comisión del 10% sobre las ventas. ¿Cuántas pinturas debe vender J.P. al mes para no ganar ni perder?

68. **Comparación de venta de juguetes** Kristen Hodge va a comprar una bicicleta para su sobrina y sabe que Toys "R" US y Wal-Mart venden la bicicleta en el mismo precio. El 26 de diciembre, Toy "R" US tiene la bicicleta en venta con 37% de descuento del precio original y Wal-Mart tiene la bicicleta en venta con \$50 de ahorro sobre el precio original. Después de visitar ambas tiendas, Kristen descubre que los precios de venta siguen siendo iguales.
   a) Determine el precio original de la bicicleta.
   b) Determine el precio de venta de la bicicleta.

69. **Bulbos incandescentes** El costo de los bulbos incandescentes para utilizarlos durante un periodo de 9750 horas es de \$9.75. El costo de la energía para los bulbos incandescentes durante este periodo es de \$73. El costo de un bulbo fluorescente equivalente que dura aproximadamente 9750 horas es de \$20. Utilizando un bulbo fluorescente en vez de uno incandescente por 9750 horas, el ahorro total del precio de adquisición más el costo de la energía es de \$46.75. ¿Cuál es el costo de la energía utilizando el bulbo fluorescente durante este periodo?



70. **Costo de una cena** Los cinco miembros de la familia Newton van a cenar con tres miembros de la familia Lee. Antes de la cena, deciden que los Newton pagarán $\frac{5}{8}$ de la cuenta (sin la propina) y los Lee pagarán $\frac{3}{8}$ más toda la propina del 15%. Si la cuenta total, incluido el 15% de propina, es de \$184.60, ¿cuánto pagará cada familia?

71. **Obtener una A** Para encontrar el promedio de un conjunto de calificaciones de exámenes, dividimos la suma de las calificaciones entre el número de calificaciones. En sus primeros exámenes de álgebra, las calificaciones de Paula West fueron 88, 92, 97 y 96.
   a) Escriba una ecuación que pueda usarse para determinar la calificación que Paula necesita obtener en su quinto examen para tener un promedio de 90.
   b) Explique cómo determinó su ecuación.
   c) Resuelva la ecuación y determine la calificación.

72. **Promedio en examen de física** Las calificaciones de Francis Timoney en cinco exámenes de física fueron 70, 83, 97, 84 y 74.
   a) Si el examen final contará el doble que cada examen, ¿qué calificación necesita Francis en el examen final para tener 80 de promedio?
   b) Si la calificación más alta posible en el examen final es 100, ¿es posible para Philip obtener 90 de promedio? Explique.

73. **a)** Construya su propio problema realista que incluya porcentajes. Represente este problema en palabras como una ecuación.
   b) Resuelva la ecuación y responda el problema.

74. **a)** Construya un problema realista en palabras que incluya dinero. Represente este problema como una ecuación.
   b) Resuelva la ecuación y responda el problema.

Retos

75. **Renta de un camión** La agencia de renta de camiones Elmers cobra \$28 por día más \$0.15 por milla. Si Martina Estaban rentó un pequeño camión por tres días y el cobro total fue de \$121.68, incluyendo 4% de impuestos, ¿cuántas millas condujo?

76. **Mercado de dinero** El lunes Sophia Murkovic compró acciones en un fondo del mercado de dinero. El martes el valor de las acciones subió 5%, y el miércoles el valor de las acciones cayó 5%. ¿Cuánto pagó Sophia el lunes por las acciones, si las vendió el jueves por \$59.85?

Actividad en grupo

Analice y responda el ejercicio 77 en grupo.

77. **a)** Cada miembro del grupo selecciona un número. Luego lo multiplica por 2, le agrega 33, resta 13, divide entre 2 y resta el número con que inició. Registre cada respuesta.
   b) Ahora compare las respuestas. Si no obtuvieron la misma respuesta, verifique cada uno el trabajo de otro.
   c) Como grupo, expliquen por qué este procedimiento tiene como resultado una respuesta de 10 para cualquier número real n seleccionado.

Ejercicios de repaso acumulativo

[1.3] *Evalúe.*

78. $2 + \left|-\frac{3}{5}\right|$

79. $-6.4 - (-3.7)$

80. $\left|-\frac{5}{8}\right| \div |-4|$

81. $5 - |-3| - |12|$

[1.5] **82.** Simplifique $(2x^4y^{-6})^{-3}$.

Examen de mitad de capítulo: 2.1-2.3

Para determinar su comprensión del material que se ha abordado hasta este momento, resuelva este pequeño examen. Las respuestas, y la sección en donde se trató el material por primera vez, se proporcionan al final del libro. Repase el material de las preguntas que respondió de forma incorrecta.

1. Proporcione el grado de $6x^5y^7$.

Simplifique cada expresión.

2. $3x^2 + 7x - 9x + 2x^2 - 11$

3. $2(a - 1.3) + 4(1.1a - 6) + 17$

Resuelva cada ecuación.

4. $7x - 9 = 5x - 21$

5. $\frac{3}{4}y + \frac{1}{2} = \frac{7}{8}y - \frac{5}{4}$

6. $3p - 2(p + 6) = 4(p + 1) - 5$

7. $0.6(a - 3) - 3(0.4a + 2) = -0.2(5a + 9) - 4$

Determine el conjunto solución para cada ecuación. Luego indique si la ecuación es condicional, una identidad o una contradicción.

8. $4x + 15 - 9x = -7(x - 2) + 2x + 1$

9. $-3(3x + 1) = -[4x + (6x - 5)] + x + 7$

10. Evalúe $A = \frac{1}{2}hb$, donde $h = 10$ y $b = 16$.

11. Evalúe $R_T = \dfrac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$, donde $R_1 = 100$ y $R_2 = 50$.

12. Despeje x de $y = 7x + 13$.

13. Despeje x_3 de $A = \dfrac{2x_1 + x_2 + x_3}{n}$.

14. Robert invirtió $700 en un certificado de depósito que genera 6% de interés compuesto cada trimestre. ¿Cuál será el valor del certificado al cabo de 5 años?

Resuelva cada ejercicio.

15. Los ángulos A y B son ángulos complementarios. Determine las medidas de los ángulos A y B, si el ángulo A es 6° más que el doble del ángulo B.

16. El costo de rentar una escalera es $15 más $1.75 por día. ¿Cuántos días Tom Lang rentó la escalera, si el costo total fue $32.50?

17. El perímetro de un triángulo es 100 pies. El lado más largo es cuatro veces la longitud del lado más corto y el otro lado es 10 pies más largo que el lado más corto. Determine las longitudes de los tres lados del triángulo.

18. Tien compró un par de zapatos en $36.00. Con impuestos, el costo fue de $37.62. Determine la tasa de impuestos.

19. La población de un pequeño pueblo aumenta en 52 personas por mes. Si la población actual es de 5693 personas, ¿hace cuántos meses la población fue de 3613 personas?

20. Cuando le pidieron a Mary Dunwell que resolviera la ecuación $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$, aseguró que para eliminar fracciones, el lado izquierdo debería multiplicarse por 6 y el derecho debería multiplicarse por 8. Esto es incorrecto. ¿Por qué esto es incorrecto? Explique su respuesta. ¿Cuál es el número *único* por el que debe multiplicarse *toda* la ecuación para eliminar las fracciones? Resuelva la ecuación de forma correcta.

2.4 Problemas adicionales de aplicación

1 Resolver problemas de movimiento.

2 Resolver problemas de mezclas.

En esta sección analizaremos dos tipos adicionales de problemas de aplicación: problemas de movimiento y de mezcla. Los hemos colocado en la misma sección porque se resuelven utilizando procedimientos similares.

1 Resolver problemas de movimiento

Una fórmula con muchas aplicaciones útiles es

Fórmula de movimiento

cantidad = velocidad · tiempo

La "cantidad" en esta fórmula puede ser una medida de muchas cantidades diferentes, dependiendo de la tasa (o velocidad). Por ejemplo, si la tasa se mide en *distancia* por unidad de tiempo la cantidad será la distancia. Si la tasa se mide en *volumen* por unidad de tiempo, la cantidad será volumen, etcétera.

Cuando apliquemos esta fórmula debemos estar seguros de que las unidades sean consistentes. Por ejemplo, cuando hablamos acerca de una copiadora, si la velocidad está dada en copias por *minuto*, el tiempo debe estar dado en *minutos*. Los problemas que pueden resolverse usando esta fórmula se denominan **problemas de movimiento** ya que ellos incluyen movimiento, a una tasa constante, durante cierto periodo.

Una enfermera que aplica una inyección intravenosa a un paciente puede utilizar esta fórmula para determinar la tasa de goteo del fluido que se está inyectando. Una compañía de perforación de petróleo o de agua puede emplear esta fórmula para determinar la cantidad de tiempo necesario para alcanzar su meta.

Cuando la fórmula de movimiento se utiliza para calcular distancia, la palabra *cantidad* es reemplazada con la palabra *distancia* y la fórmula se denomina **fórmula de distancia**.

Fórmula de distancia

La fórmula de distancia es

$$\text{distancia} = \text{velocidad} \cdot \text{tiempo}$$

$$\text{o } d = rt$$

Cuando un problema de movimiento tiene dos velocidades diferentes, con frecuencia es útil poner la información en una tabla para ayudar a analizar el problema.

EJEMPLO 1 ▸ **Barcos en el mar** El portaviones USS *John F Kennedy* y el submarino nuclear USS *Memphis* partieron al mismo tiempo de la estación naval Puget Sound dirigiéndose al mismo destino en el Océano Índico. El portaviones viaja a su velocidad máxima de 34.5 millas por hora y el submarino viaja sumergido a su velocidad máxima de 20.2 millas por hora. El portaviones y el submarino viajan a esas velocidades hasta que están a 100 millas de separación. ¿Cuánto tiempo pasará para que el portaviones y el submarino estén a 100 millas de separación? (Vea la **figura 2.6**)

FIGURA 2.6

Solución **Entienda** Deseamos determinar cuánto tiempo pasa para que la diferencia de sus distancias sea 100 millas. Para resolver este problema, usaremos la fórmula de distancia, $d = rt$. Cuando se introdujo por primera vez el procedimiento para resolver problemas, indicamos que para ayudar a entender un problema podría ser útil poner la información en una tabla, y eso es lo que haremos ahora.

Sea t = tiempo.

	Velocidad	Tiempo	Distancia
Portaviones	34.5	t	$34.5t$
Submarino	20.2	t	$20.2t$

Traduzca La diferencia entre sus distancias es de 100 millas. Por lo que,

$$\text{distancia del portaviones} - \text{distancia del submarino} = 100$$

$$34.5t \quad - \quad 20.2t = 100$$

Realice los cálculos

$$14.3t = 100$$

$$t \approx 6.99$$

Responda El portaviones y el submarino estarán a 100 millas de separados en alrededor de 7 horas.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 3

EJEMPLO 2 ▸ **Corriendo a casa** Para estar en forma para la próxima carrera de temporada, Juan y Pedro Santiago corren a casa después de la escuela. Juan corre a una velocidad de 6 mph y Pedro corre a 4 mph. Cuando dejan la misma escuela al mismo tiempo, Juan llega a casa $\frac{1}{2}$ hora antes que Pedro (vea la **figura 2.7**).

a) ¿Cuánto tiempo le toma a Pedro llegar a casa?
b) ¿A qué distancia viven Juan y Pedro de la escuela?

Juan llega a casa $\frac{1}{2}$ hora antes que Pedro

FIGURA 2.7

Solución **a)** **Entienda** Ambos muchachos correrán la misma distancia; sin embargo, como Juan corre más rápido que Pedro, el tiempo de Juan será menor que el de Pedro por $\frac{1}{2}$ hora.

$$\text{Sea } t = \text{tiempo de Pedro para llegar a casa.}$$

$$\text{Entonces } t - \frac{1}{2} = \text{tiempo de Juan para llegar a casa.}$$

Corredor	Velocidad	Tiempo	Distancia
Pedro	4	t	$4t$
Juan	6	$t - \frac{1}{2}$	$6\left(t - \frac{1}{2}\right)$

Traduzca Cuando los muchachos están en casa ambos habrán corrido la misma distancia desde la escuela. De modo que

$$\text{distancia de Pedro} = \text{distancia de Juan}$$

$$4t = 6\left(t - \frac{1}{2}\right)$$

Realice los cálculos

$$4t = 6t - 3$$
$$-2t = -3$$
$$t = \frac{3}{2}$$

Responda A Pedro le tomará $1\frac{1}{2}$ horas llegar a casa.

b) La distancia puede determinarse usando la velocidad y el tiempo de Pedro o de Juan. Multiplicaremos la velocidad de Pedro por el tiempo de Pedro para determinar la distancia.

$$d = rt = 4\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{12}{2} = 6 \text{ millas}$$

Por lo tanto, Juan y Pedro viven a 6 millas de su escuela.

▸ **Ahora resuelva el ejercicio 9**

En el ejemplo 2, ¿la respuesta habría cambiado si hubiésemos representado con t el tiempo que Juan corre, en lugar del tiempo que corre Pedro? Inténtelo y vea.

EJEMPLO 3 ▸ **Producción de refrescos** Una máquina llena botellas de Coca-Cola y coloca las tapas. La máquina puede trabajar a dos velocidades diferentes. A la más rápida la máquina llena y coloca las tapas a 600 botellas más por hora que a la velocidad más lenta. La máquina se enciende durante 4.8 horas a la velocidad más lenta, luego se cambia a la velocidad más rápida durante otras 3.2 horas. Durante estas 8 horas se llenaron y colocaron las tapas de un total de 25,290 botellas. Determine ambas velocidades.

Solución **Entienda** Este problema utiliza un número de botellas, una cantidad, en lugar de una distancia; sin embargo, el problema se resuelve de una manera similar. Utilizaremos la fórmula cantidad = velocidad · tiempo. Se nos da que hay dos velocidades diferentes y nos piden determinar estas dos velocidades. Usaremos el hecho de que la cantidad de botellas llenadas a la velocidad más lenta más la cantidad de llenadas a la velocidad más rápida es igual a la cantidad total de llenadas.

$$\text{Sea } r = \text{velocidad más lenta.}$$

$$\text{Entonces } r + 600 = \text{velocidad más rápida.}$$

	Velocidad	Tiempo	Cantidad
Velocidad más lenta	r	4.8	$4.8r$
Velocidad más rápida	$r + 600$	3.2	$3.2(r + 600)$

Traduzca cantidad de llenadas a la velocidad más lenta + cantidad de llenadas a la velocidad más rápida = 25,290

$$4.8r \quad + \quad 3.2(r + 600) \quad = 25.920$$

Realice los cálculos

$$\begin{aligned} 4.8r + 3.2r + 1920 &= 25{,}920 \\ 8r + 1920 &= 25{,}920 \\ 8r &= 24{,}000 \\ r &= 3000 \end{aligned}$$

Responda La velocidad más lenta es 3000 botellas por hora. La velocidad más rápida es $r + 600$ o $3000 + 600 = 3600$ botellas por hora.

▶ Ahora resuelva el ejercicio 11

2 Resolver problemas de mezclas

Cualquier problema en el que dos o más cantidades se combinan para producir una cantidad diferente, o donde una cantidad simple es separada en dos o más cantidades diferentes, puede considerarse un **problema de mezcla**. Como cuando trabajamos con problemas de movimiento, usaremos tablas para ayudar a organizar la información. Los ejemplos 4 y 5 son problemas de mezcla que incluyen dinero.

EJEMPLO 4 ▶ **Dos inversiones** Bettie Truitt vendió su bote por $15,000, y prestó una parte de este dinero a su amiga Kathy Testone. El préstamo fue por 1 año con una tasa de interés simple de 4.5%. Bettie puso el resto en una cuenta en el mercado de valores en su unión de crédito que producía 3.75% de interés simple. Un año más tarde, mientras trabajaba con sus impuestos, Bettie determinó que había ganado un total de $637.50 de las dos inversiones, pero no podía recordar cuánto dinero le había prestado a Kathy. Determine la cantidad que Bettie le prestó a Kathy.

Solución **Entienda y traduzca** Para resolver este problema usaremos la fórmula de interés simple, interés = capital · tasa · tiempo. Sabemos que parte de la inversión produjo 4.5% y el resto 3.75% de interés simple; se nos pide determinar la cantidad que Bettie prestó a Kathy.

Sea p = cantidad prestada a Kathy al 4.5%.

Entonces $15{,}000 - p$ = cantidad invertida al 3.75%.

Observe que la suma de las dos cantidades es igual a la cantidad total invertida, $15,000. Determinaremos la cantidad prestada a Kathy con la ayuda de una tabla

Inversión	Capital	Tasa	Tiempo	Interés
Préstamo a Kathy	p	0.045	1	$0.045p$
Mercado de valores	$15{,}000 - p$	0.0375	1	$0.0375(15{,}000 - p)$

Como el interés total cobrado es $637.50, escribimos:

$$\text{interés del préstamo a 4.5\%} + \text{interés de la cuenta de 3.75\%} = \text{interés total}$$
$$0.045p \quad + \quad 0.0375(15{,}000 - p) \quad = 637.50$$

Realice los cálculos

$$\begin{aligned} 0.045p + 0.0375(15{,}000 - p) &= 637.50 \\ 0.045p + 562.50 - 0.0375p &= 637.50 \\ 0.0075p + 562.50 &= 637.50 \\ 0.0075p &= 75 \\ p &= 10{,}000 \end{aligned}$$

Responda Por lo tanto, el préstamo fue de \$10,000 y \$15,000 − p o \$15,000 − \$10,000 = \$5000 que fue lo invertido en la cuenta del mercado de valores.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 15

EJEMPLO 5 ▸ Ventas en un puesto de hot dogs El puesto de hot dogs de Matt en Chicago vende hot dogs por \$2.00 cada uno y tacos de bistec por \$2.25 cada uno. Si la venta total del día fue de \$585.50 y se vendieron 278 productos, ¿cuántos de cada uno se vendieron?

Solución **Entienda y traduzca** Se nos pide determinar el número de hot dogs y de tacos de bistec vendidos.

Sea x = número de hot dogs vendidos.

Entonces $278 - x$ = número de tacos de bistec vendidos.

Producto	Costo del producto	Número de productos	Ventas totales
Hot dogs	2.00	x	$2.00x$
Tacos de bistec	2.25	$278 - x$	$2.25(278 - x)$

ventas totales de hot dogs + ventas totales de tacos de bistec = ventas totales

$$2.00x + 2.25(278 - x) = 585.50$$

Realice los cálculos

$$\begin{aligned} 2.00x + 625.50 - 2.25x &= 585.50 \\ -0.25x + 625.50 &= 585.50 \\ -0.25x &= -40 \\ x = \frac{-40}{-0.25} &= 160 \end{aligned}$$

Responda Por lo tanto, se vendieron 160 hot dogs y $278 - 160 = 118$ tacos de bistec.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 17

En el ejemplo 5 podríamos haber multiplicado ambos lados de la ecuación por 100 para eliminar los números decimales y luego resolver la ecuación.

El ejemplo 6 es un problema de mezcla que incluye la mezcla de dos soluciones.

EJEMPLO 6 ▸ Mezcla de medicina George Devenney, un químico, tiene soluciones de citrato de litio al 6% y al 15%. Desea obtener 0.5 litros de una solución de citrato de litio al 8%. ¿Qué cantidad de cada solución debe utilizar en la mezcla?

Solución **Entienda y traduzca** Se nos pide determinar la cantidad de cada solución mezclada.

Sea x = número de litros de solución al 6%.

Entonces $0.5 - x$ = número de litros de solución al 15%.

La cantidad de citrato de litio en una solución se determina multiplicando el porcentaje de citrato de litio en la solución por el volumen de la solución. Haremos un bosquejo del problema (vea la **figura 2.8**) y luego construiremos una tabla.

