

¿En qué Universo vivimos?

Luis A. Aguilar

aguilar@astrosen.unam.mx

Instituto de Astronomía

UNAM

2014



Objetivo del curso

En este curso revisaremos de forma panorámica las ideas que ha desarrollado la humanidad para tratar de entender el Universo en el que vivimos.

Empezaremos con la cosmología mitológica de los pueblos antiguos, pasaremos por la cosmología geométrica de los Griegos, para examinar entonces los orígenes de la cosmología científica basada en modelos físicos. Estudiaremos el Universo clásico de Newton y el relativista de Einstein. Describiremos el modelo actualmente aceptado basado en la hipótesis de la Gran Explosión y posterior período inflacionario. Cerraremos con las ideas aún especulativas que existen actualmente como posibles alternativas, o complementos, del modelo actual.

Descripción del curso

1. Mitos y leyendas
2. Los orígenes de la Cosmología matemática
3. Los orígenes de la Cosmología científica
4. El Universo de Newton: orden y regularidad
5. El Universo de Einstein:
 - a. El mundo de la Relatividad Especial
 - b. El mundo de la Relatividad General
6. El nacimiento de la Cosmología moderna
7. El modelo de la gran explosión
8. El Universo inflacionario
9. Al infinito y más allá: ideas especulativas que empujan las fronteras del conocimiento actual.

Descripción del curso

1. Mitos y leyendas
2. Los orígenes de la Cosmología matemática
3. Los orígenes de la Cosmología científica
4. El Universo de Newton: orden y regularidad
5. El Universo de Einstein:
 - a. El mundo de la Relatividad Especial
 - b. El mundo de la Relatividad General
6. El nacimiento de la Cosmología moderna
7. El modelo de la gran explosión
8. El Universo inflacionario
9. Al infinito y más allá: ideas especulativas que empujan las fronteras del conocimiento actual.

Advertencia



En este curso hemos tratado de mantener el contenido matemático a un nivel sencillo y minimizar su extensión.

Sin embargo, para entender un poco más a fondo lo que hay detrás del material que cubriremos, un poco de Matemáticas es necesario.

Su introducción hace la diferencia entre una mera narración y una exploración de la Cosmología.



Mitos y Leyendas



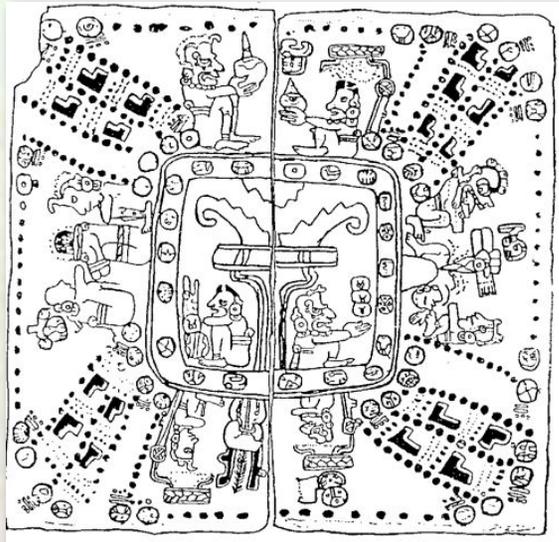
La Cosmología Mitológica



Desde tiempo inmemorial, nuestros ancestros dirigieron su mirada al cielo e hicieron preguntas fundamentales que resuenan en nuestras mentes aún hoy en día:

- ¿Qué es el Universo?
- ¿Cuál fue su origen?
- ¿Cuál es su destino?

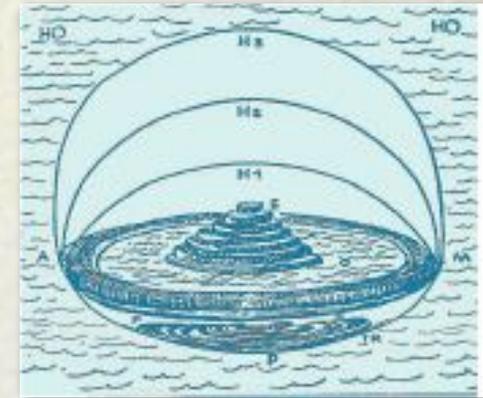
En muchas épocas y en muchos lugares, la humanidad buscó una respuesta a estas interrogantes.



