Probabilidad y Estadística para Bachillerato, CIMAT, feb-jun 2019

Tarea 5 (entregar el lunes 25 de marzo)

Del libro de Wackerly, Mendenhall y Scheaffer, hacer los siguientes problemas:

1. Prob. 3.128.- Llegan autos a una caseta de pago de peaje de acuerdo con un proceso de Poisson con media de 80 autos por hora. Si el empleado hace una llamada telefónica de 1 minuto, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 1 auto llegue durante la llamada?

2. Prob. 4.71.- Se especifica que los cables manufacturados para usarse en un sistema de computadora deben tener resistencias entre .12 y .14 ohms. Las resistencias medias reales de los cables producidos por la compañía A tienen una distribución de probabilidad normal con media de .13 ohms y desviación estándar .005 ohm.

   (a) ¿Cuál es la probabilidad de que un cable seleccionado al azar de la producción de la compañía A satisfaga las especificaciones?

   (b) Si cuatro de estos cables se usan en el sistema de cada computadora y todos son seleccionados de la compañía A, ¿cuál es la probabilidad de que los cuatro en un sistema seleccionado al azar satisfagan las especificaciones?

El siguiente problema requiere el uso del lenguaje R:

3 Considere un rectángulo de base 9 y altura 11. Su área es $9 \times 11 = 99$, ahora, ¿cómo podríamos usar simulación para estimar esa área?. Una idea es pensar que tenemos un tablero rectangular de base 9 y altura 22 (ver primera gráfica) y que arrojamos dardos al azar a ese tablero (ver segunda gráfica) es claro que la probabilidad de atinarle al área sombreada es proporcional al tamaño del área sombreada; esto es

$$\text{Probabilidad de atinarle al área sombreada} = \frac{\text{Área sombreada}}{\text{Área total}}$$

de modo que

$$\text{Área sombreada} = (\text{Probabilidad de atinarle al área sombreada}) \times \Big(\text{Área total}\Big)$$

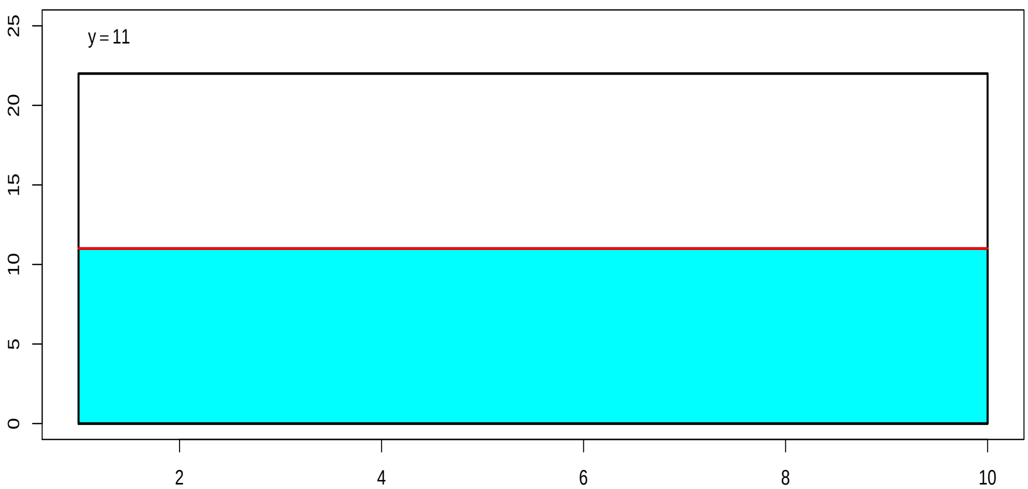
entonces podemos estimar el área sombreada mediante una simulación del lanzamiento de dardos

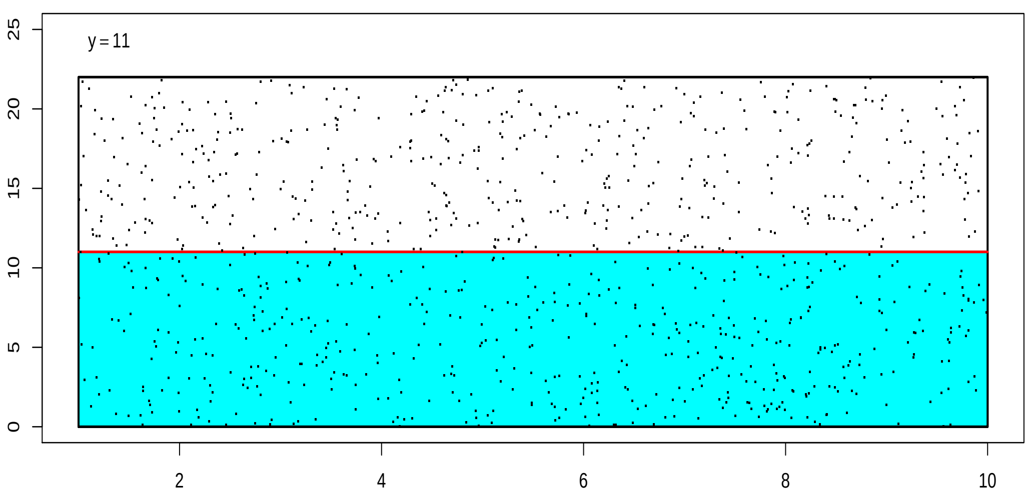
$$\text{Estimación de área sombreada} = \left(\frac{\text{Número de éxitos}}{\text{Número de intentos}}\right) \times \Big(\text{Área total}\Big) = \left(\frac{501}{1000}\right) \times (198) = 99.198$$