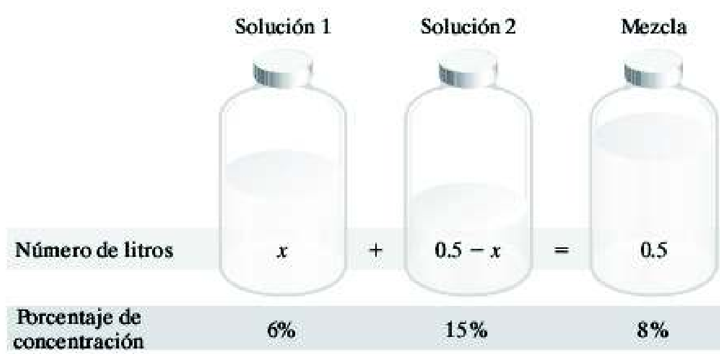


FIGURA 2.8

Solución	Concentración de la Solución	Número de litros	Cantidad de citrato de litio
1	0.06	x	$0.06x$
2	0.15	$0.5 - x$	$0.15(0.5 - x)$
Mezcla	0.08	0.5	$0.08(0.5)$

$$\begin{pmatrix}\text{cantidad de}\\ \text{citrato de litio en la}\\ \text{solución al 6\%}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{cantidad de}\\ \text{citrato de litio en la}\\ \text{solución al 15\%}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{cantidad de citrato}\\ \text{de litio en la mezcla}\end{pmatrix}$$

$$0.06x \quad + \quad 0.15(0.5 - x) \quad = \quad 0.08(0.5)$$

Realice los cálculos

$$\begin{aligned} 0.06x + 0.15(0.5 - x) &= 0.08(0.5)\\ 0.06x + 0.075 - 0.15x &= 0.04\\ 0.075 - 0.09x &= 0.04\\ -0.09x &= -0.035\\ x &= \frac{-0.035}{-0.09} \approx 0.39 \quad \begin{pmatrix}\text{al centésimo}\\ \text{más cercano}\end{pmatrix}\end{aligned}$$

George debe mezclar 0.39 litros de la solución al 6% y $0.5 - 0.39 = 0.11$ litros de la solución al 15% para obtener 0.5 litros de una solución al 8%.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 21

CONJUNTO DE EJERCICIOS 2.4

MathXL® MyMathLab

Práctica de habilidades y resolución de problemas

En los ejercicios del 1 al 14, escriba una ecuación que pueda usarse para resolver el problema de movimiento. Resuelva la ecuación y responda la pregunta que se hace.

1. **Una excursión a las Rocosas** Dos amigos, Don O'Neal y Judy McElroy, van de excursión a las Montañas Rocosas; mientras caminan cruzan el Lago Bear y se sorprenden de la distancia que hay alrededor del lago y deciden determinarla. Don sabe que él camina a 5 mph y Judy sabe que ella camina a 4.5 mph. Si comenzaron a caminar al mismo tiempo en direcciones opuestas alrededor del lago y se encontraron después de 1.2 horas, ¿cuál es la distancia alrededor del lago?

2. **Ondas de choque de terremotos** Un terremoto ocurre en un desierto de California. Las ondas de choque viajan alejándose en una trayectoria circular, similar a cuando se lanza una piedra a un lago. Si la onda-p (una clase de onda de choque) viaja a 2.4 millas por segundo, ¿cuánto tardaría la onda en tener un diámetro de 60 millas? (Vea la figura.).

3. **Vuelo en globo** Cada año en Albuquerque, Nuevo México, hay un festival de globos de aire caliente, durante el cual la gente puede pasear en globos de aire caliente. Suponga que parte de la familia Díaz va en un globo y los otros miembros de la familia van en otro globo. Como vuelan a diferentes alturas y llevan diferentes pesos, un globo viaja a 14 millas por hora y el segundo globo viaja a 11 millas por hora en la misma dirección. ¿En cuántas horas estarán a 12 millas de distancia entre sí?

4. **Bicicletas** Juan y Frank se encuentran en la misma pista para bicicletas, a 39.15 millas de distancia uno de otro. Conducen sus bicicletas uno hacia el otro, hasta que se encuentran. Frank inicia el pedaleo $1\frac{1}{2}$ horas antes que Paul. Paul conduce 1.8 millas por hora más rápido que Frank. Si se encuentran 3 horas después de que Paul inició el viaje, determine la velocidad de cada ciclista.

5. **Maizal** Rodney Joseph y Dennis Clarence están recolectando (cosechando) maíz de un campo que mide 1.5 millas de largo. Rodney empieza a recolectar a una velocidad de 0.15 millas por hora. Dennis empieza del lado opuesto al de Rodney y recolecta a 0.10 millas por hora. Si los dos empiezan al mismo tiempo y continúan trabajando a esas velocidades, ¿en cuánto tiempo se encontrarán Rodney y Dennis?

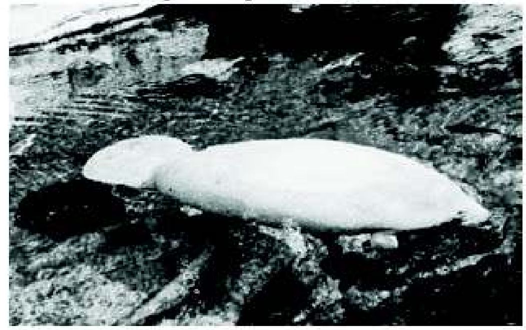
6. **Fotocopias** Para sacar un gran número de copias, Ruth Cardiff utiliza dos fotocopiadoras. Una puede producir 42 copias por minuto; la otra puede producir 52. Si Ruth empieza al mismo tiempo a sacar copias en ambas máquinas, ¿cuánto tiempo tomará para que las dos fotocopiadoras produzcan un total de 1316 copias?

7. **Carrera de beneficencia** El club femenino Alfa Delta Pi consigue dinero para la casa de Ronald Mc Donald, haciendo una carrera anual llamada "Rueda por Ronald" en el Colegio Station, Texas. Mary Lou Baker conduce una bicicleta y viaja a dos veces la velocidad de Wayne Siegert, quien va en patines. Mary y Wayne empiezan la carrera al mismo tiempo; después de 3 horas, Laura va 18 millas adelante de Wayne.
   a) ¿Cuál es la velocidad de Wayne?
   b) ¿Cuál es la velocidad de Mary?

8. **Paseo por el cañón** Jennifer Moyers camina hacia abajo del cañón Bryce, acampa en la noche y regresa al día siguiente. La velocidad que lleva al caminar hacia abajo promedia 3.5 millas por hora y en su viaje de regreso promedia 2.1 millas por hora. Si tardó un total de 16 horas caminando, encuentre
   a) ¿cuánto tiempo le llevó alcanzar la parte inferior del cañón?
   b) la distancia total recorrida.

9. **Alcance** Luis Nunez empieza una larga caminata a 4 mph. Después de 45 minutos de haber partido, su esposa Kristin se da cuenta que Luis olvidó su cartera. Su esposa aborda una bicicleta y empieza a correr a 24 mph por el mismo camino que Luis tomó.
   a) ¿Cuánto tiempo le tomará a Kristin alcanzar a Luis?
   b) ¿Qué tan lejos de su casa alcanzará Kristin a Luis?

10. **Snooty el manatí** En el museo del sur de Florida en Bradenton, vive un manatí llamado Snooty en un tanque de 60,000 galones. Una vez al año le cambian el agua y lo vuelven a llenar. El tanque tiene dos válvulas que tienen la misma velocidad de flujo. Para llenar el tanque, la primera válvula se abre durante un periodo de 17 horas; durante este periodo se abre la segunda válvula durante 7 horas. Determine la velocidad de llenado en galones por hora de las 2 válvulas.



11. **Paquete de espagueti** Dos máquinas empacan espagueti en cajas. La máquina más pequeña puede empacar 400 cajas por hora y la máquina grande puede empacar 600 cajas por hora. Si la máquina mayor se enciende 2 horas antes que la menor, ¿cuánto tiempo después de haberse encendido la menor se habrán empacado 15,000 cajas de espagueti?

12. **Carreras de caracoles** Como parte de su proyecto de ciencias en preescolar, en la clase de la profesora Joy Pribble se lleva a cabo una carrera de caracoles. El primer caracol se llama Zippy, el cual se mueve a una velocidad de 5 pulgadas por hora. El segundo caracol, Lightning, se mueve a 4.5 pulgadas por hora. Si los caracoles siguen un camino recto y si Zippy termina la carrera 0.25 horas antes que Lightning,
   a) determine el tiempo que le tomó a Lightning terminar la carrera.
   b) determine el tiempo que le tomó a Zippy terminar la carrera.
   c) ¿cuál fue la distancia que recorrieron los 2 caracoles?

13. **Viaje al aeropuerto** Linda Smoke inicia su camino a Pizza Hut a una velocidad de 35 millas por *hora*. Quince *minutos* después, su esposo descubre que ella olvidó su cartera con el dinero para pagar las pizzas y trató de alcanzarla. Si viaja a 50 millas por hora, ¿cuánto tiempo le tomará al esposo alcanzar a Linda?

14. **Alcance de radio comunicadores** Un equipo de radio comunicadores RS446 tiene un alcance de alrededor de dos millas. Alice Burstein y Mary Kalscheur inician una caminata a lo largo de un sendero natural en direcciones opuestas, llevando sus radio comunicadores. Si Alice camina a una velocidad de 3.8 mph y Mary camina a una velocidad de 4.2 mph, ¿cuánto tiempo tardarán en estar fuera del alcance de los radio localizadores?

En los ejercicios del 15 al 28, plantee una ecuación que pueda usarse para resolver el problema de mezcla. Resuelva cada ecuación y responda las preguntas.

15. **Dos inversiones** Bill Palow invirtió $30,000 en dos cuentas diferentes, una paga 3% y la otra 4.1% de interés simple anual. Si Bill ganó un total de $1091.73 de las dos inversiones, ¿cuánto invirtió en cada cuenta?

16. **Dos inversiones** Terry Edwards invirtió $3000 durante dos años, parte al 3.5% de interés simple y el resto al 2.5% de interés simple. Al cabo de dos años obtuvo un interés total de $190. ¿Cuánto invirtió a cada tasa?

17. **Mezcla de café** Joan Smith es la propietaria de una cafetería Starbucks. Vende café Kona en $6.20 por libra y un café amaretto en $5.80 por libra. Descubre que mezclando estos dos tipos crea un café que se vende bien. Si utiliza 18 libras de amaretto en la mezcla y desea vender la mezcla en $6.10 por

libra, ¿cuántas libras del café Kona debe mezclar con el café amaretto?

18. **Mezcla de nueces** J. B. Davis posee una tienda de nueces. Vende almendras a \$6 por libra y nueces a \$5.20 por libra y recibe un pedido especial de un cliente que quiere comprar 30 libras de una mezcla de almendras y nueces en \$165. Determine cuántas libras de almendras y de nueces deben mezclarse.

19. **Inversión de una herencia** Don Beville ha heredado \$250,000 y desea invertir su herencia en acciones de Johnson & Johnson y en acciones de AOL Time Warner. Desea comprar el doble de acciones de AOL que de acciones de Johnson & Johnson. Recientemente, el precio de Johnson & Johnson fue de \$56.88 por acción y el de AOL fue de \$27.36 por acción.
   a) Si Don desea comprar acciones en bloques de 100, ¿cuántas acciones de cada compañía puede comprar?
   b) ¿Cuánto dinero le quedaría después de realizar la compra?

20. **Soluciones de ácido sulfúrico** Read Wickham, un maestro de química, necesita una solución de ácido sulfúrico al 5% para el próximo laboratorio de química. Cuando revisa el almacén, se da cuenta que sólo tiene 8 onzas de una solución de ácido sulfúrico al 25%. No hay suficiente tiempo para solicitar más, de modo que decide hacer una solución de ácido sulfúrico al 5%, agregando de manera muy cuidadosa agua a la solución al 25%. Determine cuánta agua debe agregar Read a la solución al 25% para reducirla a una solución al 5%.

21. **Soluciones de vinagre** Por lo común, el vinagre blanco destilado que se vende en los supermercados tiene un nivel de 5% de acidez. Para preparar un platillo (sauerbraten), la Chef Judy Ackermary marina ternera toda la noche en un vinagre destilado especial al 8% que ella creó. Para crear la solución al 8%, mezcla una solución de vinagre al 5% regular con una solución de vinagre al 12% que compra por correo. ¿Cuántas onzas del vinagre al 12% debe agregar a 40 onzas del vinagre al 5% para obtener una solución de vinagre al 8%?

22. **Solución de peróxido de hidrógeno** David Robertson trabaja como ingeniero químico para la compañía Peróxido US. Tiene 2500 galones de solución de peróxido de hidrógeno de clase comercial, que contiene 60% de peróxido de hidrógeno puro. ¿Cuánta agua destilada (que tiene 0% de peróxido de hidrógeno) necesitará agregar David a esta solución para crear una nueva solución que tenga 25% de peróxido de hidrógeno puro?

23. **Salsa de rábanos** Sally Finkelstein tiene una receta que requiere salsa de rábanos que tenga 45% de rábanos puros. En la tienda encuentra una salsa de rábanos que tiene 30% de rábanos puros y otra con 80%. ¿Cuántas cucharadas de cada una de estas salsas debe mezclar Jennifer para obtener 4 cucharadas de salsa de rábano con 45% de rábanos puros?

24. **Mezcla de semillas de césped** El vivero Pearlman vende dos tipos de semillas de césped a granel. La semilla de baja calidad tiene una tasa de germinación de 76%, pero la tasa de germinación de la semilla de alta calidad no se conoce. Se mezclan siete libras de la semilla de alta calidad con 14 libras de semilla de baja calidad. Si un análisis posterior de la mezcla revela que la tasa de germinación de la mezcla fue de 80%, ¿cuál es la tasa de germinación de la semilla de alta calidad?

25. **Soluciones ácidas** Hay dos soluciones ácidas disponibles para un químico. Una es una solución al 20% de ácido sulfúrico, pero la etiqueta que indica la concentración de la otra solución de ácido sulfúrico está perdida. Se mezclan 200 ml de la solución al 20% y 100 ml de la solución con la concentración desconocida. Después de un análisis, se determinó que la mezcla tiene una concentración del 25% de ácido sulfúrico. Determine la concentración de la solución sin etiqueta.

26. **Estrategia de impuestos** Algunos estados permiten que un matrimonio presente su declaración de impuestos estatales de manera individual aunque presenten sus ingresos federales juntos. Por lo regular es ventajoso para los contribuyentes hacer esto cuando marido y mujer trabajan. Tendrán la menor cantidad de impuestos (o la mayor devolución) cuando los ingresos gravables de esposo y esposa sean iguales.

    El ingreso gravable del señor Juenger en 2005 fue de \$28,200 y el de la señora de Juenger fue de \$32,450 en ese año. Las deducciones totales de impuestos de los Juenger para ese año fueron de \$6400. Esta deducción puede dividirse entre el señor y la señora Juenger como ellos lo deseen. ¿Cómo deben dividir los \$6400 entre ellos para que tengan el mismo ingreso gravable?

27. **Mezcla de dulces** Un supermercado vende dos tipos de dulces, rebanadas de naranja y hojas de fresa. Las rebanadas de naranja cuestan \$1.29 cada libra y las hojas de fresa tienen un costo de \$1.79 por libra. ¿Cuántas libras de cada una deben mezclarse para obtener una mezcla de 12 libras que se venda en \$17.48?

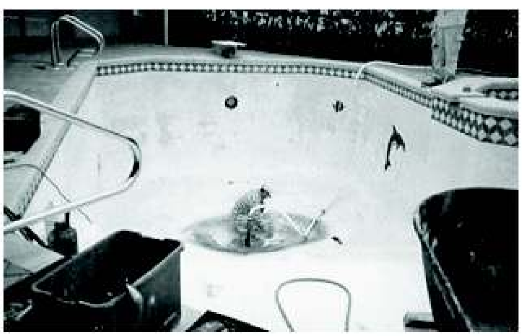
28. **Niveles de octano** El nivel de octano de una gasolina indica el porcentaje de octano puro en la gasolina. Por ejemplo, la mayoría de las gasolinas comunes tienen un nivel de octanos de 87, lo que significa que esta gasolina es 87% de octanos (y 13% de algún otro combustible que no es octano, como pentano). Blake De Young es propietario de una estación de gasolina y tiene 850 galones de gasolina con 87 octanos. ¿Cuántos galones de gasolina con 93 octanos debe mezclar con la gasolina de 87 octanos para obtener gasolina con 89 octanos?

En los ejercicios del 29 al 46, escriba una ecuación que pueda usarse para resolver el problema de mezcla o de movimiento. Resuelva cada ecuación y responda la pregunta.

29. **Ruta 66** La famosa carretera Ruta 66 en Estados Unidos, comunica a Chicago con los Ángeles y tiene una extensión de 2448 millas. Julie Turley parte de Chicago y conduce a una velocidad promedio de 45 mph por la Ruta 66 hacia Los Ángeles. Al mismo tiempo, Kamilia Nemri inicia en Los Ángeles y conduce por la Ruta 66 a una velocidad de 50 mph hacia Chicago. Si Judy y Kamilia mantienen estas velocidades promedio, ¿cuánto tardarán en encontrarse?

30. **Reunión en un restaurante** Mike Mears y Scott Greenhalgh viven a 110 millas uno del otro. Ellos se reúnen con frecuencia para comer en un restaurante que está entre las casas de Mike y de Scott. Partiendo al mismo tiempo de sus respectivas casas, Mike tarda 1 hora y 45 minutos en llegar al restaurante y Scott tarda 1 hora y 15 minutos. Si cada uno de ellos maneja a la misma velocidad,
   a) determine sus velocidades.
   b) ¿A qué distancia de la casa de Scott está el restaurante?

31. **Velocidades de bombas de agua** Gary Egan necesita vaciar su alberca de 15,000 galones, para resanar su superficie. Utiliza dos bombas para drenarla. Una bomba saca 10 galones de agua por minuto y la otra 20 galones por minuto. Si las bombas se encienden al mismo tiempo y permanecen encendidas hasta que la alberca esté vacía, ¿cuánto tiempo tardará en vaciarse la alberca?



32. **Dos inversiones** Chuy Carreon invirtió $8000 durante un año, parte al 3% y parte al 5% de interés simple. ¿Cuánto se invirtió en cada cuenta, si se recibió la misma cantidad de intereses de cada cuenta?

33. **Solución anticongelante** ¿Cuántos cuartos de galón de anticongelante puro debe agregar Doreen Kelly a 10 cuartos de una solución al 20% de anticongelante para obtener una solución al 50% de anticongelante?

34. **Viaje a Hawai** Un avión a propulsión voló de Chicago a Los Ángeles a una velocidad promedio de 500 millas por hora. Después continuó sobre el Océano Pacífico a Hawai a una velocidad promedio de 550 millas por hora. Si el viaje completo cubrió 5200 millas y la parte sobre el océano es dos veces mayor que la parte sobre tierra, ¿cuánto tiempo duró el viaje completo?

35. **Reabastecimiento de un jet** Un jet de la fuerza aérea realizará un largo vuelo y necesitará reabastecer combustible en pleno vuelo sobre el Océano Pacífico. Un avión de reabastecimiento que transporta combustible puede viajar mucho más lejos, pero vuela a una velocidad menor. El avión de reabastecimiento y el jet saldrán de la misma base, pero el primero partirá 2 horas antes que el jet. Éste volará a 800 mph y el otro volará a 520 millas por hora.
   a) ¿Cuánto tiempo después del despegue del jet se encontrarán los aviones?
   b) ¿A qué distancia de la base tendrá lugar el reabastecimiento?

36. **Dos trabajos** Hal Turziz trabaja en dos empleos de tiempo parcial. Uno paga $7.50 por hora y el otro $8.25 por hora. La semana anterior Hal ganó un total de $190.50 y trabajó un total de 24 horas. ¿Cuántas horas trabajó en cada empleo?

37. **Venta de pinturas** Joseph DeGuizman, un artista, vende pinturas grandes y pequeñas. Vende sus pinturas pequeñas por $60 y las grandes por $180. Al final de la semana determinó que el monto total por la venta de 12 pinturas fue de $1200. Determine el número de pinturas pequeñas y grandes que vendió.

38. **Viaje de trabajo** Vince Jansen vive a 35 millas del trabajo. Debido a una construcción, él debe manejar los primeros 15 minutos a una velocidad de 10 mph más lenta que el resto del camino. Si el viaje completo le toma 45 minutos, determine la velocidad de Vince en cada parte de su trayecto.

39. **Solución de alcohol** Herb Garret tiene una solución de alcohol metílico al 80%; desea obtener un galón de solución para el limpia parabrisas mezclando su solución de alcohol metílico con agua. Si 128 onzas, o un galón, de fluido para el parabrisas debe contener 6% de alcohol metílico, ¿cuánto de la solución al 80% y cuánto de agua debe mezclarse?

40. **Poda del jardín** Richard Stewart poda parte de su jardín en segunda velocidad y parte en tercera velocidad. Tardó 2 horas en podar todo el jardín y el odómetro de su tractor muestra que cubrió 13.8 millas mientras cortaba el pasto. Si promedió 4.2 millas por hora en segunda velocidad y 7.8 millas por hora en tercera velocidad, ¿cuánto tardó en cada velocidad?

41. **Pan de carne** Lory Sullivan hace un pan de carne combinando trozos de solomillo con cordero. El solomillo contiene 1.2 gramos de grasa por onza y el cordero contiene 0.3 gramos de grasa por onza. Si quiere que su mezcla de 64 onzas sólo tenga 0.8 gramos de grasa por onza, determine cuánto solomillo y cuánto cordero debe usar.

42. **Mezcla de leche** Sundance Dairy tiene 400 cuartos de galón de leche entera que contiene 6% de crema. ¿Cuántos cuartos de galón de leche baja en grasa con 1.5% de crema deben agregarse para producir leche que contenga 2% de crema?

43. **Comparación de transporte** George Young puede ir al trabajo en su bicicleta en $\frac{3}{4}$ de hora. Si lo hace en su automóvil, el viaje dura $\frac{1}{6}$ dehora. Si George conduce su automóvil a un promedio de 14 millas por hora más rápido que cuando va en su bicicleta, determine la distancia que recorre al trabajo.

44. **Máquina de cajas de leche** Una antigua máquina que dobla y sella cajas de leche puede producir 50 cajas de leche por minuto. Una máquina nueva puede producir 70 cajas de leche por minuto. La máquina antigua ha fabricado 1000 cajas de cartón, cuando se enciende la máquina nueva. Si ambas máquinas continúan trabajando, ¿cuánto tiempo, a partir de que se enciende la máquina nueva, ésta producirá el mismo número total de cajas de leche que la máquina antigua?

45. **Salinidad del océano** La salinidad (contenido de sal) del Océano Atlántico promedia 37 partes por millar. Si se recogen 64 onzas de agua y se colocan al sol, ¿cuántas onzas de agua pura se necesitaría evaporar para elevar la salinidad a 45 partes por millar? (Sólo el agua pura se evapora; la sal queda sedimentada).

46. **Dos cohetes** Se lanzan dos cohetes desde el centro espacial Kennedy; el primero, lanzado a mediodía, viajará a 8000 millas por hora. El segundo será lanzado poco tiempo después y viajará a 9500 millas por hora. ¿En qué momento debe lanzarse el segundo cohete si los cohetes deben reunirse a una distancia de 38,000 millas de la Tierra?

a) Explique cómo encontró la solución para este problema.

b) Determine la solución al problema.

47. a) Invente su propio problema real de movimiento que pueda representarse como una ecuación.

b) Escriba la ecuación que representa su problema.

c) Resuelva la ecuación y luego determine la respuesta a su problema.

48. a) Invente su propio problema realista de mezclas que pueda representarse como una ecuación.

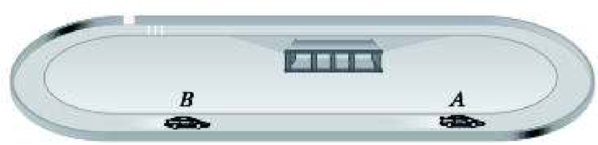
b) Escriba la ecuación que represente su problema.

c) Resuelva la ecuación y luego determine la respuesta a su problema.

Retos

49. **Distancia a Calais** El Eurotúnel (túnel submarino de Folkestone, Inglaterra a Calais, Francia) tiene 31 millas de longitud. Una persona puede abordar el tren bala TGV de Francia en París, viajar sin parar a través del Eurotúnel y llegar a Londres en 3 horas. El TGV promedia alrededor de 130 millas por hora de París a Calais; después reduce su velocidad a un promedio de 90 millas por hora, a través del Eurotúnel de 31 millas. Cuando deja el Eurotúnel en Folkestone sólo viaja a un promedio de 45 millas por hora para el viaje de 68 millas de Folkestone a Londres, a consecuencia de las vías obsoletas. Utilizando esta información, determine la distancia de París a Calais, Francia.

50. **Automóviles de carreras** Dos automóviles, A y B, están en una carrera a 500 vueltas; cada vuelta es de 1 milla. El automóvil que va adelante, A, promedia 125 millas por hora cuando llega a la mitad de la carrera; el automóvil B está exactamente 6.2 vueltas atrás.



a) Determine la velocidad promedio del automóvil B.

b) Cuando el automóvil A alcanza la mitad de la carrera, ¿qué tan lejos, en segundos, está el automóvil B del automóvil A?

51. **Solución anticongelante** El radiador de un automóvil tiene una capacidad de 16 cuartos de galón. En este momento está lleno con una solución anticongelante al 20%. ¿Cuántos cuartos deben drenarse y reemplazarse con anticongelante puro para hacer que el radiador contenga una solución anticongelante al 50%?

Ejercicios de repaso acumulativo

[1.6] **52.** Exprese el cociente en notación científica $\dfrac{2.52 \times 10^{17}}{3.6 \times 10^{4}}$

Resuelva.

[2.1] **53.** $0.6x + 0.22 = 0.4(x - 2.3)$

54. $\dfrac{2}{3}x + 8 = x + \dfrac{25}{4}$

[2.2] **55.** Despeje y de la ecuación $\dfrac{3}{5}(x - 2) = \dfrac{2}{7}(2x + 3y)$

[2.3] **56. Renta de un camión** La agencia de renta de camiones Hertz/Penske cobra $30 por día más $0.14 por milla. La agencia de renta de camiones Budget cobra $16 por día más $0.24 por milla para el mismo camión. ¿Qué distancia debería conducir en 1 día para hacer que el costo de Hertz/Penske sea igual al costo de renta de Budget?

2.5 Resolución de desigualdades lineales

1. Resolver desigualdades.
2. Graficar soluciones en la recta numérica, notación de intervalo y conjuntos solución.
3. Resolver desigualdades compuestas que incluyan *y*.
4. Resolver desigualdades compuestas que incluyan *o*.

1 Resolver desigualdades

En la sección 1.2 introdujimos las desigualdades y la notación constructiva de conjuntos. Tal vez desee ahora repasar esa sección. A continuación se presentan los símbolos de desigualdad.*

Símbolos de desigualdad

$>$	es mayor que
$\geq$	es mayor o igual que
$<$	es menor que
$\leq$	es menor o igual que

Una expresión matemática con uno o más de estos símbolos es una **desigualdad**. La dirección del símbolo de desigualdad a veces se denomina **orden** o **sentido** de la desigualdad.

Ejemplos de desigualdades con una variable

$$2x + 3 \leq 5 \qquad 4x > 3x - 5 \qquad 1.5 \leq -2.3x + 4.5 \qquad \frac{1}{2}x + 3 \geq 0$$

Para resolver una desigualdad, debemos aislar la variable en un lado del símbolo de desigualdad. Para aislar la variable, utilizamos las mismas técnicas básicas empleadas para resolver ecuaciones.

Propiedades utilizadas para resolver desigualdades

1. Si $a > b$, entonces $a + c > b + c$.
2. Si $a > b$, entonces $a - c > b - c$.
3. Si $a > b$ y $c > 0$, entonces $ac > bc$.
4. Si $a > b$ y $c > 0$, entonces $\dfrac{a}{c} > \dfrac{b}{c}$.
5. Si $a > b$ y $c < 0$, entonces $ac < bc$.
6. Si $a > b$ y $c < 0$, entonces $\dfrac{a}{c} < \dfrac{b}{c}$.

Las primeras dos propiedades establecen que podemos sumar o restar el mismo número en ambos lados de una desigualdad. La tercera y cuarta propiedades estable-

* $\neq$, es distinto a, también es una desigualdad, $\neq$ significa $<$ o $>$. Así, $2 \neq 3$ significa $2 < 3$ o $2 > 3$.

cen que ambos lados de una desigualdad pueden multiplicarse por o dividirse entre cualquier número real positivo. Las dos últimas propiedades indican que **cuando ambos lados de una desigualdad se multiplican por o dividen entre un número negativo, la dirección de la desigualdad se invierte.**

Ejemplo de multiplicación por un número negativo

Multiplique ambos lados de la desigualdad por −1 e invierta la dirección del símbolo de desigualdad.

$$4 > -2$$
$$-1(4) < -1(-2)$$
$$-4 < 2$$

Ejemplo de división entre un número negativo

Divida ambos lados de la desigualdad entre −2 e invierta la dirección del símbolo de desigualdad.

$$10 \geq -4$$
$$\frac{10}{-2} \leq \frac{-4}{-2}$$
$$-5 \leq 2$$

Sugerencia útil

No olvide invertir la dirección del símbolo de desigualdad cuando multiplique o divida ambos lados de la desigualdad por un número negativo.

Desigualdad	Dirección del símbolo de desigualdad
$-3x < 6$	$\frac{-3x}{-3} > \frac{6}{-3}$
$-\frac{x}{2} > 5$	$(-2)\left(-\frac{x}{2}\right) < (-2)(5)$

EJEMPLO 1 ▸ Resuelva las desigualdades. **a)** $5x - 7 \geq -17$ **b)** $-6x + 4 < -14$

Solución

a)

$$5x - 7 \geq -17$$
$$5x - 7 + 7 \geq -17 + 7 \quad \text{Sume 7 a ambos lados.}$$
$$5x \geq -10$$
$$\frac{5x}{5} \geq \frac{-10}{5} \quad \text{Divida ambos lados entre 5.}$$
$$x \geq -2$$

El conjunto solución es $\{x|x \geq -2\}$. Cualquier número real mayor o igual a -2 satisface la desigualdad.

b)

$$-6x + 4 < -14$$
$$-6x + 4 - 4 < -14 - 4 \quad \text{Reste 4 a ambos lados.}$$
$$-6x < -18$$
$$\frac{-6x}{-6} > \frac{-18}{-6} \quad \text{Divida ambos lados entre 26 e invierta la dirección de la desigualdad.}$$
$$x > 3$$

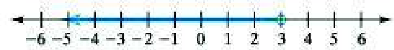
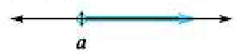
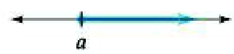
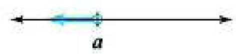
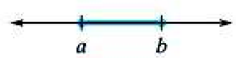
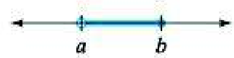
El conjunto solución es $\{x|x > 3\}$. Cualquier número mayor que 3 satisfará la desigualdad.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 17

2 Graficar soluciones en la recta numérica, notación de intervalo y conjuntos solución

La solución de una desigualdad puede indicarse sobre una recta numérica o escribirse como un conjunto solución, como se explicó en la sección 1.2. La solución también puede escribirse en notación de intervalo, como se ilustra en la página siguiente. La mayoría de los instructores tienen una forma preferida de indicar la solución de una desigualdad.

Recuerde que *un círculo relleno en la recta numérica indica que el punto extremo es parte de la solución, y un círculo vacío indica que el punto extremo no es parte de la solución. En notación de intervalos, los corchetes* [ ] *se utilizan para indicar que los puntos extremos son parte de la solución y los paréntesis* ( ) *indican que los puntos extremos no son parte de la solución*. El símbolo ∞, que se lee "infinito", indica que el conjunto solución continúa indefinidamente. Cada vez que se utilice ∞ en notación de intervalo, debemos utilizar un *paréntesis* del lado correspondiente de esta notación de intervalo.

Solución de desigualdad	Conjunto solución indicado en la recta numérica	Conjunto solución representado en notación de intervalo
$x \geq 5$		$[5, \infty)$
$x < 3$		$(-\infty, 3)$
$2 < x \leq 6$		$(2, 6]$
$-6 \leq x \leq -1$		$[-6, -1]$
$x > a$		(a, ∞)
$x \geq a$		$[a, \infty)$
$x < a$		$(-\infty, a)$
$x \leq a$		$(-\infty, a]$
$a < x < b$		(a, b)
$a \leq x \leq b$		$[a, b]$
$a < x \leq b$		$(a, b]$
$a \leq x < b$		$[a, b)$

En el ejemplo siguiente, resolveremos una desigualdad que tiene fracciones.

EJEMPLO 2 Resuelva la siguiente desigualdad y proporcione la solución tanto en la recta numérica como en notación de intervalo.

$$\frac{1}{4}z - \frac{1}{2} < \frac{2z}{3} + 2$$

Solución Podemos eliminar las fracciones de una desigualdad al multiplicar ambos lados de la desigualdad por el mínimo común denominador, MCD, de las fracciones. En este caso multiplicamos ambos lados de la desigualdad por 12. Luego resolvemos la desigualdad resultante como lo hicimos en el ejemplo anterior.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{4}z - \frac{1}{2} &< \frac{2z}{3} + 2 \\
12\left(\frac{1}{4}z - \frac{1}{2}\right) &< 12\left(\frac{2z}{3} + 2\right) && \text{Multiplique ambos lados por el MCD, 12.} \\
3z - 6 &< 8z + 24 && \text{Propiedad distributiva.} \\
3z - 8z - 6 &< 8z - 8z + 24 && \text{Reste } 8z \text{ de ambos lados.} \\
-5z - 6 &< 24 \\
-5z - 6 + 6 &< 24 + 6 && \text{Sume 6 a ambos lados.} \\
-5z &< 30 \\
\frac{-5z}{-5} &> \frac{30}{-5} && \text{Divida ambos lados entre 25 y cambie la dirección del símbolo de desigualdad.} \\
z &> -6
\end{aligned}$$

Recta numérica	Notación de intervalo
	$(-6, \infty)$

El conjunto solución es $\{z|z > -6\}$.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 31

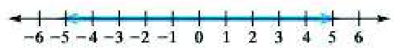
En el ejemplo 2 ilustramos la solución en la recta numérica, en notación de intervalo y como un conjunto solución. Su profesor le puede indicar cuál forma es la que prefiere.

EJEMPLO 3 ▸ Resuelva la desigualdad $2(3p - 5) + 9 \leq 8(p + 1) - 2(p - 3)$.

Solución

$$
\begin{aligned}
2(3p - 5) + 9 &\leq 8(p + 1) - 2(p - 3)\\
6p - 10 + 9 &\leq 8p + 8 - 2p + 6\\
6p - 1 &\leq 6p + 14\\
6p - 6p - 1 &\leq 6p - 6p + 14\\
-1 &\leq 14
\end{aligned}
$$

Como -1 siempre es menor o igual a 14, la desigualdad es verdadera para todos los números reales. Cuando una desigualdad es verdadera para todos los números reales, el conjunto solución es *el conjunto de todos los números reales*, $\mathbb{R}$. El conjunto solución, para este ejemplo, también puede indicarse en la recta numérica o en notación de intervalo.


o $(-\infty, \infty)$

▸ Ahora resuelva el ejercicio 23

Si en el ejemplo 3 hubiese resultado la expresión $-1 \geq 14$, la desigualdad nunca sería verdadera, ya que -1 nunca es mayor o igual a 14. Cuando una desigualdad nunca es verdadera, no tiene solución; su conjunto solución es el *conjunto vacío o conjunto nulo*, $\emptyset$ o $\{\ \}$. Representaremos al conjunto vacío en la recta numérica como .

Sugerencia útil

Por lo general, cuando se escribe una solución de una desigualdad escribimos la variable a la izquierda. Por ejemplo, cuando resolvemos una desigualdad, si obtenemos $5 \geq y$ escribiríamos la solución como $y \leq 5$. Por ejemplo,

$-6 < x$ significa a $x > -6$ (el símbolo de desigualdad apunta a -6 en ambos casos)

$4 > x$ significa a $x < 4$ (el símbolo de desigualdad apunta a x en ambos casos)

$a < x$ significa a $x > a$ (el símbolo de desigualdad apunta a a en ambos casos)

$a > x$ significa a $x < a$ (el símbolo de desigualdad apunta a x en ambos casos).

EJEMPLO 4 ▸ **Paquetes en un bote** Un bote pequeño puede transportar un peso máximo de 750 libras. Millie Harrison tiene que transportar cajas que pesan 42.5 libras cada una.

a) Plantee una desigualdad que pueda usarse para determinar el número máximo de cajas que Millie puede colocar de forma segura en su bote, si ella pesa 128 libras.

b) Determine el número máximo de cajas que Millie puede transportar.

Solución **a)** Entienda y traduzca Sea n = número de cajas.

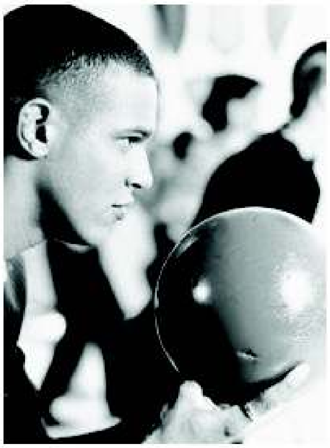
Peso de Millie	+	peso de n cajas	$\leq$	750
128	+	$42.5n$	$\leq$	750

b) Realice los cálculos

$$\begin{aligned} 128 + 42.5n &\leq 750 \\ 42.5n &\leq 622 \\ n &\leq 14.6 \end{aligned}$$

Responda Por tanto, Millie puede transportar hasta 14 cajas en el bote.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 65



EJEMPLO 5 ▸ **Costo de líneas de bolos** En el boliche Corbin en Tarzana, California, cuesta \$2.50 rentar zapatos para boliche y cuesta \$4.00 cada juego jugado.

a) Escriba una desigualdad que pueda usarse para determinar el número máximo de juegos que Ricky Olson puede jugar a los bolos, si sólo tiene \$20.

b) Determine el número máximo de juegos que puede jugar Ricky.

Solución **a)** Entienda y traduzca

Sea g = número de juegos jugados.

Entonces $4.00g$ = costo de jugar g juegos.

costo de la renta de zapatos	+	costo de jugar g juegos	$\leq$	dinero que tiene Ricky
2.50	+	$4.00g$	$\leq$	20

b) Realice los cálculos

$$\begin{aligned} 2.50 + 4.00g &\leq 20 \\ 4.00g &\leq 17.50 \\ \frac{4.00g}{4.00} &\leq \frac{17.50}{4.00} \\ g &\leq 4.375 \end{aligned}$$

Responda y entienda Como Ricky no puede jugar parte de un juego, el número máximo de juegos que puede permitirse es 4. Si Ricky fuese a jugar 5 juegos de bolos debería gastar $\$2.50 + 5(\$4.00) = \$22.50$, que es más que los \$20 que tiene.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 67

EJEMPLO 6 ▸ **Utilidad** Para que un negocio logre una utilidad, su ingreso, R, debe ser mayor que su costo, C. Esto es, se obtendrá una utilidad cuando $R > C$ (el punto de equilibrio de la compañía es cuando $R = C$). Una compañía que produce naipes tiene una ecuación de costo semanal de $C = 1525 + 1.7x$ y una ecuación de ingresos semanales de $R = 4.2x$, donde x es el número de mazos de naipes producidos y vendidos en una semana. ¿Cuántos mazos de naipes deben producirse y venderse en una semana para que la compañía tenga una utilidad?

Solución Entienda y traduzca La compañía tendrá una utilidad cuando $R > C$, o

$$4.2x > 1525 + 1.7x$$

Realice los cálculos

$$\begin{aligned} 2.5x &> 1525 \\ x &> \frac{1525}{2.5} \\ x &> 610 \end{aligned}$$

Responda La compañía tendrá una utilidad cuando se produzcan y vendan más de 610 mazos de naipes en una semana.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 69

EJEMPLO 7 ▶ **Tablas de impuestos** La tabla de la tasa de impuestos 2005 para parejas casadas que presentan ingresos gravables reunidos se muestra a continuación.

Tabla Y-1 Utilice si su estado civil es **Casado por bienes mancomunados** o **viudo(a)**

Si la cantidad en la forma 1040, línea 43, es: Mayor a	**Pero no mayor a 2**	**Ingrese en la forma 1040 línea 44**	**de la cantidad por encima de 2**
\$0	\$14,600	10%	\$0
\$14,600	\$59,400	\$1,460.00 + 15%	\$14,600
\$59,400	\$119,950	\$8,180.00 + 25%	\$59,400
\$119,950	\$182,800	\$23,317.50 + 28%	\$119,950
\$182,800	\$326,450	\$40,915.50 + 33%	\$182,800
\$326,450	∞	\$88,320.00 + 35%	\$326,450

a) Escriba, en notación de intervalo, las cantidades de ingresos gravables (montos en la Forma 1040, línea 43) que conforman cada uno de los cinco rangos de impuestos listados, esto es, los rangos del 10, 15, 25, 28, 33 y 35%.

b) Determine el impuesto de una pareja casada por bienes mancomunados, si sus ingresos gravables (línea 43) es \$13,500.

c) Determine el impuesto para una pareja casada por bienes mancomunados, si sus ingresos gravables son \$136,000.

Solución

a) Las palabras *Pero no mayor a* significa "menor o igual a". Los ingresos gravables que conforman los seis rangos son

$(0, 14{,}600]$ para el rango del 10%
$(14{,}600, 59{,}400]$ para el rango del 15%
$(59{,}400, 119{,}950]$ para el rango del 25%
$(119{,}950, 182{,}800]$ para el rango del 28%
$(182{,}800, 326{,}450]$ para el rango del 33%
$(326{,}450, \infty)$ para el rango del 35%

b) El impuesto para una pareja casada por bienes mancomunados con ingreso gravable de \$13,500 es de 10% de \$13,500. Por lo tanto,

$$\text{impuesto} = 0.10(13{,}500) = \$1{,}350.$$

El impuesto es \$1350.

c) Un ingreso gravable de \$136,000 coloca a la pareja en el rango de impuestos de 28%. El impuesto es \$23,317.50 + 28% del ingreso gravable mayor a \$119,950. El ingreso mayor a \$119,950 es \$136,000 − \$119,950 = \$16,050. Por tanto,

$$\text{impuesto} = 23{,}317.50 + 0.28(16{,}050) = 23{,}317.50 + 4494 = 27{,}811.50$$

El impuesto es \$27,811.50.