la estimación resulta de 99.198 y el área verdadera es 99, así que suena como que esta es una idea buena!!!

```
# Área usando simulación
par(mfrow=c(2,1),mar=c(2,2,2,2))

plot(1,0,type="n",xlim=c(1,10),ylim=c(0,25))
text(1,24,expression(y == 11), pos=4)
polygon(c(1,10,10,1,1),c(0,0,22,22,0),lwd=2)
polygon(c(1,10,10,1,1),c(0,0,11,11,0),col="cyan",lwd=2)
segments(1,11,10,11,lwd=2,col="red")

plot(1,0,type="n",xlim=c(1,10),ylim=c(0,25))
text(1,24,expression(y == 11), pos=4)
```

```
polygon(c(1,10,10,1,1),c(0,0,22,22,0),lwd=2)
polygon(c(1,10,10,1,1),c(0,0,11,11,0),col="cyan",lwd=2)
segments(1,11,10,11,lwd=2,col="red")

set.seed(6262)
M  = 1000
xu = runif(M,min=1,max=10)
yu = runif(M,min=0,max=22)
points(xu,yu,pch=".",cex=2)
areatotal = 9*22
areacyan  = areatotal * sum(yu <= 11)/M       #  estimación del área = 99.198
```

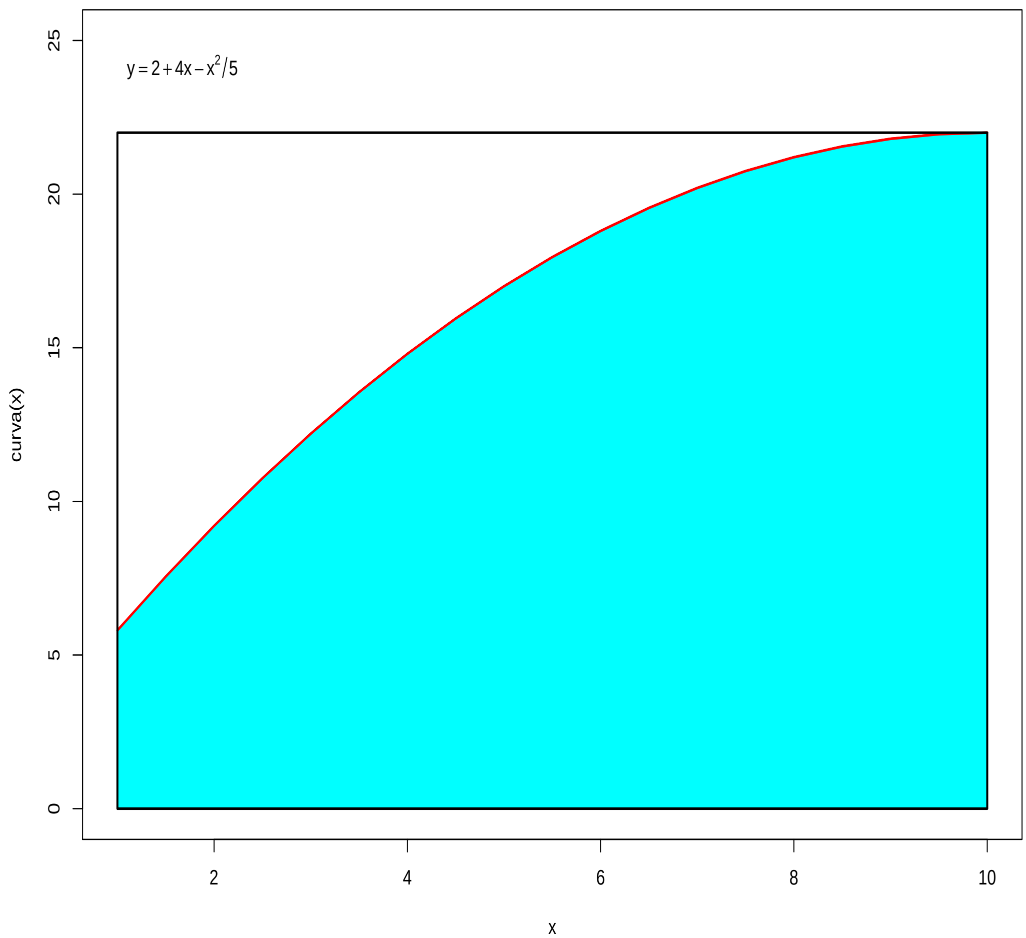




Queremos explotar la idea anterior de simulación, pero para estimar el área comprendida entre el eje x y la parábola definida por $y = 2 + 4x + x^2/5$, en el intervalo $[1, 10]$ (como en la tarea anterior). La gráfica de la parábola fue hecha usando el siguiente código en R

```
x     = seq(1,10,by=.5)
curva = function(x){2 + 4*x - .2*x^2}
```

```
plot(x,curva(x),type="l",lwd=2,col="red",ylim=c(0,25))
text(1,24,expression(y == 2 + 4*x - x^2/5), pos=4)
polygon(c(1,x,10),c(0,curva(x),0),col="cyan")
lines(x,curva(x),lwd=2,col="red")
xizq    = 1
yabajo  = 0
xder    = 10
yarriba = 22
rect(xizq,yabajo,xder,yarriba,lwd=2)

# Una función interna de R que calcula áreas
integrate(curva,1,10) # 149.4 with absolute error < 1.7e-12
```



(a) Usando simulación, ¿cúal es su estimación del área sombreada bajo la parábola?.

(b) Considere una circunferencia de radio $\sqrt{2}$ con centro en el origen. La curva superior está dada por $y = \sqrt{2 - x^2}$. Haciendo los cálculos, vemos que el área del correspondiente medio círculo es π. Haga una estimación de π usando simulación. (Hoy es 14 de marzo, "pi day").