▶ Ahora resuelva el ejercicio 79

3 Resolver desigualdades compuestas que incluyan *y*.

Una **desigualdad compuesta** está formada por dos desigualdades ligadas con la palabra *y* o la palabra *o*. En ocasiones la palabra *y* está implícita sin que esté escrita.

Ejemplos de desigualdades compuestas

$$3 < x \quad \text{y} \quad x < 5$$
$$x + 4 > 2 \quad \text{o} \quad 2x - 3 < 6$$
$$4x - 6 \geq -3 \quad \text{y} \quad x - 6 < 17$$

En este objetivo, analizamos las desigualdades compuestas que utilizan o implican la palabra *y*. La solución de una desigualdad compuesta que utilice la palabra *y* son todos los números donde *ambas* partes de la desigualdad son verdaderas. Considere

$$3 < x \quad \text{y} \quad x < 5$$

¿Cuáles números satisfacen ambas desigualdades? Los números que satisfacen ambas desigualdades pueden verse con facilidad si graficamos la solución de cada desigualdad en una recta numérica (vea la **figura 2.9**). Ahora observe que los números que satisfacen ambas desigualdades son los números entre 3 y 5. El conjunto solución es $\{x|3 < x < 5\}$.

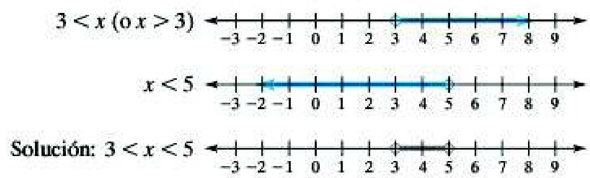


FIGURA 2.9

Recuerde del capítulo 1 que la intersección de dos conjuntos es el conjunto de elementos comunes a ambos conjuntos. *Para determinar el conjunto solución de una desigualdad que contenga la palabra* **y**, *tome la* **intersección** *de los conjuntos solución de las dos desigualdades.*

EJEMPLO 8 ▸ Resuelva $x + 5 \leq 8$ y $2x - 9 > -7$.

Solución Comience por resolver cada desigualdad por separado.

$$\begin{aligned} x + 5 &\leq 8 \quad \text{y} \quad & 2x - 9 &> -7 \\ x &\leq 3 & 2x &> 2 \\ & & x &> 1 \end{aligned}$$

Ahora tome la intersección de los conjuntos $\{x|x \leq 3\}$ y $\{x|x > 1\}$. Cuando encontramos $\{x|x \leq 3\} \cap \{x|x > 1\}$, estamos encontrando los valores de x comunes a ambos conjuntos. **La figura 2.10** ilustra que el conjunto solución es $\{x|\ 1 < x \leq 3\}$. En notación de intervalo, la solución es $(1, 3]$.

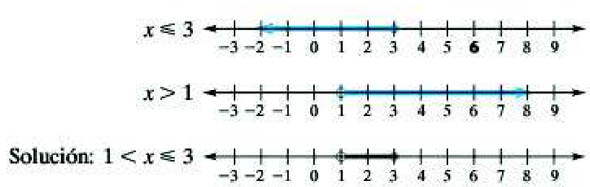


FIGURA 2.10

▸ Ahora resuelva el ejercicio 57

A veces podemos escribir una desigualdad compuesta que utiliza la palabra *y*, en una forma más corta. Por ejemplo, podemos escribir $3 < x$ y $x < 5$ como $3 < x < 5$. La palabra *y* no aparece cuando la desigualdad se escribe en esta forma, pero está implícita. La desigualdad compuesta $-1 < x + 3$ y $x + 3 \leq 5$ puede escribirse como $-1 < x + 3 \leq 5$.

EJEMPLO 9 ▸ Resuelva $-1 < x + 3 \le 5$.

Solución $-1 < x + 3 \le 5$, significa $-1 < x + 3$ y $x + 3 \le 5$. Resuelva cada desigualdad por separado.

$$\begin{array}{lcl} -1 < x + 3 & \text{y} & x + 3 \le 5 \\ -4 < x & & x \le 2 \end{array}$$

Recuerde que $-4 < x$ significa $x > -4$. La **figura 2.11** ilustra que el conjunto solución es $\{x|-4 < x \le 2\}$. En notación de intervalo, la solución es $(-4, 2]$.

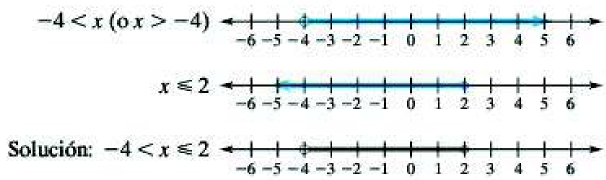


FIGURA 2.11

▸ Ahora resuelva el ejercicio 35

La desigualdad del ejemplo 9, $-1 < x + 3 \le 5$, puede resolverse de otra forma. Podemos seguir utilizando las propiedades analizadas anteriormente para resolver desigualdades compuestas. Sin embargo, cuando trabajamos con tales desigualdades, lo que hagamos para una parte lo debemos hacer para las tres partes. En el ejemplo 9, podríamos restar 3 de las tres partes para aislar la variable de en medio y resolver la desigualdad.

$$\begin{aligned} -1 &< x + 3 \le 5 \\ -1 - 3 &< x + \; - 3 \le 5 - 3 \\ -4 &< x \le 2 \end{aligned}$$

Observe que ésta es la misma solución que se obtuvo en el ejemplo 9.

EJEMPLO 10 ▸ Resuelva la desigualdad $-3 \le 2t - 7 < 8$.

Solución Queremos aislar la variable t. Comenzamos por sumar 7 a las tres partes de la desigualdad.

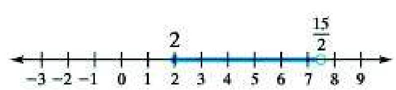
$$\begin{aligned} -3 &\le 2t - 7 < 8 \\ -3 + 7 &\le 2t - 7 + 7 < 8 + 7 \\ 4 &\le 2t < 15 \end{aligned}$$

Ahora divida las tres partes de la desigualdad entre 2.

$$\frac{4}{2} \le \frac{2t}{2} < \frac{15}{2}$$

$$2 \le t < \frac{15}{2}$$

La solución también puede ilustrarse en una recta numérica, escribirse en notación de intervalo o escribirse como un conjunto solución. A continuación mostramos cada forma.



La respuesta en notación de intervalo es $\left[2, \frac{15}{2}\right)$. El conjunto solución es $\left\{t \,\middle|\, 2 \le t < \frac{15}{2}\right\}$.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 41

EJEMPLO 11 ▸ Resuelva la desigualdad $-2 < \dfrac{4 - 3x}{5} < 8$.

Solución Multiplique las tres partes por 5 para eliminar el denominador.

$$-2 < \frac{4 - 3x}{5} < 8$$
$$-2(5) < 5\left(\frac{4 - 3x}{5}\right) < 8(5)$$
$$-10 < 4 - 3x < 40$$
$$-10 - 4 < 4 - 4 - 3x < 40 - 4$$
$$-14 < -3x < 36$$

Ahora divida las tres partes de la desigualdad entre -3. Recuerde que cuando multiplicamos o dividimos una desigualdad por un número negativo, la dirección del símbolo de desigualdad se invierte.

$$\frac{-14}{-3} > \frac{-3x}{-3} > \frac{36}{-3}$$
$$\frac{14}{3} > x > -12$$

Aunque $\dfrac{14}{3} > x > -12$ es correcto, por lo general escribimos desigualdades compuestas con el valor más pequeño a la izquierda. Por lo tanto, rescribiremos la solución como

$$-12 < x < \frac{14}{3}$$

La solución también puede ilustrarse en la recta numérica, escribirse en notación de intervalo o escribirse como un conjunto solución.

La solución en notación de intervalo es $\left(-12, \dfrac{14}{3}\right)$. El conjunto solución es $\left\{x \middle| -12 < x < \dfrac{14}{3}\right\}$.

▸ **Ahora resuelva el ejercicio 43**

Sugerencia útil

Debe tener cuidado al escribir la solución de una desigualdad compuesta. En el ejemplo 11 podemos cambiar la solución de

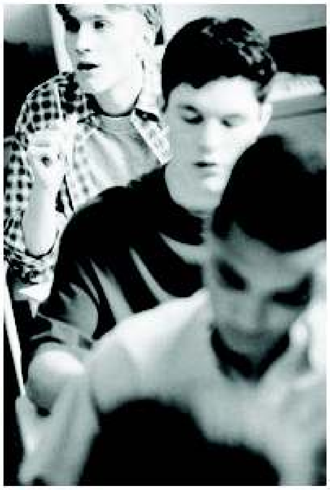
$$\frac{14}{3} > x > -12 \quad \text{a} \quad -12 < x < \frac{14}{3}$$

Esto es correcto, ya que ambos dicen que x es mayor que -12 y menor que $\dfrac{14}{3}$. Observe que el símbolo de la desigualdad en ambos casos apunta al número menor.

En el ejemplo 11, si hubiéramos escrito la respuesta $\dfrac{14}{3} < x < -12$, habríamos dado una solución incorrecta. Recuerde que la desigualdad $\dfrac{14}{3} < x < -12$ significa que $\dfrac{14}{3} < x$ y $x < -12$. No existe ningún número que sea al mismo tiempo mayor que $\dfrac{14}{3}$ y menor que -12. Además, al examinar la desigualdad $\dfrac{14}{3} < x < -12$, aparece como si dijéramos que -12 es un número mayor que $\dfrac{14}{3}$, lo que obviamente es incorrecto.

También sería incorrecto escribir la respuesta como

$$\cancel{-12 < x > \frac{14}{3}} \quad \text{o} \quad \cancel{\frac{14}{3} < x > -12}$$



EJEMPLO 12 ▸ Cálculo de calificaciones En un curso de anatomía y fisiología, una calificación promedio mayor o igual a 80 y menor que 90 tiene como resultado una nota de B. Steve Reinquist recibió calificaciones de 85, 90, 68 y 70 en sus primeros cuatro exámenes. Para que Steve reciba una nota final de B en el curso, ¿entre cuáles dos calificaciones debe estar su quinto (y último) examen?

Solución Sea x = calificación en el último examen de Steve.

$$80 \leq \text{promedio de los cinco exámenes} < 90$$
$$80 \leq \frac{85 + 90 + 68 + 70 + x}{5} < 90$$
$$80 \leq \frac{313 + x}{5} < 90$$
$$400 \leq 313 + x < 450$$
$$400 - 313 \leq 313 - 313 + x < 450 - 313$$
$$87 \leq x < 137$$

Steve necesitaría una calificación mínima de 87 en su último examen para obtener una nota final de B. Si la calificación más alta que pudiera recibir en el examen es 100, ¿podría lograr una nota final de A (promedio de 90 o más)? Explique.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 75

4 Resolver desigualdades compuestas que incluyan *o*

La solución de una desigualdad compuesta que utilice la palabra *o* son todos los números donde *cualquiera* de las desigualdades es una proposición verdadera. Considere la desigualdad compuesta

$$x > 3 \quad \text{o} \quad x < 5$$

¿Cuáles números satisfacen la desigualdad compuesta? Grafiquemos la solución de cada desigualdad mediante la recta numérica (vea la **figura 2.12**). Observe que todo número real satisface al menos una de las dos desigualdades. Por lo tanto, el conjunto solución de la desigualdad compuesta es el conjunto de todos los números reales, ℝ.

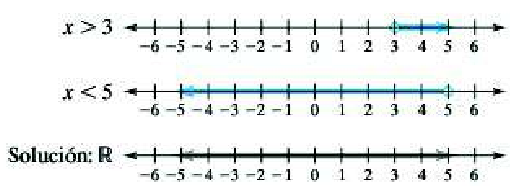


FIGURA 2.12

Recuerde del capítulo 1 que la *unión* de dos conjuntos es el conjunto de elementos que pertenecen a *cualquiera* de los conjuntos. *Para encontrar el conjunto solución de la desigualdad que contenga la palabra* **o**, *tome la* **unión** *de los conjuntos solución de las dos desigualdades que comprenden la desigualdad compuesta.*

EJEMPLO 13 ▸ Resuelva $r - 2 \leq -6$ o $-4r + 3 < -5$.

Solución Resuelva cada desigualdad por separado.

$$r - 2 \leq -6 \quad \text{o} \quad -4r + 3 < -5$$
$$r \leq -4 \qquad\qquad -4r < -8$$
$$r > 2$$

Ahora grafique cada solución en rectas numéricas y después determine la unión (**figura 2.13**). La unión es $r \leq -4$ o $r > 2$.

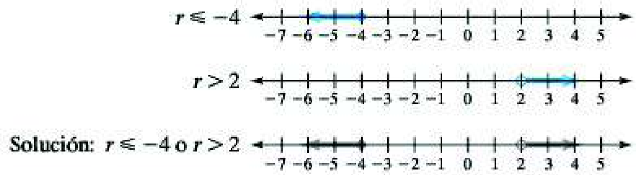


FIGURA 2.13

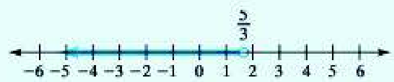
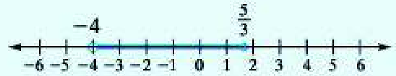
El conjunto solución es $\{r|r \leq -4\} \cup \{r|r > 2\}$, que podemos escribir como $\{r|r \leq -4$ o $r > 2\}$. En notación de intervalo, la solución es $(-\infty, -4] \cup (2, \infty)$.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 59

Con frecuencia encontramos desigualdades en nuestra vida diaria. Por ejemplo, en una carretera la velocidad mínima puede ser de 45 millas por hora y la máxima de 65 millas por hora. Un restaurante puede tener un letrero que establece que la capacidad máxima es de 300 personas, y la velocidad mínima de despegue de un aeroplano puede ser de 125 millas por hora.

Sugerencia útil

Existen varias formas de escribir la solución de un problema de desigualdad. Asegúrese de indicar la solución de un problema de desigualdad en la forma solicitada por su profesor. A continuación proporcionamos ejemplos de varias formas.

Desigualdad	Recta numérica	Notación de intervalo	Conjunto solución
$x < \frac{5}{3}$		$\left(-\infty, \frac{5}{3}\right)$	$\left\{x \middle\vert x < \frac{5}{3}\right\}$
$-4 < t \leq \frac{5}{3}$		$\left(-4, \frac{5}{3}\right]$	$\left\{t \middle\vert -4 < t \leq \frac{5}{3}\right\}$

CONJUNTO DE EJERCICIOS 2.5

MathXL® MyMathLab

Ejercicios de concepto/redacción

1. Al resolver una ecuación, ¿cuándo es necesario cambiar el sentido del símbolo de la desigualdad?
2. Explique la diferencia entre $x < 7$ y $x \leq 7$.
3. **a)** Al indicar una solución en una recta numérica, ¿cuándo utiliza círculos vacíos?
   b) ¿Cuándo utiliza círculos llenos?
   c) Proporcione un ejemplo de una desigualdad cuya solución en una recta numérica contendría un círculo vacío.
   d) Proporcione un ejemplo de una desigualdad cuya solución en una recta numérica contendría un círculo lleno.
4. ¿Qué es una desigualdad compuesta? Dé un ejemplo.
5. ¿Qué significa la desigualdad $a < x < b$?
6. Explique por qué $\{x|5 < x < 3\}$ no es un conjunto aceptable para una desigualdad.

Práctica de habilidades

*Exprese cada desigualdad **a)** utilizando una recta numérica, **b)** en notación de intervalo y **c)** como un conjunto solución (utilice la notación constructiva de conjuntos).*

7. $x > -2$
8. $t > \frac{5}{3}$
9. $w \leq \pi$
10. $-4 < x < 3$
11. $-3 < q \leq \frac{4}{5}$
12. $x \geq -\frac{6}{5}$
13. $-7 < x \leq -4$
14. $-2\frac{7}{8} \leq k < -1\frac{2}{3}$

Resuelva cada desigualdad y grafique la solución en la recta numérica.

15. $x - 9 > -6$

16. $2x + 3 > 4$

17. $3 - x < -4$

18. $12b - 5 \leq 8b + 7$

19. $4.7x - 5.48 \geq 11.44$

20. $1.4x + 2.2 < 2.6x - 0.2$

21. $4(x + 2) \leq 4x + 8$

22. $15.3 > 3(a - 1.4)$

23. $5b - 6 \geq 3(b + 3) + 2b$

24. $-6(d + 2) < -9d + 3(d - 1)$

25. $2y - 6y + 8 \leq 2(-2y + 9)$

26. $\frac{y}{2} + \frac{4}{5} \leq 3$

Resuelva cada desigualdad y dé la solución en notación de intervalo.

27. $4 + \frac{4x}{3} < 6$

28. $4 - 3x < 5 + 2x + 17$

29. $\frac{v - 5}{3} - v \geq -3(v - 1)$

30. $\frac{h}{2} - \frac{5}{6} < \frac{7}{8} + h$

31. $\frac{t}{3} - t + 7 \leq -\frac{4t}{3} + 8$

32. $\frac{6(x - 2)}{5} > \frac{10(2 - x)}{3}$

33. $-3x + 1 < 3[(x + 2) - 2x] - 1$

34. $4[x - (3x - 2)] > 3(x + 5) - 15$

Resuelva cada desigualdad y de la solución en notación de intervalo.

35. $-2 \leq t + 3 < 4$

36. $-7 < p - 6 \leq -5$

37. $-15 \leq -3z \leq 12$

38. $-16 < 5 - 3n \leq 13$

39. $4 \leq 2x - 4 < 7$

40. $-12 < 3x - 5 \leq -1$

41. $14 \leq 2 - 3g < 15$

42. $\frac{1}{2} < 3x + 4 < 13$

Resuelva cada desigualdad y proporcione el conjunto solución.

43. $5 \leq \frac{3x + 1}{2} < 11$

44. $\frac{3}{5} < \frac{-x - 5}{3} < 2$

45. $-6 \leq -3(2x - 4) < 12$

46. $-6 < \frac{4 - 3x}{2} < \frac{2}{3}$

47. $0 \leq \frac{3(u - 4)}{7} \leq 1$

48. $-15 < \frac{3(x - 2)}{5} \leq 0$

Resuelva cada desigualdad e indique el conjunto solución.

49. $c \leq 1$ y $c > -3$

50. $d > 0$ o $d \leq 8$

51. $x < 2$ y $x > 4$

52. $w \leq -1$ o $w > 6$

53. $x + 1 < 3$ y $x + 1 > -4$

54. $5x - 3 \leq 7$ o $-2x + 5 < -3$

Resuelva cada desigualdad e indique el conjunto solución.

55. $2s + 3 < 7$ o $-3s + 4 \leq -17$

56. $4a + 7 \geq 9$ y $-3a + 4 \leq -17$

57. $4x + 5 \geq 5$ y $3x - 7 \leq -1$

58. $5 - 3x < -3$ y $5x - 3 > 10$

59. $4 - r < -2$ o $3r - 1 < -1$

60. $-x + 3 < 0$ o $2x - 5 \geq 3$

61. $2k + 5 > -1$ y $7 - 3k \leq 7$

62. $2q - 11 \leq -7$ o $2 - 3q < 11$

Resolución de problemas

63. Paquetería UPS El largo más el contorno (o cincho) de un paquete que se envía por UPS no puede ser mayor a 130 pulgadas.

a) Plantee una desigualdad que exprese esta información, utilice l para la longitud y g para la circunferencia.

b) UPS definió el contorno como el doble del ancho más el doble del grosor. Escriba una desigualdad que use el largo, l, ancho, w, y el grosor, d, para indicar las dimensiones permitidas de un paquete que puede enviarse por UPS.

c) Si el largo de un paquete es de 40 pulgadas y el ancho de un paquete es de 20.5 pulgadas, determine el grosor máximo permitido del paquete.

64. Equipaje Desde el 8 de octubre de 2001, muchas aerolíneas han limitado el tamaño del equipaje que los pasajeros pueden llevar abordo en vuelos nacionales. La longitud, l, más el ancho, w, más el grosor, d, del equipaje que puede llevar no debe exceder a 45 pulgadas.

a) Plantee una desigualdad que describa esta desigualdad; utilice l, w y d como se describieron antes.

b) Si el equipaje de Ryan McHenry es de 23 pulgadas de largo y 12 de ancho, ¿cuál es el grosor máximo que puede tener y aún llevarse en el aeroplano?

En los ejercicios del 65 al 78, plantee una desigualdad que pueda usarse para resolver el problema. Resuelva el problema y determine el valor deseado.

65. **Límite de peso** Cal Worth, un conserje, debe mover un gran cargamento de libros del primero al quinto piso. El letrero del elevador dice "peso máximo 800 libras". Si cada caja de libros pesa 70 libras, encuentre el número de cajas que Cal debe colocar en el elevador.

66. **Límite en un elevador** Si el conserje del ejercicio 65, que pesa 195 libras, se debe subir con las cajas de libros, encuentre el número máximo de cajas que puede colocar en el elevador.

67. **Larga distancia** La caseta telefónica de larga distancia Telecom-USA, cobra a los clientes \$0.99 por los primeros 20 minutos y luego \$0.07 por cada minuto (o fracción) posterior a los 20 minutos. Si Patricia Lanz utiliza esta caseta, ¿cuánto tiempo puede hablar por \$5.00?

68. **Estacionamiento** Un estacionamiento del centro de la ciudad en Austin, Texas, cobra \$1.25 por la primera hora y \$0.75 por cada hora adicional o fracción. ¿Cuál es el tiempo máximo que puede estacionar su auto si no desea pagar más de \$3.75?

69. **Utilidad de un libro** April Lemons piensa escribir y publicar su propio libro. Estima su ecuación de ingresos como $R = 6.42x$, y su ecuación de costo como $C = 10{,}025 + 1.09x$, donde x es el número de libros que vende. Encuentre el número mínimo de libros que debe vender para obtener una ganancia. Vea el ejemplo 6.

70. **Utilidades de una tintorería** Peter Collinge inaugura una tintorería, y estima su ecuación de costo como $C = 8000 + 0.08x$ y su ecuación de ingresos como $R = 1.85x$, donde x es el número de prendas lavadas en un año. Encuentre el número mínimo de prendas que debe lavar en el año para que Peter obtenga una ganancia.

71. **Correo de primera clase** El 8 de enero de 2006, el costo por enviar un paquete por primera clase fue de \$0.39 por la primera onza y \$0.24 por cada onza adicional. ¿Cuál es el peso máximo de un paquete que Richard Van Lommel puede enviar en primera clase por \$10.00?

72. **Correo de primera clase prepagado** Las compañías pueden enviar piezas de correo que pesen hasta una onza usando el correo *prepagado de primera clase*. La compañía debe adquirir primero un permiso por \$150 por año, y luego pagar \$0.275 por pieza enviada. Sin el permiso, cada pieza costaría \$0.37. Determine el número mínimo de piezas de correo que tendría que enviar para que le valiera la pena a la compañía utilizar correo prepagado de primera clase.

73. **Comparación de planes de pago** Melissa Pfistner aceptó en fecha reciente un puesto de ventas en Ohio e incluso puede seleccionar entre dos planes de pago. El plan 1 es un salario de \$300 por semana más una comisión de 10% sobre las ventas. El plan 2 es un salario de \$400 por semana más 8% de comisión sobre las ventas. ¿Con qué cantidad de ventas semanales Melissa ganaría más con el plan 1?

74. **Empleo en el colegio** Para que pueda continuar con su ayuda financiera para el colegio, Katie Hanenberg no puede ganar más de \$2000 en sus 8 semanas de empleo de verano. Ahora gana \$90 por semana como asistente de un día. Está pensando trabajar además por la tarde en un restaurante de comida rápida, donde ganaría \$6.25 por hora. ¿Cuál es el máximo número de horas por semana que puede trabajar en el restaurante sin arriesgar su ayuda financiera?

75. **Calificación para aprobar** Para aprobar un curso, Corrina Schultz necesita un promedio de 60 o más. Si las calificaciones de Corrina son 66, 72, 90, 49 y 59, encuentre la calificación mínima que Corrina debe obtener en su sexto y último examen para aprobar el curso.

76. **Calificación mínima** Para recibir una A en un curso, Stephen Heasley debe obtener un promedio de 90 o más en cinco exámenes. Si las primeras cuatro calificaciones de Stephen son 92, 87, 96 y 77, ¿cuál es la calificación mínima que debe obtener Stephen en el quinto examen para obtener una A en el curso?

77. **Calificación promedio** Las calificaciones de Calisha Mahoney en sus primeros cuatro exámenes son 85, 92, 72 y 75. Un promedio mayor o igual que 80 y menor que 90 le darían una nota final de B. ¿Cuál es el rango de calificaciones que debe obtener Calisha en su quinto y último examen para obtener una calificación final de B? Suponga que la calificación máxima es de 100.

78. **Aire limpio** Para que el aire se considere "limpio", el promedio de tres contaminantes debe ser menor que 3.2 partes por millón (ppm). Si los primeros dos contaminantes son de 2.7 y 3.42 ppm, ¿en qué rango de valores debe estar el tercer contaminante para que el aire resulte limpio?

79. **Impuesto a ingresos** Consulte el ejemplo 7 de la página 115. Su-hua y Ting-Fang Zheng presentan un ingreso mancomunado para los impuestos. Determine el impuesto de 2005 que corresponderá a Su-hua y Ting-Fang si su ingreso gravable es
   a) \$78,221.
   b) \$301,233.

80. **Impuesto a ingresos** Consulte el ejemplo 7 de la página 115. José y Mildred Battiste presentan un ingreso mancomunado para los impuestos. Determine el impuesto a ingresos de 2005 que corresponderá a José y Mildred si su ingreso gravable es
   a) \$128,479.
   b) \$275,248.

Velocidad

En un curso de física, una velocidad positiva indica que un objeto lanzado viaja hacia arriba y una velocidad negativa indica que el objeto está de regreso y viaja hacia abajo. Para ser específicos, un objeto está viajando hacia arriba cuando la velocidad ≥ 0. El objeto alcanza su altura máxima cuando $v = 0$ y el objeto viaja hacia abajo cuando la velocidad es ≤ 0.

En los ejercicios del 81 al 86, se proporciona la velocidad, $v(t)$, de un objeto que se lanza hacia arriba. Mediante la notación de intervalos, determine los intervalos cuando el objeto viaja **a)** *hacia arriba o* **b)** *hacia abajo cuando la velocidad ≤ 0.*

81. $v(t) = -32t + 96, \quad 0 \leq t \leq 10$

82. $v(t) = -32t + 172.8, \quad 0 \leq t \leq 12$

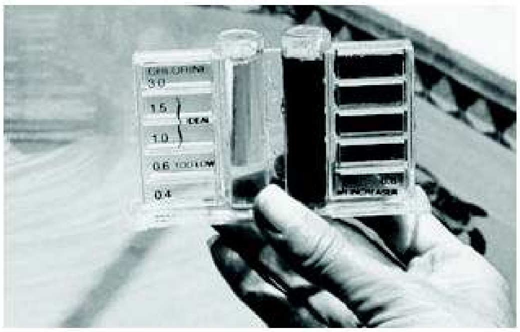
83. $v(t) = -9.8t + 49, \quad 0 \leq t \leq 13$

84. $v(t) = -9.8t + 31.36, \quad 0 \leq t \leq 6$

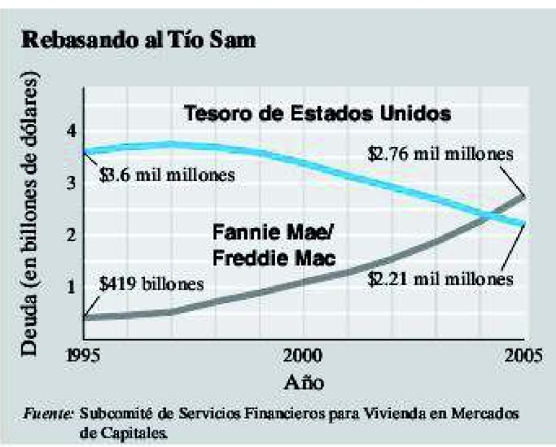
85. $v(t) = -32t + 320, \quad 0 \leq t \leq 8$

86. $v(t) = -9.8t + 68.6, \quad 0 \leq t \leq 5$

87. Acidez del agua Thomas Hayward verifica la acidez del agua en una alberca. La acidez del agua se considera normal cuando el promedio de tres lecturas del pH diarias es mayor que 7.2 y menor que 7.8. Si las dos primeras lecturas del pH son de 7.48 y 7.15, encuentre el rango de valores de pH para la tercera lectura a fin de que resulte un nivel de acidez normal.



88. Comparación de deudas Fannie Mae y Freddie Mac son compañías auspiciadas por el gobierno, destinadas para prestar dinero a la gente que desea comprar casas. Desde 1995, la deuda de Fannie Mae y Freddie Mac ha aumentado de manera abrupta, mientras que la deuda del Tesoro de Estados Unidos ha disminuido bruscamente. La gráfica siguiente muestra las deudas proyectadas de Fannie Mae y Freddie Mac, así como la deuda proyectada del Tesoro de 1995 a 2005.



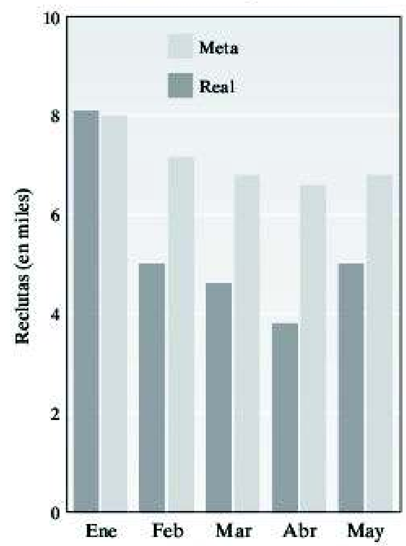
Fuente: Subcomité de Servicios Financieros para Vivienda en Mercados de Capitales.

a) ¿Durante cuáles años de 1995 a 2005 fue la deuda de Fannie Mae/Freddie Mac menor de $1 billón *y* la deuda del Tesoro por arriba de $3 billones? Explique cómo determinó su respuesta.

b) ¿Durante cuáles años de 1995 a 2005 estuvo la deuda de Fannie Mae/Freddie Mac por arriba de $1 billón *o* la deuda del Tesoro por debajo de $3 billones? Explique cómo determinó su respuesta.

89. Alistamiento en el ejército La gráfica siguiente muestra la meta de alistamiento de la armada de Estados Unidos y el número real de alistados de enero a mayo de 2005.

Alistados en el ejército (2005)



Fuente: Departamento de la Defensa, Newsweek

a) Durante cuáles meses la meta ha sido mayor a 6000 *y* el número de alistados ha sido mayor que 4000?

b) ¿Durante cuáles meses la meta ha sido menor a 7000 *o* el número de alistados es menor que 4000?

c) Durante cuáles meses la meta ha sido menor que 7000 *y* el número de alistados ha sido menor que 4000?

90. Si $a > b$, ¿siempre será mayor a^2 que b^2? Explique y proporcione un ejemplo que respalde su respuesta.

91. Póliza de seguros Una póliza de seguro de Blue Cross/Blue Shield tiene un deducible de $100, después de que se paga 80% del total del gasto médico, c. El cliente paga 20% hasta que haya pagado un total de $500; después de eso la póliza paga el 100% de los gastos médicos. Podemos describir esta póliza como sigue:

Blue Cross paga

$$\begin{array}{rl} 0, & \text{si } c \leq \$100 \\ 0.80(c - 100), & \text{si } \$100 < c \leq \$2100 \\ c - 500, & \text{si } c > \$2100 \end{array}$$

Explique por qué este conjunto de desigualdades describe el plan de pago de Blue Cross/Blue Shield.

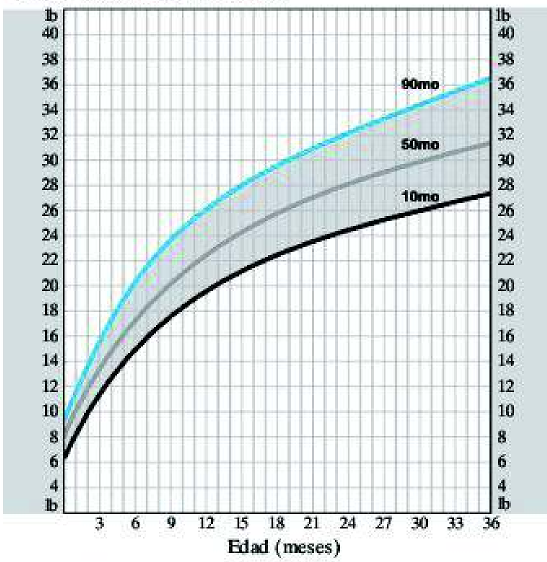
92. Explique por qué no puede despejarse x en la desigualdad $a < bx + c < d$ a menos que se proporcione información adicional.

Gráficas de crecimiento *En los ejercicios 93 y 94 consideraremos los diagramas de crecimiento para niños desde su nacimiento hasta los 36 meses. Las tablas fueron desarrolladas por estadísticas del Centro Nacional para la Salud. En general, el percentil n representa aquel valor para el que n% de los objetos medidos están por abajo y (100 − n)% de los objetos están por arriba. Por ejemplo, suponga que una calificación de 450 en un examen representa el percentil 70. Esto significa que si una persona tiene una calificación de 450, esa persona superó a alrededor del 70% de las demás personas que presentaron el mismo examen y alrededor de 100 − 70 = 30% superó la calificación de esa persona.*

93. El diagrama siguiente muestra los percentiles peso-edad para niños desde recién nacidos hasta la edad de 36 meses. La curva en rojo claro es el percentil 50, lo que significa que para cualquier edad indicada, 50% de los pesos están por arriba del valor indicado por la curva y el 50% de los pesos está por abajo de este valor. La región sombreada está entre el percentil 10 (curva en negro) y el percentil 90 (curva en rojo oscuro). Esto es, 80% de los pesos está entre los valores representados por la curva en negro y la curva en rojo oscuro. Utilice esta gráfica para determinar, en notación de intervalos, dónde ocurre el 80% de los pesos para niños de edad de

a) 9 meses.
b) 21 meses.
c) 36 meses.

Percentiles peso-edad:
Niños, recién nacidos a 36 meses



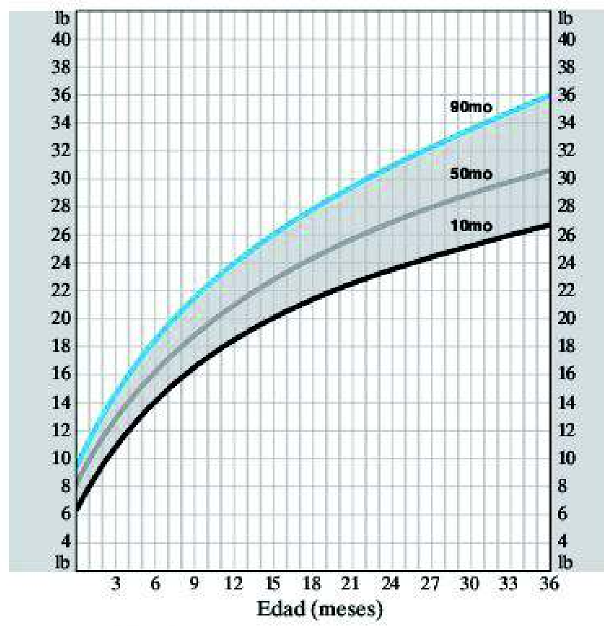
Fuente: Estadísticas del Centro Nacional de Salud

94. (Vea el ejercicio 93.) La gráfica siguiente muestra los percentiles de edad-peso para niñas desde recién nacidas hasta 36 meses de edad. La región sombreada está entre el percentil 10 (curva en negro) y el percentil 90 (curva en rojo oscuro), y el 80% de los pesos está en esta región.

Utilice esta gráfica para determinar, en notación de intervalos, dónde ocurren los pesos para niñas de

a) 9 meses.
b) 21 meses.
c) 36 meses.

Percentiles peso-edad:
Niñas, recién nacidas a 36 meses



Fuente: Estadísticas del Centro Nacional de Salud

Retos

95. Cálculo de calificaciones Las primeras cinco calificaciones de Stephen Heasley en Historia de Europa fueron 82, 90, 74, 76 y 68. El examen final del curso cuenta una tercera parte del promedio final. Un promedio final mayor o igual que 80 y menor que 90 daría como resultado una nota final de B. ¿Cuál es el rango de calificaciones en el examen final que daría, a Stephen, como resultado una calificación final de B en el curso? Suponga que la calificación máxima posible es de 100.

En los ejercicios del 96 al 98, **a)** *explique cómo resolver la desigualdad, y* **b)** *resuelva y proporcione la solución en notación de intervalo.*

96. $x < 3x - 10 < 2x$ **97.** $x < 2x + 3 < 2x + 5$ **98.** $x + 5 < x + 3 < 2x + 2$

Ejercicios de repaso acumulativo

[1.2] **99.** Para $A = \{1, 2, 6, 8, 9\}$ y $B = \{1, 3, 4, 5, 8\}$, determine

a) $A \cup B$.

b) $A \cap B$.

100. Para $A = \left\{-3, 4, \frac{5}{2}, \sqrt{7}, 0, -\frac{13}{29}\right\}$, liste los elementos que son

a) Números para contar.
b) Enteros no negativos.
c) Números racionales.
d) Números reales.

[1.3] *Indique el nombre de cada propiedad que se ilustra.*

101. $(3x + 8) + 4y = 3x + (8 + 4y)$

102. $5x + y = y + 5x$

[2.2] **103.** Despeje V de la fórmula $R = L + (V - D)r$.

2.6 Resolución de ecuaciones y desigualdades que incluyen valores absolutos

1. Entender la interpretación geométrica del valor absoluto.
2. Resolver ecuaciones de la forma $|x| = a, a > 0$.
3. Resolver desigualdades de la forma $|x| < a, a > 0$.
4. Resolver desigualdades de la forma $|x| > a, a > 0$.
5. Resolver desigualdades de la forma $|x| > a$ o $|x| < a, a < 0$.
6. Resolver desigualdades de la forma $|x| > 0$ o $|x| < 0$.
7. Resolver ecuaciones de la forma $|x| = |y|$.

1 Entender la interpretación geométrica del valor absoluto

En la sección 1.3 presentamos el concepto de valor absoluto. Establecimos que el valor absoluto de un número puede considerarse como la distancia (sin signo) con respecto al número 0 en la recta numérica. El valor absoluto de 3, escrito $|3|$, es 3, ya que está a 3 unidades del 0 en la recta numérica. De igual manera, el valor absoluto de -3, escrito $|-3|$, también es 3, ya que está a 3 unidades del 0 en la recta numérica.

Considere la ecuación $|x| = 3$; ¿cuáles valores de x hacen verdadera esta ecuación? Sabemos que $|3| = 3$ y $|-3| = 3$. Las soluciones de $|x| = 3$ son 3 y -3. Cuando resolvemos la ecuación $|x| = 3$, queremos encontrar los valores que están exactamente a 3 unidades del 0 en la recta numérica (vea la **figura 2.14a**).

Ahora considere la desigualdad $|x| < 3$. Para resolver esta desigualdad, necesitamos encontrar el conjunto de valores cuya distancia es menor que 3 unidades, con respecto al 0 en la recta numérica. Éstos son los valores de x entre -3 y 3 (vea la **figura 2.14b**).

Para resolver la desigualdad $|x| > 3$, necesitamos determinar el conjunto de valores cuya distancia es mayor que 3 unidades con respecto al 0 en la recta numérica. Éstos son los valores que son menores que -3 o mayores que 3 (vea la **figura 2.14c**).

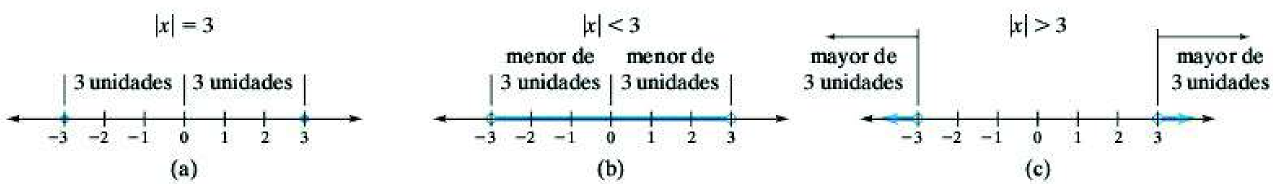


FIGURA 2.14

En esta sección resolveremos ecuaciones y desigualdades como las siguientes:

$$|2x - 1| = 5 \qquad |2x - 1| \le 5 \qquad |2x - 1| > 5$$

La interpretación geométrica de $|2x - 1| = 5$ es similar a $|x| = 3$. Cuando resolvemos $|2x - 1| = 5$, estamos determinando el conjunto de valores para los cuales $2x - 1$ está exactamente a 5 unidades de distancia del 0 en la recta numérica.

La interpretación geométrica de $|2x - 1| \le 5$ es similar a la interpretación geométrica de $|x| \le 3$. Cuando resolvemos $|2x - 1| \le 5$, estamos determinando el conjunto de valores para los cuales $2x - 1$ es menor o igual que 5 unidades con respecto al cero en la recta numérica.

La interpretación geométrica de $|2x - 1| > 5$ es similar a la interpretación geométrica de $|x| > 3$. Cuando resolvemos $|2x - 1| > 5$, estamos determinando el conjunto de valores para los cuales $2x - 1$ es mayor que 5 unidades con respecto al cero en la recta numérica.

En el resto de esta sección resolveremos ecuaciones y desigualdades con valor absoluto de manera algebraica. Primero resolveremos ecuaciones con valor absoluto y después, desigualdades con valor absoluto. Terminaremos la sección resolviendo ecuaciones con valores absolutos en ambos lados de la ecuación, por ejemplo, $|x + 3| = |2x - 5|$.

2 Resolver ecuaciones de la forma $|x| = a, a > 0$

Cuando resolvemos una ecuación de la forma $|x| = a$, $a > 0$, estamos encontrando los valores que están exactamente a a unidades del 0 en la recta numérica. Podemos utilizar el siguiente procedimiento para resolver este tipo de problemas.

Para resolver ecuaciones de la forma $|x| = a$

Si $|x| = a$ y $a > 0$, entonces $x = a$ o $x = -a$.

EJEMPLO 1 ▸ Resuelva cada ecuación.

a) $|x| = 7$ **b)** $|x| = 0$ **c)** $|x| = -7$

Solución

a) Al usar el procedimiento obtenemos $x = 7$ o $x = -7$. El conjunto solución es $\{-7, 7\}$.

b) El único número real cuyo valor absoluto es igual a cero es 0. Así, el conjunto solución para $|x| = 0$ es $\{0\}$.

c) El valor absoluto de un número nunca es negativo, así que no existen soluciones para esta ecuación. El conjunto solución es $\varnothing$.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 15

EJEMPLO 2 ▸ Resuelva la ecuación $|2w - 1| = 5$.

Solución A primera vista no parece ser de la forma $|x| = a$, sin embargo, si hacemos que $2w - 1$ sea x y 5 sea a, entonces verá que la ecuación es de esta forma. Buscamos los valores de w tales que $2w - 1$ esté exactamente a 5 unidades del 0 en la recta numérica. Así, la cantidad $2w - 1$ debe ser igual a 5 o -5.

$$
\begin{aligned}
2w - 1 &= 5 & \quad \text{o} \quad & & 2w - 1 &= -5 \\
2w &= 6 & & & 2w &= -4 \\
w &= 3 & & & w &= -2
\end{aligned}
$$

Verifique

$w = 3$

$$
\begin{aligned}
|2w - 1| &= 5 \\
|2(3) - 1| &\stackrel{?}{=} 5 \\
|6 - 1| &\stackrel{?}{=} 5 \\
|5| &\stackrel{?}{=} 5 \\
5 &= 5 \quad \text{Verdadero}
\end{aligned}
$$

$w = -2$

$$
\begin{aligned}
|2w - 1| &= 5 \\
|2(-2) - 1| &\stackrel{?}{=} 5 \\
|-4 - 1| &\stackrel{?}{=} 5 \\
|-5| &\stackrel{?}{=} 5 \\
5 &= 5 \quad \text{Verdadero}
\end{aligned}
$$

Cada una de las soluciones 3 y -2 hacen que $2w - 1$ esté a 5 unidades del 0 en la recta numérica. El conjunto solución es $\{-2, 3\}$.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 21

Considere la ecuación $|2w - 1| - 3 = 2$. El primer paso en la resolución de esta ecuación es aislar el término con el valor absoluto. Hacemos esto sumando 3 a ambos lados de la ecuación; esto resulta en la ecuación que resolvimos en el ejemplo 2.

3 Resolver desigualdades de la forma $|x| < a, a > 0$

Ahora pongamos nuestra atención en desigualdades de la forma $|x| < a$. Considere $|x| < 3$, esta desigualdad representa al conjunto de valores que están a menos de 3 unidades del 0 en una recta numérica (vea la **figura 2.14b**). El conjunto solución es $\{x|-3 < x < 3\}$. El conjunto solución de una desigualdad de la forma $|x| < a$ es el conjunto de valores que están a *menos de a unidades del 0 en la recta numérica*.

Podemos utilizar el mismo proceso de razonamiento para resolver problemas más complicados, como se muestra en el ejemplo 3.

EJEMPLO 3 Resuelva la desigualdad $|2x - 3| < 5$.

Solución La solución de esta desigualdad será el conjunto de valores tales que la distancia entre $2x - 3$ y 0 en la recta numérica sea menor que 5 unidades (vea la **figura 2.15**). Utilizando la **figura 2.15**, podemos ver que $-5 < 2x - 3 < 5$.

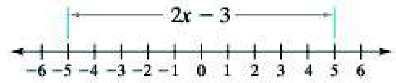


FIGURA 2.15

Resolviendo, obtenemos

$$\begin{aligned} -5 &< 2x - 3 < 5 \\ -2 &< 2x < 8 \\ -1 &< x < 4 \end{aligned}$$

El conjunto solución es $\{x|-1 < x < 4\}$. Cuando x es cualquier número entre -1 y 4, la expresión $2x - 3$ representará un número que está a menos de 5 unidades del 0 en la recta numérica (o un número entre -5 y 5).

▸ Ahora resuelva el ejercicio 33

Para resolver desigualdades de la forma $|x| < a$, podemos utilizar el procedimiento siguiente.

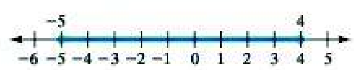
Para resolver desigualdades de la forma $|x| < a$

Si $|x| < a$ y $a > 0$, entonces $-a < x < a$.

EJEMPLO 4 Resuelva la desigualdad $|2x + 1| \le 9$ y grafique la solución en la recta numérica.

Solución Como esta desigualdad es de la forma $|x| \le a$, escribimos

$$\begin{aligned} -9 &\le 2x + 1 \le 9 \\ -10 &\le 2x \le 8 \\ -5 &\le x \le 4 \end{aligned}$$



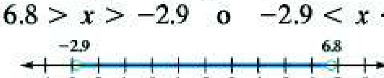
Cualquier valor de x mayor o igual que -5 y menor o igual que 4 da como resultado que $2x + 1$ esté a 9 unidades o menos con respecto del 0 en la recta numérica.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 75

EJEMPLO 5 Resuelva la desigualdad $|7.8 - 4x| - 5.3 < 14.1$ y grafique la solución en la recta numérica.

Solución Primero aísle el valor absoluto sumando 5.3 a ambos lados de la desigualdad. Después resuelva como en los ejemplos anteriores.

$$\begin{aligned} |7.8 - 4x| - 5.3 &< 14.1 \\ |7.8 - 4x| &< 19.4 \\ -19.4 < 7.8 - 4x &< 19.4 \\ -27.2 < -4x &< 11.6 \\ \frac{-27.2}{-4} > \frac{-4x}{-4} &> \frac{11.6}{-4} \\ 6.8 > x > -2.9 \quad \text{o} \quad -2.9 &< x < 6.8 \end{aligned}$$



El conjunto solución es $\{x|-2.9 < x < 6.8\}$. El conjunto solución en notación de intervalo es $(-2.9, 6.8)$.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 43

4 Resolver desigualdades de la forma $|x| > a$, $a > 0$

Ahora veamos las desigualdades de la forma $|x| > a$. Considere $|x| > 3$. Esta desigualdad representa el conjunto de valores que están a más de 3 unidades del 0 en la recta numérica (vea la **figura 2.14c** en la página 125). El conjunto solución es $\{x|x < -3$ o $x > 3\}$. El conjunto solución de $|x| > a$ es el conjunto de valores que están *a más de a unidades del* 0 en la recta numérica.

EJEMPLO 6 ▸ Resuelva la desigualdad $|2x - 3| > 5$ y grafique la solución en la recta numérica.

Solución La solución de $|2x - 3| > 5$ es el conjunto de valores tales que la distancia entre $2x - 3$ y el 0 en la recta numérica será mayor que 5. La cantidad $2x - 3$ debe ser menor que -5 o mayor que 5 (vea la **figura 2.16**).

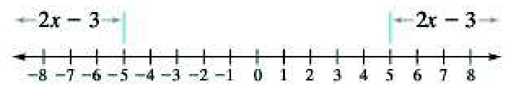
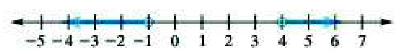


FIGURA 2.16

Como $2x - 3$ debe ser menor que -5 o mayor que 5, establecemos y resolvemos la siguiente desigualdad compuesta:

$$\begin{aligned} 2x - 3 &< -5 & \quad \text{o} \quad && 2x - 3 &> 5 \\ 2x &< -2 & && 2x &> 8 \\ x &< -1 & && x &> 4 \end{aligned}$$



El conjunto solución de $|2x - 3| > 5$ es $\{x|x < -1$ o $x > 4\}$. Cuando x es cualquier número menor que -1 o mayor que 4, la expresión $2x - 3$ representará un número que está a más de 5 unidades del 0 en la recta numérica (o un número menor que -5 o mayor que 5).

▸ Ahora resuelva el ejercicio 51

Para resolver desigualdades de la forma $|x| > a$, podemos usar el procedimiento siguiente.

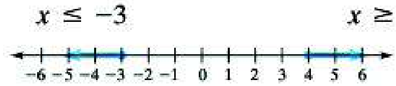
Para resolver desigualdades de la forma $|x| > a$

Si $|x| > a$ y $a > 0$, entonces $x < -a$ o $x > a$.

EJEMPLO 7 ▸ Resuelva la desigualdad $|2x - 1| \geq 7$ y grafique la solución en la recta numérica.

Solución Como esta desigualdad es de la forma $|x| \geq a$, utilizamos el procedimiento dado anteriormente.

$$\begin{aligned} 2x - 1 &\leq -7 & \quad \text{o} \quad && 2x - 1 &\geq 7 \\ 2x &\leq -6 & && 2x &\geq 8 \\ x &\leq -3 & && x &\geq 4 \end{aligned}$$



Cualquier valor de x menor o igual que -3, o mayor o igual que 4, daría como resultado que $2x - 1$ represente un número que sea mayor o igual que 7 unidades desde el 0 en la recta numérica. El conjunto solución es $\{x|x \leq -3$ o $x \geq 4\}$. En notación de intervalo, la solución es $(-\infty, -3] \cup [4, \infty)$.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 53

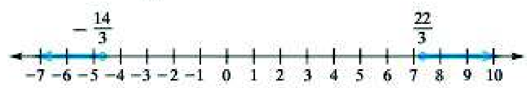
EJEMPLO 8 ▸ Resuelva la desigualdad $\left|\dfrac{3x-4}{2}\right| \geq 9$ y grafique la solución en una recta numérica.

Solución Como la desigualdad es de la forma $|x| \geq a$, escribimos

$$\frac{3x-4}{2} \leq -9 \quad \text{o} \quad \frac{3x-4}{2} \geq 9$$

Ahora multiplique ambos lados de cada desigualdad por el mínimo común denominador, 2. Después resuelva cada desigualdad.

$$\begin{aligned} 2\left(\frac{3x-4}{2}\right) &\leq -9\cdot 2 & \quad \text{o} \quad & & 2\left(\frac{3x-4}{2}\right) &\geq 9\cdot 2 \\ 3x-4 &\leq -18 & & & 3x-4 &\geq 18 \\ 3x &\leq -14 & & & 3x &\geq 22 \\ x &\leq -\frac{14}{3} & & & x = &\geq \frac{22}{3} \end{aligned}$$



▸ Ahora resuelva el ejercicio 57

Sugerencia útil

A continuación damos alguna información general acerca de las ecuaciones y desigualdades con valor absoluto. Para números reales a, b y c donde $a \neq 0$ y $c > 0$:

Forma de la ecuación o desigualdad	La solución será:	Solución en la recta numérica:
$\lvert ax+b\rvert = c$	Dos números distintos, p y q.	
$\lvert ax+b\rvert < c$	El conjunto de números entre dos números, $p < x < q$	
$\lvert ax+b\rvert > c$	El conjunto de números menores que un número o mayores que un segundo número, $x < p$ o $x > q$	

5 Resolver desigualdades de la forma $|x| > a$ o $|x| < a$, $a < 0$

Ya resolvimos desigualdades de la forma $|x| < a$ donde $a > 0$. Ahora consideremos lo que sucede en una desigualdad con valor absoluto cuando $a < 0$. Considere la desigualdad $|x| < -3$; como $|x|$ siempre será un valor mayor o igual que 0 para cualquier número real x, esta desigualdad nunca puede ser verdadera, y la solución es el conjunto vacío, $\emptyset$. Siempre que tengamos una desigualdad con valor absoluto de este tipo, la solución será el conjunto vacío.

EJEMPLO 9 ▸ Resuelva la desigualdad $|6x-8| + 5 < 3$.

Solución Comience restando 5 en ambos lados de la desigualdad.

$$\begin{aligned} |6x-8| + 5 &< 3 \\ |6x-8| &< -2 \end{aligned}$$

Como $|6x-8|$ siempre será mayor o igual que 0 para cualquier número real x, esta desigualdad nunca puede ser verdadera. Así, la solución es el conjunto vacío, $\emptyset$.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 41

Ahora considere la desigualdad $|x| > -3$. Como $|x|$ siempre tendrá un valor mayor o igual que 0 para cualquier número real x, esta desigualdad siempre será verdadera. Como todo valor de x hará de esta desigualdad una proposición verdadera, la solución es el conjunto de todos los números reales, $\mathbb{R}$. Siempre que tengamos una desigualdad con valor absoluto de este tipo, la solución será el conjunto de todos los números reales, $\mathbb{R}$.

EJEMPLO 10 ▸ Resuelva la desigualdad $|5x + 3| + 4 \geq -9$.

Solución Comience por restar 4 en ambos lados de la desigualdad.

$$|5x + 3| + 4 \geq -9$$
$$|5x + 3| \geq -13$$

Como $|5x + 3|$ siempre será mayor o igual que 0 para cualquier número real x, esta desigualdad es verdadera para todos los números reales; por lo que la solución es el conjunto de todos los números reales, $\mathbb{R}$.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 59

6 Resolver desigualdades de la forma $|x| > 0$ o $|x| < 0$

Ahora analicemos las desigualdades en las que un lado de la desigualdad es 0. El único valor que satisface la ecuación $|x - 5| = 0$ es 5, ya que 5 hace que la expresión dentro del valor absoluto sea 0. Ahora considere $|x - 5| \leq 0$; como el valor absoluto nunca es negativo, esta desigualdad es cierta sólo cuando $x = 5$. La desigualdad $|x - 5| < 0$ no tiene solución. ¿Puede explicar por qué? ¿Cuál es la solución de $|x - 5| \geq 0$? Como cualquier valor de x dará como resultado que el valor absoluto sea mayor o igual a 0, la solución es el conjunto de todos los números reales, $\mathbb{R}$. ¿Cuál es la solución de $|x - 5| > 0$? La solución es todo número real excepto 5. ¿Puede explicar por qué el 5 se excluye de la solución?

EJEMPLO 11 ▸ Resuelva cada desigualdad. **a)** $|x + 2| > 0$ **b)** $|3x - 8| \leq 0$

Solución

a) La desigualdad será verdadera para todo valor de x excepto -2. El conjunto solución es $\{x|x < -2 \text{ o } x > -2\}$.

b) Determine el número que hace al valor absoluto igual a 0 estableciendo que la expresión dentro del valor absoluto sea igual a 0 y despejando x.

$$3x - 8 = 0$$
$$3x = 8$$
$$x = \frac{8}{3}$$

La desigualdad será cierta sólo cuando $x = \frac{8}{3}$. El conjunto solución es $\left\{\frac{8}{3}\right\}$.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 61

7 Resolver ecuaciones de la forma $|x| = |y|$

Ahora analicemos ecuaciones con valor absoluto en las que hay un valor absoluto en ambos lados de la ecuación. Para resolver ecuaciones de la forma $|x| = |y|$, utilice el procedimiento siguiente.

Para resolver ecuaciones de la forma $|x| = |y|$

Si $|x| = |y|$, entonces $x = y$ o $x = -y$.

Cuando resolvamos una ecuación con valor absoluto con una expresión con valor absoluto en cada lado del signo igual, las dos expresiones deben tener el mismo valor absoluto. Por lo tanto, *las expresiones deben ser iguales entre sí o ser opuestas entre sí.*

EJEMPLO 12 ▸ Resuelva la ecuación $|z + 3| = |2z - 7|$.

Solución Si hacemos que $z + 3$ sea x y $2z - 7$ sea y, esta ecuación es de la forma $|x| = |y|$. Utilizando el procedimiento dado anteriormente, obtenemos las dos ecuaciones

$$z + 3 = 2z - 7 \quad \text{o} \quad z + 3 = -(2z - 7)$$

Ahora resuelva cada ecuación.

$$\begin{aligned} z + 3 &= 2z - 7 \\ 3 &= z - 7 \\ 10 &= z \end{aligned} \qquad \text{o} \qquad \begin{aligned} z + 3 &= -(2z - 7) \\ z + 3 &= -2z + 7 \\ 3z + 3 &= 7 \\ 3z &= 4 \\ z &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Verifique $z = 10$

$$\begin{aligned} |z + 3| &= |2z - 7| \\ |10 + 3| &\stackrel{?}{=} |2(10) - 7| \\ |13| &\stackrel{?}{=} |20 - 7| \\ |13| &\stackrel{?}{=} |13| \\ 13 &= 13 \quad \text{Verdadero} \end{aligned}$$

$z = \frac{4}{3}$

$$\begin{aligned} |z + 3| &= |2z - 7| \\ \left|\frac{4}{3} + 3\right| &\stackrel{?}{=} \left|2\left(\frac{4}{3}\right) - 7\right| \\ \left|\frac{13}{3}\right| &\stackrel{?}{=} \left|\frac{8}{3} - \frac{21}{3}\right| \\ \left|\frac{13}{3}\right| &\stackrel{?}{=} \left|-\frac{13}{3}\right| \\ \frac{13}{3} &= \frac{13}{3} \quad \text{Verdadero} \end{aligned}$$

El conjunto solución es $\left\{10, \frac{4}{3}\right\}$.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 63

EJEMPLO 13 ▸ Resuelva la ecuación $|4x - 7| = |6 - 4x|$.

Solución

$$\begin{aligned} 4x - 7 &= 6 - 4x \\ 8x - 7 &= 6 \\ 8x &= 13 \\ x &= \frac{13}{8} \end{aligned} \qquad \text{o} \qquad \begin{aligned} 4x - 7 &= -(6 - 4x) \\ 4x - 7 &= -6 + 4x \\ -7 &= -6 \quad \text{Falso} \end{aligned}$$

Como la ecuación $4x - 7 = -(6 - 4x)$ tiene como resultado una proposición falsa, la ecuación con valor absoluto tiene una única solución. Una verificación mostrará que el conjunto solución es $\left\{\frac{13}{8}\right\}$.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 69

Resumen de los procedimientos para resolver ecuaciones y desigualdades con valor absoluto

Para $a > 0$,

Si $|x| = a$, entonces $x = a$ o $x = -a$.

Si $|x| < a$, entonces $-a < x < a$.

Si $|x| > a$, entonces $x < -a$ o $x > a$.

Si $|x| = |y|$, entonces $x = y$ o $x = -y$.

CONJUNTO DE EJERCICIOS 2.6

MathXL® MyMathLab

Ejercicios de concepto/redacción

1. ¿Cómo resolvemos ecuaciones de la forma $|x| = a, a > 0$?

2. Para cada una de las ecuaciones siguientes, determine el conjunto solución y explique cómo determinó su respuesta.
   a) $|x| = -2$
   b) $|x| = 0$
   c) $|x| = 2$

3. ¿Cómo resolvemos desigualdades de la forma $|x| < a, a > 0$?

4. ¿Cómo comprobamos si -7 es una solución para $|2x + 3| = 11$? ¿-7 es una solución?

5. ¿Cómo resolvemos desigualdades de la forma $|x| > a, a > 0$?

6. ¿Cuál es la solución de $|x| < 0$? Explique su respuesta.

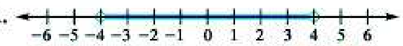
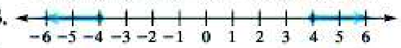
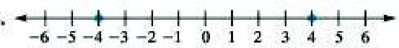
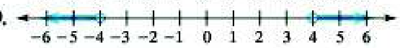
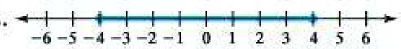
7. ¿Cuál es la solución de $|x| > 0$? Explique su respuesta.

8. Suponga que m y n ($m < n$) son dos soluciones distintas de la ecuación $|ax + b| = c$. Indique las soluciones, usando símbolos de desigualdad y la recta numérica, para cada desigualdad. (Vea la *Sugerencia útil* de la página 129).
   a) $|ax + b| < c$
   b) $|ax + b| > c$

9. Explique cómo resolver una ecuación de la forma $|x| = |y|$.

10. ¿Cuántas soluciones tendrá $|ax + b| = k, a \neq 0$, si
    a) $k < 0$,
    b) $k = 0$,
    c) $k > 0$?

11. ¿Cuántas soluciones tendrán las siguientes ecuaciones o desigualdades, si $a \neq 0$ y $k > 0$?
    a) $|ax + b| = k$
    b) $|ax + b| < k$
    c) $|ax + b| > k$

12. Relacione cada ecuación o desigualdad con valor absoluto etiquetada de la **a)** a la **e)** con la gráfica de su conjunto solución, etiquetado de la A a la E.
    a) $|x| = 4$ A. 
    b) $|x| < 4$ B. 
    c) $|x| > 4$ C. 
    d) $|x| \geq 4$ D. 
    e) $|x| \leq 4$ E. 

13. Relacione cada ecuación o desigualdad, marcadas de la **a)** a la **e)**, con su conjunto solución marcada con A a la E.
    a) $|x| = 5$ A. $\{x|x \leq -5 \text{ o } x \geq 5\}$
    b) $|x| < 5$ B. $\{x|-5 < x < 5\}$
    c) $|x| > 5$ C. $\{x|-5 \leq x \leq 5\}$
    d) $|x| \leq 5$ D. $\{-5, 5\}$
    e) $|x| \geq 5$ E. $\{x|x < -5 \text{ o } x > 5\}$

14. Suponga que $|x| < |y|$ y $x < 0$ y $y < 0$.
    a) ¿Cuál de lo siguiente debe ser verdadero: $x < y$, $x > y$ o $x = y$?
    b) Dé un ejemplo que apoye su respuesta a la parte **a)**.

Práctica de habilidades

Determine el conjunto solución para cada ecuación.

15. $|a| = 2$
16. $|b| = 17$
17. $|c| = \frac{1}{2}$
18. $|x| = 0$
19. $|d| = -\frac{5}{6}$
20. $|l + 4| = 6$
21. $|x + 5| = 8$
22. $|3 + y| = \frac{3}{5}$
23. $|4.5q + 31.5| = 0$
24. $|4.7 - 1.6z| = 14.3$
25. $|5 - 3x| = \frac{1}{2}$
26. $|6(y + 4)| = 24$
27. $\left|\frac{x - 3}{4}\right| = 5$
28. $\left|\frac{3z + 5}{6}\right| - 2 = 7$
29. $\left|\frac{x - 3}{4}\right| + 8 = 8$
30. $\left|\frac{5x - 3}{2}\right| + 5 = 9$

Determine el conjunto solución para cada desigualdad.

31. $|w| < 11$
32. $|p| \leq 9$
33. $|q + 5| \leq 8$
34. $|7 - x| < 6$
35. $|5b - 15| < 10$
36. $|x - 3| - 7 < -2$
37. $|2x + 3| - 5 \leq 10$
38. $|4 - 3x| - 4 < 11$
39. $|3x - 7| + 8 < 14$
40. $\left|\frac{2x - 1}{9}\right| \leq \frac{5}{9}$
41. $|2x - 6| + 5 \leq 1$
42. $|2x - 3| < -10$
43. $\left|\frac{1}{2}j + 4\right| < 7$
44. $\left|\frac{k}{4} - \frac{3}{8}\right| < \frac{7}{16}$
45. $\left|\frac{x - 3}{2}\right| - 4 \leq -2$
46. $\left|7x - \frac{1}{2}\right| < 0$

Determine el conjunto solución para cada desigualdad.

47. $|y| > 2$ **48.** $|a| \geq 13$ **49.** $|x + 4| > 5$

50. $|2b - 7| > 3$ **51.** $|7 - 3b| > 5$ **52.** $\left|\frac{6 + 2z}{3}\right| > 2$

53. $|2h - 5| > 3$ **54.** $|2x - 1| \geq 12$ **55.** $|0.1x - 0.4| + 0.4 > 0.6$

56. $|3.7d + 6.9| - 2.1 > -5.4$ **57.** $\left|\frac{x}{2} + 4\right| \geq 5$ **58.** $\left|4 - \frac{3x}{5}\right| \geq 9$

59. $|7w + 3| - 12 \geq -12$ **60.** $|2.6 - x| \geq 0$ **61.** $|4 - 2x| > 0$ **62.** $|2c - 8| > 0$

Determine el conjunto solución para cada ecuación.

63. $|3p - 5| = |2p + 10|$ **64.** $|6n + 3| = |4n - 13|$ **65.** $|6x| = |3x - 9|$

66. $|5t - 10| = |10 - 5t|$ **67.** $\left|\frac{2r}{3} + \frac{5}{6}\right| = \left|\frac{r}{2} - 3\right|$ **68.** $|3x - 8| = |3x + 8|$

69. $\left|-\frac{3}{4}m + 8\right| = \left|7 - \frac{3}{4}m\right|$ **70.** $\left|\frac{3}{2}r + 2\right| = \left|8 - \frac{3}{2}r\right|$

Determine el conjunto solución para cada ecuación o desigualdad.

71. $|h| = 1$ **72.** $|y| \leq 8$ **73.** $|q + 6| > 2$

74. $|9d + 7| \leq -9$ **75.** $|2w - 7| \leq 9$ **76.** $|2z - 7| + 5 > 8$

77. $|5a - 1| = 9$ **78.** $|2x - 4| + 5 = 13$ **79.** $|5 + 2x| > 0$

80. $|7 - 3b| = |5b + 15|$ **81.** $|4 + 3x| \leq 9$ **82.** $|2.4x + 4| + 4.9 > 3.9$

83. $|3n + 8| - 4 = -10$ **84.** $|4 - 2x| - 3 = 7$ **85.** $\left|\frac{w + 4}{3}\right| + 5 < 9$

86. $\left|\frac{5t - 10}{6}\right| > \frac{5}{3}$ **87.** $\left|\frac{3x - 2}{4}\right| - \frac{1}{3} \geq -\frac{1}{3}$ **88.** $\left|\frac{2x - 4}{5}\right| = 14$

89. $|2x - 8| = \left|\frac{1}{2}x + 3\right|$ **90.** $\left|\frac{1}{3}y + 3\right| = \left|\frac{2}{3}y - 1\right|$ **91.** $|2 - 3x| = \left|4 - \frac{5}{3}x\right|$

92. $\left|\frac{-2u + 3}{7}\right| \leq 5$

Resolución de problemas

93. Grosor de vidrio Idealmente, ciertos tipos de vidrios fabricados por las industrias PPG tendrán un grosor de 0.089 pulgadas. Sin embargo, debido a las limitaciones en el proceso de fabricación, se permite que el grosor varíe con respecto al grosor ideal hasta en 0.004 pulgadas. Si t representa el grosor real del vidrio, entonces el rango de grosor permitido puede representarse por medio de la desigualdad $|t - 0.089| \leq 0.004$.

Fuente: www.ppg.com

a) Resuelva esta desigualdad para t (utilice la notación de intervalo).

b) ¿Cuál es el grosor más pequeño permitido para el vidrio?

c) ¿Cuál es el mayor grosor permitido para el vidrio?

94. Garantía de madera laminada Cierto tipo de madera laminada fabricada por Lafor International garantiza que tiene un grosor de $\frac{5}{8}$ de pulgada con una tolerancia de más o menos $\frac{1}{56}$ de pulgada. Si t representa el grosor real de la madera laminada, entonces el rango permitido puede representarse por medio de la desigualdad $\left|t - \frac{5}{8}\right| \leq \frac{1}{56}$.

Fuente: www.sticktrade.com

a) Resuelva esta desigualdad para t (utilice la notación de intervalo).

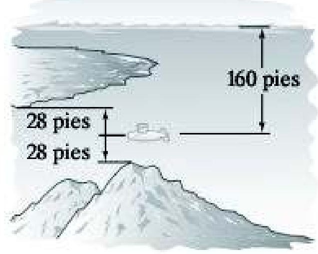
b) ¿Cuál es el menor grosor permitido para la madera laminada?

c) ¿Cuál es el mayor grosor permitido para la madera laminada?

95. Profundidad de un submarino Un submarino está 160 pies por debajo del nivel del mar, y tiene una formación rocosa arriba y abajo de él por lo que no debe cambiar su profundidad en más de 28 pies. Su distancia por debajo del nivel del mar, d, puede describirse por medio de la desigualdad $|d - 160| \leq 28$.

a) Resuelva la desigualdad para d. Escriba su respuesta en notación de intervalo.

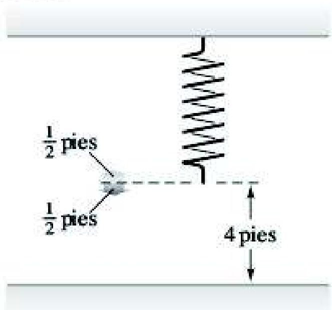
b) ¿Entre qué distancias verticales, medidas con respecto al nivel del mar, puede moverse el submarino?



96. Un resorte que oscila Un resorte sujeto al techo está oscilando hacia arriba y hacia abajo de modo que su distancia, d, con respecto al piso satisface la desigualdad $|d - 4| \leq \frac{1}{2}$ pie (vea la figura).

a) Resuelva esta desigualdad para d. Escriba su respuesta en notación de intervalo.

b) ¿Entre qué distancias, medidas con respecto al piso, oscilará el resorte?



En los ejercicios del 97 al 100, determine una ecuación o una desigualdad que tenga el conjunto solución dado.

97. $\{-5, 5\}$ **98.** $\{x|-5 < x < 5\}$

99. $\{x|x \leq -5 \text{ o } x \geq 5\}$ **100.** $\{x|-5 \leq x \leq 5\}$

101. ¿Para qué valores de x será verdadera la desigualdad $|ax + b| \leq 0$? Explique.

102. ¿Para qué valores de x *no* será verdadera la desigualdad $|ax + b| > 0$? Explique.

103. a) Explique cómo determinar la solución para la ecuación $|ax + b| = c$. (Suponga que $c > 0$ y $a \neq 0$).

b) Resuelva esta ecuación para x.

104. a) Explique cómo determinar la solución para la desigualdad $|ax + b| < c$. (Suponga que $a > 0$ y $c > 0$).

b) Resuelva esta desigualdad para x.

105. a) Explique cómo determinar la solución para la desigualdad $|ax + b| > c$. (Suponga que $a > 0$ y $c > 0$).

b) Resuelva esta desigualdad para x.

106. a) ¿Cuál es el primer paso para resolver la desigualdad $-4|3x - 5| \leq -12$?

b) Resuelva esta desigualdad y proporcione la solución en notación de intervalo.

Determine qué valores de x harán verdadera cada ecuación. Explique su respuesta.

107. $|x - 4| = |4 - x|$ **108.** $|x - 4| = -|x - 4|$ **109.** $|x| = x$ **110.** $|x + 2| = x + 2$

Resuelva. Explique cómo determinó su respuesta.

111. $|x + 1| = 2x - 1$ **112.** $|3x + 1| = x - 3$ **113.** $|x - 4| = -(x - 4)$

Retos

Resuelva considerando los signos posibles para x.

114. $|x| + x = 8$ **115.** $x + |-x| = 8$ **116.** $|x| - x = 8$ **117.** $x - |x| = 8$

Actividad en grupo

Analice y responda el ejercicio 118 en grupo.

118. Considere la ecuación $|x + y| = |y + x|$.

a) Cada miembro del grupo seleccione un valor para x y uno para y, y determine si la ecuación se cumple. Repita para otros dos valores de x y y.

b) Como grupo, determine para qué valores de x y y es verdadera la ecuación. Explique su respuesta.

c) Ahora considere $|x - y| = -|y - x|$. ¿Bajo qué condiciones esta ecuación será verdadera?

Ejercicios de repaso acumulativo

Evalúe.

[1.4] **119.** $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \div \frac{2}{5}\left(\frac{1}{3}\right)^2$

120. $4(x + 3y) - 5xy$ cuando $x = 1$, $y = 3$

[2.4] **121. Natación** Terry Chong cruza a nado un lago a un promedio de 2 millas por hora. Luego da vuelta y regresa a nado; ahora promedia 1.6 millas por hora. Si su tiempo total de nado es 1.5 horas, ¿cuál es el ancho del lago?

[2.5] **122.** Determine el conjunto solución para la desigualdad $3(x - 2) - 4(x - 3) > 2$.

Resumen del capítulo 2

HECHOS Y CONCEPTOS IMPORTANTES	EJEMPLOS
Sección 2.1	
Propiedades de la igualdad Para todos los números reales a, b y c: **1.** $a = a$. *propiedad reflexiva* **2.** Si $a = b$ entonces $b = a$. *propiedad simétrica* **3.** Si $a = b$ y $b = c$, entonces $a = c$. *propiedad transitiva*	$9 = 9$ Si $x = 10$, entonces $10 = x$ Si $y = a + b$ y $a + b = 4t$, entonces $y = 4t$.
Los **términos** son las partes que aparecen sumadas en una expresión algebraica. El **coeficiente** es la parte numérica de un término que precede a la variable. El **grado de un término** con exponentes enteros no negativos es la suma de los exponentes en las variables.	En la expresión $9x^2 - 2x + \frac{1}{5}$, los términos son $9x^2, -2x$ y $\frac{1}{5}$. Término: $15x^4y$ — Coeficiente: 15 Término: $17xy^5$ — Grado: $1 + 5 = 6$
Términos semejantes son términos que tienen las mismas variables con los mismos exponentes. **Términos no semejantes** son términos que no son términos semejantes. **Simplificar una expresión** significa reducir (combinar) todos los términos semejantes.	Términos semejantes: $2x, 7x$; $9x^2, -5x^2$ Términos no semejantes: $3x, 4y$; $10x^2, 2x^{10}$ $3x^2 + 12x - 5 + 7x^2 - 12x + 1 = 10x^2 - 4$
Una **ecuación** es un enunciado matemático de una igualdad. La **solución** de una ecuación es el o los números que hacen de la ecuación un enunciado verdadero.	$x + 15 = 36$ La solución para $\frac{1}{2}x + 1 = 7$ es 12.
Una **ecuación lineal en una variable** es una ecuación que tiene la forma $ax + b = c, a \neq 0$	$8x - 3 = 17$
Propiedad de la suma en la igualdad Si $a = b$, entonces $a + c = b + c$, para cualesquiera números a, b y c.	Si $5x - 7 = 19$, entonces $5x - 7 + 7 = 19 + 7$.
Propiedad de la multiplicación en la igualdad Si $a = b$, entonces $a \cdot c = b \cdot c$, para cualesquiera números a, b y c.	Si $\frac{1}{3}x = 2$, entonces $3 \cdot \frac{1}{3}x = 3 \cdot 2$.
Para resolver ecuaciones lineales **1.** Elimine las fracciones. **2.** Simplifique cada lado de forma separada. **3.** Aísle el término con la variable en un lado de la ecuación. **4.** Despeje la variable. **5.** Compruebe. Para más detalles, vea la página 69.	Resuelva la ecuación $\frac{1}{2}x + 7 = \frac{4}{3}x - 3$. $\frac{1}{2}x + 7 = \frac{4}{3}x - 3$ $6\left(\frac{1}{2}x + 7\right) = 6\left(\frac{4}{3}x - 3\right)$ $3x + 42 = 8x - 18$ $42 = 5x - 18$ $60 = 5x$ $12 = x$ Una verificación muestra que 12 es la solución.
Sección 2.2	
Un **modelo matemático** es una aplicación de la vida real expresada en forma matemática.	La rapidez, s, de un automóvil aumentada en 20 mph es 60 mph. Modelo: $s + 20 = 60$.

HECHOS Y CONCEPTOS IMPORTANTES	EJEMPLOS
Sección 2.2 (continuación)	
Una **fórmula** es una ecuación que es un modelo matemático para una situación de la vida real.	$A = l \cdot w$
Una **ecuación condicional** es una ecuación que sólo tiene una solución real.	$2x + 4 = 5$
Una **contradicción** es una ecuación que no tiene solución (el conjunto solución es $\varnothing$).	$2x + 6 = 2x + 8$
Una **identidad** es una ecuación que tiene un número infinito de soluciones (el conjunto solución es $\mathbb{R}$).	$3x + 6 = 3(x + 2)$
Guía para la resolución de problemas **1.** Entender el problema. **2.** Traducir el problema a lenguaje matemático. **3.** Realizar los cálculos matemáticos necesarios para resolver el problema. **4.** Comprobar la respuesta obtenida en el paso 3. **5.** Responder la pregunta. Para más detalles, vea la página 77.	Max Johnson le hizo un préstamo personal a Jill Johnson de \$2,000 con una tasa de 3% de interés simple durante seis años. Al término de los seis años, ¿qué interés pagará Jill a Max? Entender: Éste es un problema de interés simple. Traducir: $i = prt$ Realizar los cálculos: $= 2000(0.03)(6)$ $= 360$ Comprobar: La respuesta parece razonable. Responder: El interés simple que se debe es \$360.
La **fórmula de interés simple** es $i = prt$.	Determine el interés simple al cabo de 2 años, de un préstamo de \$1000 al 6% de interés simple. $i = (1000)(0.06)(2) = 120$ El interés simple es \$120.
La **fórmula del interés compuesto** es $A = p\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$.	Determine el monto en una cuenta de ahorros para un depósito de \$6500 que paga 4.8% de interés compuesto semestralmente durante 10 años. $A = 6500\left(1 + \frac{0.048}{2}\right)^{2\cdot 10}$ $\approx 10{,}445.10$ El monto en la cuenta de ahorros es \$10,445.10.
Resolver (o despejar) una ecuación (o fórmula) para una variable significa aislar esa variable.	Resolver, para y, la ecuación $3x + 7y = 2$. $7y = -3x + 2$ $y = -\frac{3}{7}x + \frac{2}{7}$
Sección 2.3	
Las frases y oraciones pueden traducirse a expresiones algebraicas.	Frase: 4 más que 7 veces un número — Expresión algebraica: $7x + 4$
Ángulos complementarios son dos ángulos cuya suma mide 90°.	Si el ángulo $A = 62°$ y el ángulo $B = 28°$, entonces los ángulos A y B son ángulos complementarios.
Ángulos suplementarios son dos ángulos cuya suma mide 180°.	Si el ángulo $A = 103°$ y el ángulo $B = 77°$, entonces los ángulos A y B son ángulos suplementarios.
Sección 2.4	
Una **fórmula para el problema general de movimiento** es cantidad = razón · tiempo.	Determine la cantidad de gas bombeado, cuando se está bombeando gas durante 3 minutos a razón de 6 galones por minuto. $A = 6 \cdot 3 = 18$ galones

HECHOS Y CONCEPTOS IMPORTANTES	EJEMPLOS
Sección 2.4 (continuación)	
La **fórmula de distancia** es distancia = velocidad · tiempo.	Determine la distancia recorrida cuando un automóvil viaja a 60 millas por hora durante 5 horas. $D = 60 \cdot 5 = 300$ millas
Un **problema de mezcla** es cualquiera donde dos o más calidades se combinan para producir una calidad diferente, o donde una sola cantidad se separa en dos o más cantidades diferentes.	Si 4 litros de una solución al 10% se mezcla con 8 litros de una solución al 16%, determine la concentración de la mezcla. $4(0.10) + 8(0.16) = 12(x)$ o $x = 14\%$
Sección 2.5	
Propiedades utilizadas para resolver desigualdades	
1. Si $a > b$, entonces $a + c > b + c$.	**1.** Si $6 > 5$, entonces $6 + 3 > 5 + 3$.
2. Si $a > b$, entonces $a - c > b - c$.	**2.** Si $6 > 5$, entonces $6 - 3 > 5 - 3$.
3. Si $a > b$ y $c > 0$, entonces $ac > bc$.	**3.** Si $7 > 3$, entonces $7 \cdot 4 > 3 \cdot 4$.
4. Si $a > b$ y $c > 0$, entonces $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.	**4.** Si $7 > 3$, entonces $\frac{7}{4} > \frac{3}{4}$.
5. Si $a > b$ y $c < 0$, entonces $ac < bc$.	**5.** Si $9 > 2$, entonces $9(-3) < 2(-3)$.
6. Si $a > b$ y $c < 0$, entonces $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.	**6.** Si $9 > 2$, entonces $\frac{9}{-3} < \frac{2}{-3}$.
Una **desigualdad compuesta** está formada al reunir dos desigualdades con la palabra *y* o la palabra *o*.	$x \le 7$ y $x > 5$ $x < -1$ o $x \ge 4$
Para determinar el conjunto solución de una desigualdad que incluye la palabra *y*, tome la **intersección** de los conjuntos solución de las dos desigualdades.	Resuelva $x \le 7$ t $x > 5$. La intersección de $\{x \mid x \le 7\}$ y $\{x \mid x > 5\}$ es $\{x \mid 5 < x \le 7\}$ o $(5, 7]$.
Para determinar el conjunto solución de una desigualdad que incluye la palabra *o*, tome la **unión** de los conjuntos solución de las dos desigualdades.	Resuelva $x < -1$ o $x \ge 4$. La unión de $\{x \mid x < -1\}$ con $\{x \mid x \ge 4\}$ es $\{x \mid x < -1$ o $x \ge 4\}$ o $(-\infty, -1) \cup [4, \infty)$.
Sección 2.6	
Resolver ecuaciones de la forma $\lvert x\rvert = a$ Si $\lvert x\rvert = a$ y $a > 0$, entonces $x = a$ o $x = -a$.	Resuelva $\lvert x\rvert = 6$. $\lvert x\rvert = 6$ da $x = 6$ o $x = -6$.
Resolver desigualdades de la forma $\lvert x\rvert < a$ Si $\lvert x\rvert < a$ y $a > 0$, entonces $-a < x < a$.	Resuelva $\lvert 3x + 1\rvert < 13$. $-13 < 3x + 1 < 13$ $-\frac{14}{3} < x < 4$ $\left\{x \,\middle\vert\, -\frac{14}{3} < x < 4\right\}$ o $\left(-\frac{14}{3}, 4\right)$
Resolver desigualdades de la forma $\lvert x\rvert > a$ Si $\lvert x\rvert > a$ y $a > 0$, entonces $x < -a$ o bien $x > a$.	Resuelva $\lvert 2x - 3\rvert \ge 5$. $2x - 3 \le -5$ o $2x - 3 \ge 5$ $2x \le -2$ $2x \ge 8$ $x \le -1$ $x \ge 4$ $\{x \mid x \le -1$ o $x \ge 4\}$ o $(-\infty, -1] \cup [4, \infty)$
Si $\lvert x\rvert > a$ y $a < 0$, el conjunto solución es $\mathbb{R}$. Si $\lvert x\rvert < a$ y $a < 0$, el conjunto solución es $\emptyset$.	$\lvert x\rvert > -7$, el conjunto solución es $\mathbb{R}$. $\lvert x\rvert < -7$, el conjunto solución es $\emptyset$.
Resolver ecuaciones de la forma $\lvert x\rvert = \lvert y\rvert$ Si $\lvert x\rvert = \lvert y\rvert$, entonces $x = y$ o bien $x = -y$.	Resuelva $\lvert x\rvert = \lvert 3\rvert$. $x = 3$ o $x = -3$.

Ejercicios de repaso del capítulo 2

[2.1] *Establezca el grado de cada término.*

1. $15a^3b^5$
2. $-5x$
3. $-21xyz^5$

Simplifique cada expresión. Si una expresión no puede simplificarse, dígalo.

4. $a(a + 3) - 4(a - 1)$
5. $x^2 + 2xy + 6x^2 - 13$
6. $b^2 + b - 9$
7. $2[-(x - y) + 3x] - 5y + 10$

Resuelva cada ecuación. Si una ecuación no tiene solución, dígalo.

8. $5(c + 4) - 2c = -(c - 4)$
9. $3(x + 1) - 3 = 4(x - 5)$
10. $3 + \dfrac{x}{2} = \dfrac{5}{6}$
11. $\dfrac{1}{2}(3t + 4) = \dfrac{1}{3}(4t + 1)$
12. $2\left(\dfrac{x}{2} - 4\right) = 3\left(x + \dfrac{1}{3}\right)$
13. $3x - 7 = 9x + 8 - 6x$
14. $2(x - 6) = 5 - \{2x - [4(x - 2) - 9]\}$

[2.2] *Evalúe cada fórmula para los valores dados.*

15. $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ cuando $y_2 = 4$, $y_1 = -3$, $x_2 = -8$, $x_1 = 6$
16. $x = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ cuando $a = 8$, $b = 10$, $c = -3$
17. $h = \dfrac{1}{2}at^2 + v_0t + h_0$ cuando $a = -32$, $v_0 = 0$, $h_0 = 85$, $t = 1$
18. $z = \dfrac{\overline{x} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ cuando $\overline{x} = 50$, $\mu = 54$, $\sigma = 5$, $n = 25$

Despeje la variable indicada en cada ecuación.

19. $E = IR$, para R
20. $P = 2l + 2w$, para w
21. $A = \pi r^2h$, para h
22. $A = \dfrac{1}{2}bh$, para h
23. $y = mx + b$, para m
24. $2x - 3y = 5$, para y
25. $R_T = R_1 + R_2 + R_3$, para R_2
26. $S = \dfrac{3a + b}{2}$, para a
27. $K = 2(d + l)$, para l

[2.3] *En los ejercicios del 28 al 32, escriba una ecuación que pueda utilizarse para resolver el problema. Resuelva el problema y verifique su respuesta.*

28. **Venta de calendarios** El 1 de febrero, todos los calendarios de Hallmark se ponen a la venta con 75% de descuento del precio original. Si Caroline Collins compra un calendario en esa venta por \$7.50, ¿cuál era el precio original del calendario?

29. **Aumento de población** La población de un pequeño pueblo se incrementa a razón de 350 personas por año. Si la población actual es de 4750, ¿en cuánto tiempo la población alcanzará 7200?

30. **Comisión** El salario de Celeste Nossiter es de \$300 por semana más 6% de comisión por ventas. ¿Cuánto debe vender Celeste para ganar \$708 en una semana?

31. **Comparación de renta de automóviles** En el aeropuerto de la ciudad de Kansas, el costo de la renta de un Ford Focus en Hertz es \$24.99 por día con millaje ilimitado. El costo de rentar el mismo automóvil en Avis es \$19.99 por día más \$0.10 por milla que el automóvil sea conducido. Si Cathy Panik necesita rentar un automóvil durante 3 días, determine el número de millas que ella necesitaría conducir para que el costo de la renta del automóvil sea el mismo para ambas compañías.

32. **Venta** En una venta por liquidación, los muebles se venden al 40% de su precio regular. Además, a los artículos con etiqueta verde se les descuentan \$20 adicionales. Si Alice Barr adquirió un artículo con etiqueta verde y pagó \$136, determine su precio regular.

[2.4] *En los ejercicios del 33 al 37, resuelva los siguientes problemas de movimiento y de mezcla.*

33. **Inversión de un bono** Después de que Ty Olden recibió un bono en el trabajo por \$5000, invirtió parte del dinero en una cuenta del mercado de valores que produce 3.5% de interés simple y el resto en un certificado de depósito que produce 4.0% de interés simple. Si la cantidad total de interés que el señor Olden ganó durante el año fue \$187.15, determine el monto total invertido en cada inversión.

34. **Soluciones de fertilizantes** Dale Klitzke tiene soluciones de fertilizante líquido que contienen 20 y 60% de nitrógeno. ¿Cuántos galones de cada una de estas soluciones debe Dale mezclar para obtener 250 galones de una solución que contenga 30% de nitrógeno?

35. **Dos trenes** Dos trenes parten de Portland, Oregon, al mismo tiempo en direcciones opuestas. Un tren viaja a 60 millas por hora y el otro a 80 millas por hora. ¿En cuántas horas estarán a 910 millas de distancia entre sí?

36. Transbordadores espaciales El transbordador espacial 2 despega 0.5 hora después de que despega el transbordador espacial 1. Si el transbordador 2 viaja a 300 millas por hora más rápido que el transbordador 1 y lo rebasa exactamente 5 horas después de haber despegado, encuentre

a) la velocidad del transbordador espacial 1

b) la distancia desde el lugar de lanzamiento hasta donde el transbordador 2 rebasa al transbordador 1.

37. Mezcla de café El señor Tom Tomlins, propietario de un café gourmet, vende dos tipos de café, uno en \$6.00 la libra y el otro a \$6.80 la libra. ¿Cuántas libras de cada tipo de café debe mezclar para producir 40 libras de café que venda a \$6.50 la libra?

[2.3, 2.4] *Resuelva.*

38. Venta de electrónica En ciudad Circuit, el precio de un teléfono inalámbrico se redujo en 20%. Si el precio de venta es \$28.80, determine el precio original.

39. Caminata Nicolle Ryba trota una distancia y luego da vuelta y camina de regreso al punto donde empezó. Mientras trota promedia 7.2 millas por hora, y mientras camina promedia 2.4 millas por hora. Si el tiempo total que emplea en el trote y en la caminata fue de 4 horas, determine

a) el tiempo total que trotó, y

b) la distancia total que recorrió.

40. Medidas de ángulos Determine las medidas de tres ángulos de un triángulo si uno de ellos mide 25° más que el ángulo más pequeño y el otro ángulo mide 5° menos que el doble del ángulo menor.

41. Alberca Dos mangueras llenan una alberca. La manguera con mayor diámetro suministra 1.5 veces más agua que la de menor diámetro. La manguera mayor se abre 2 horas antes de haber abierto la menor. Si después de 5 horas de haber abierto la mayor hay 3150 galones de agua en la alberca, encuentre la velocidad de flujo de cada manguera.

42. Ángulos complementarios Un ángulo complementario tiene una medida que es 30° menos que el doble de la medida del otro ángulo. Determine las medidas de los dos ángulos.

43. Tinte azul Un fabricante de telas tiene dos soluciones de tinte azul, ambas hechas del mismo concentrado. Una solución tiene 6% de tinte azul y la otra tiene 20%. ¿Cuántas onzas de la solución al 20% debe mezclar con 10 onzas de solución al 6% para que la mezcla tenga 12% de solución de tinte azul?

44. Dos inversiones David Alevy invierte \$12,000 en dos cuentas de ahorro. Una cuenta paga 10% de interés simple y la otra cuenta paga 6% de interés simple. Si en un año se gana el mismo interés en cada cuenta. ¿Cuánto invirtió a cada tasa?

45. Gimnasio El gimnasio West Ridge tiene dos planes de membresía. Con el primer plan se pagan \$40 al mes más un cargo de \$1.00 por visita. El segundo plan es de \$25 mensual más un pago de \$4.00 por visita. ¿Cuántas visitas debe hacer Jeff Feazell al mes para que le convenga el primer plan?

46. Trenes en Alaska Dos trenes parten de Anchorage al mismo tiempo, en vías paralelas, viajando en direcciones opuestas. El tren más rápido viaja 10 millas por hora más rápido que el más lento. Encuentre la velocidad de cada tren, si los trenes están separados una distancia de 270 millas después de 3 horas.

[2.5] *Resuelva la desigualdad. Grafique la solución en una recta numérica.*

47. $3z + 9 \leq 15$

48. $8 - 2w > -4$

49. $2x + 1 > 6$

50. $26 \leq 4x + 5$

51. $\dfrac{4x + 3}{3} > -5$

52. $2(x - 1) > 3x + 8$

53. $-4(x - 2) \geq 6x + 8 - 10x$

54. $\dfrac{x}{2} + \dfrac{3}{4} > x - \dfrac{x}{2} + 1$

Escriba una desigualdad que pueda usarse para resolver cada problema. Resuelva la desigualdad y responda la pregunta.

55. Límite de peso Una canoa puede transportar de manera segura un total de 560 libras. Si Bob y Kathy, juntos, pesan 300 libras, ¿cuál es el número máximo de cajas de 40 libras que pueden llevar de manera segura en su canoa?

56. Llamada en una caseta telefónica Michael Lamb, un operador telefónico, le informa a un cliente en una cabina que el cargo por una llamada a Omaha, Nebraska, es de \$4.50 por los primeros 3 minutos y 95 centavos cada minuto o fracción de minuto adicional. ¿Cuánto tiempo puede hablar el cliente si tiene \$8.65?

57. Gimnasio Un gimnasio garantiza a sus clientes la pérdida de peso por un mínimo de 5 libras la primera semana y $1\frac{1}{2}$ libras cada semana adicional. Encuentre el tiempo máximo necesario para perder 27 libras.

58. Calificaciones en exámenes Las primeras cuatro calificaciones de Patrice Lee son 94, 73, 72 y 80. Si para recibir una nota final de B, es necesario un promedio final mayor o igual a 80 y menor que 90, ¿qué rango de calificaciones en el quinto y último examen tendrá como resultado que Patrice reciba una B en el curso? Suponga que una calificación máxima de 100.

Resuelva cada desigualdad. Escriba la solución en notación de intervalo.

59. $1 < x - 4 < 7$

60. $8 < p + 11 \le 16$

61. $3 < 2x - 4 < 12$

62. $-12 < 6 - 3x < -2$

63. $-1 < \frac{5}{9}x + \frac{2}{3} \le \frac{11}{9}$

64. $-8 < \frac{4 - 2x}{3} < 0$

Determine el conjunto solución para cada desigualdad compuesta.

65. $h \le 1$ y $7h - 4 > -25$

66. $2x - 1 > 5$ o $3x - 2 \le 10$

67. $4x - 5 < 11$ y $-3x - 4 \ge 8$

68. $\frac{7 - 2g}{3} \le -5$ o $\frac{3 - g}{9} > 1$

[2.5, 2.6] *Determine el conjunto solución para cada ecuación o desigualdad.*

69. $|a| = 2$

70. $|x| < 8$

71. $|x| \ge 9$

72. $|l + 5| = 13$

73. $|x - 2| \ge 5$

74. $|4 - 2x| = 5$

75. $|-2q + 9| < 7$

76. $\left|\frac{2x - 3}{5}\right| = 1$

77. $\left|\frac{x - 4}{3}\right| < 6$

78. $|4d - 1| = |6d + 9|$

79. $|2x - 3| + 4 \ge -17$

Resuelva cada desigualdad. Proporcione la solución en notación de intervalo.

80. $|3c + 8| - 6 \le 1$

81. $3 < 2x - 5 \le 11$

82. $-6 \le \frac{3 - 2x}{4} < 5$

83. $2p - 5 < 7$ y $9 - 3p \le 15$

84. $x - 3 \le 4$ o $2x - 5 > 7$

85. $-10 < 3(x - 4) \le 18$

Examen de práctica del capítulo 2

Para determinar el nivel de comprensión del material del capítulo, haga este examen de práctica. Las respuestas y la sección en donde se estudia por primera vez el material, se proporciona en la parte final del libro. Además, cada problema está completamente resuelto en **el CD-Rom que acompaña a este libro.** *Revise el material de aquellas preguntas que respondió de forma incorrecta.*

1. Diga cuál es el grado del término $-3a^2bc^4$.

Simplifique

2. $2p - 3q + 2pq - 6p(q - 3) - 4p$

3. $7q - \{2[3 - 4(q + 7)] + 5q\} - 8$

En los ejercicios del 4 al 8, resuelva la ecuación.

4. $7(d + 2) = 3(2d - 4)$

5. $\frac{r}{12} + \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$

6. $-2(x + 3) = 4\{3[x - (3x + 7)] + 2\}$

7. $7x - 6(2x - 4) = 3 - (5x - 6)$

8. $-\frac{1}{2}(4x - 6) = \frac{1}{3}(3 - 6x) + 2$

9. Determine el valor de S_n para los valores dados.

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}, a_1 = 3, r = \frac{1}{3}, n = 3$$

10. Despeje b de $c = \frac{a - 5b}{2}$.

11. Despeje b_2 de $A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$.

En los ejercicios del 12 al 16, escriba una ecuación que pueda usarse para resolver cada problema. Resuelva la ecuación y responda la pregunta que se hace.

12. **Descuento en club de golf** Determine el costo de un conjunto de palos de golf, antes de impuestos, si el costo de los palos más 7% de impuestos es \$668.75.

13. **Costos en un gimnasio** El costo de ser miembro de un gimnasio es \$240 por año, más \$2 por visita (para la limpieza de toallas y gastos de artículos de tocador). Si Bill Rush desea gastar un total de \$400 al año para el gimnasio, ¿cuántas visitas puede hacer?

14. **Paseo en bicicleta** Jeffrey Chang y Roberto Fernández inician en el mismo punto y van en bicicleta en direcciones opuestas. La velocidad de Jeffrey es de 15 millas por hora y la de Roberto es 20 millas por hora. ¿En cuántas horas estarán a 147 millas de distancia?

15. **Solución salina** ¿Cuántos litros de solución salina al 12% deben añadirse a 10 litros de solución salina al 25% para obtener una solución al 20%?

16. **Dos inversiones** June White tiene \$12,000 para invertir. Ella coloca parte de su dinero en una cuenta de ahorros que paga 8% de interés simple y el resto en una cuenta de ahorros que paga el 7% de interés simple. Si el total de intereses de las dos cuentas al final de un año es de \$910, encuentre las cantidades colocadas en cada cuenta.

Resuelva cada desigualdad y grafique la solución en una recta numérica.

17. $3(2q + 4) < 5(q - 1) + 7$

18. $\dfrac{6 - 2x}{5} \geq -12$

Resuelva cada desigualdad y escriba la solución en la notación de intervalo.

19. $x - 3 \leq 4$ y $2x + 1 > 10$

20. $7 \leq \dfrac{2u - 5}{3} < 9$

Determine el conjunto solución para las ecuaciones siguientes.

21. $|2b + 5| = 9$

22. $|2x - 3| = \left|\dfrac{1}{2}x - 10\right|$

Determine el conjunto solución para las desigualdades siguientes.

23. $|4z + 12| = 0$

24. $|2x - 3| + 6 > 11$

25. $\left|\dfrac{2x - 3}{8}\right| \leq \dfrac{1}{4}$

Examen de repaso acumulativo

Resuelva el examen siguiente y verifique sus respuestas con las que aparecen al final del libro. Revise aquellas preguntas que haya respondido de forma incorrecta. La sección y objetivo donde se estudia el material están indicados después de la respuesta.

1. $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ y $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$, determine
   a) $A \cup B$
   b) $A \cap B$

2. Diga el nombre de cada propiedad indicada.
   a) $9x + y = y + 9x$
   b) $(2x)y = 2(xy)$
   c) $4(x + 3) = 4x + 12$

Evalúe.

3. $-4^3 + (-6)^2 \div (2^3 - 2)^2$

4. $a^2b^3 + ab^2 - 3b$ cuando $a = -1$ y $b = -2$

5. $\dfrac{8 - \sqrt[3]{27} \cdot 3 \div 9}{|-5| - [5 - (12 \div 4)]^2}$

En los ejercicios 6 y 7, simplifique

6. $(5x^4y^3)^{-2}$

7. $\left(\dfrac{4m^2n^{-4}}{m^{-3}n^2}\right)^2$

8. **Comparación de tamaños de estados** Rhode Island tiene un área territorial de alrededor de 1.045×10^3 millas cuadradas. Alaska tiene un área territorial de casi 5.704×10^5 millas cuadradas. ¿Cuántas veces es más grande el área territorial de Alaska que la de Rhode Island?

En los ejercicios del 9 al 11, resuelva la ecuación.

9. $-3(y + 7) = 2(-2y - 8)$

10. $1.2(x - 3) = 2.4x - 4.98$

11. $\dfrac{2m}{3} - \dfrac{1}{6} = \dfrac{4}{9}m$

12. Explique la diferencia entre una ecuación lineal condicional, una identidad y una contradicción (ecuación inconsistente). Proporcione un ejemplo de cada una.

13. Evalúe la fórmula $x = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ para $a = 3$, $b = -8$ y $c = -3$.

14. Despeje x de la fórmula $y - y_1 = m(x - x_1)$.

15. Resuelva la desigualdad $-4 < \frac{5x - 2}{3} < 2$ y proporcione la respuesta:

a) en una recta numérica,

b) como un conjunto solución y

c) en notación de intervalo.

En los ejercicios 16 y 17, determine el conjunto solución.

16. $|3h - 1| = 8$

17. $|2x - 4| - 6 \geq 18$

18. **Venta en el béisbol** Una semana después de la serie mundial, la tienda Target marca el precio de todos los artículo para béisbol con un descuento del 40%. Si Maxwell Allen compra un bate de béisbol marca Louisville Slugger por $21, ¿cuál era el precio original del bate?

19. **Dos automóviles** Dos autos parten de Newark, Nueva Jersey, al mismo tiempo viajando en direcciones opuestas. El auto que viaja hacia el norte se mueve 20 millas por hora más rápido que el auto que viaja hacia el sur. Si los dos autos están a 300 millas de distancia después de 3 horas, determine la velocidad de cada uno.

20. **Mezcla de nueces** Molly Fitzgerald, propietaria de La Casa de las Nueces de Molly, tiene castañas que cuestan $6.50 por libra y cacahuates que cuestan $2.50 la libra. Si desea producir 40 libras de una mezcla de castañas y cacahuates que vende a $4.00 la libra, ¿cuántas libras de castañas y cuántas de cacahuates debe mezclar Molly?