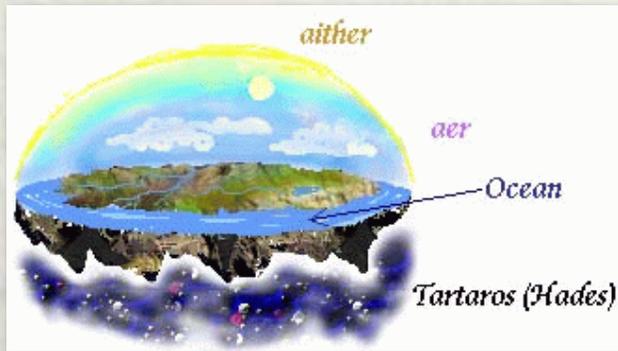
Universo Maya (Códice Tro-Cortesianus 75-76)



Universo Egipcio



Universo Babilónico

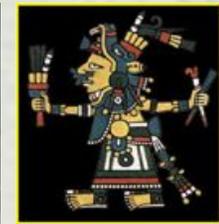


Universo Griego

Los Mexicas creían que el Universo actual no era el primero, sino que con anterioridades habían existido otros cuatro (La leyenda de los cinco soles).



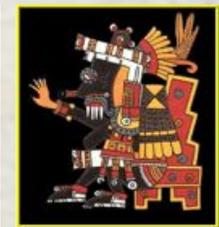
El primer Sol fue 4-Agua, regido por Chalchiutlicue, diosa del agua. Los dioses crearon a los seres humanos a partir de cenizas. Esta era terminó con un gran diluvio. Algunos seres humanos se salvaron al convertirse en peces.



El segundo Sol fue 4-Jaguar, regido por Tezcatlipoca. Los seres humanos eran gigantes. Esta era terminó al caer el Sol y prender fuego al mundo. Los supervivientes fueron devorados por jaguares en la oscuridad.



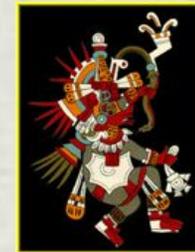
El tercer Sol fue 4-Lluvia, regido por Tláloc, dios de la lluvia. Esta era terminó por lluvia y granizo. Algunos seres humanos se salvaron convirtiéndose en pájaros.



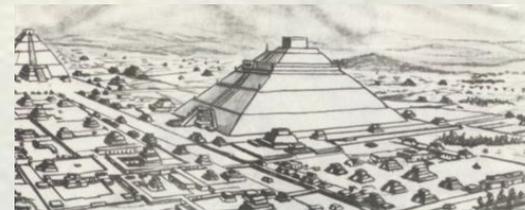
Los Mexicas creían que el Universo actual no era el primero, sino que con anterioridades habían existido otros cuatro (La leyenda de los cinco soles).



El cuarto Sol fue 4-Viento, regido por Quetzalcóatl. Esta era terminó con un gran huracán que barrió a todos los seres humanos. Los pocos sobrevivientes se convirtieron en monos y se dispersaron por los bosques en las montañas



El quinto y último Sol es 4-Movimiento (Ollin Tonatiuh), regido por Nanahuatzin. Esta era empezó el año 13-caña (751 de nuestra era). En 1521, al llegar los Españoles, faltaban 10 años para completar este ciclo.

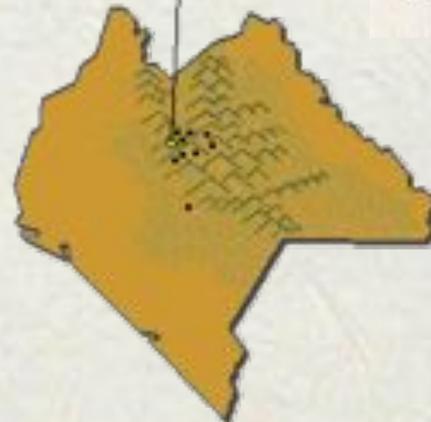


En la tradición oral de los pueblos de San Andrés Larráinzar existen varios relatos que se refieren a sucesos antiguos, como la forma en que empezó a ser habitada la tierra y, la narración de dos grandes castigos que casi acabaron con la especie humana, cuando el hombre empezaba a vivir sobre la tierra.

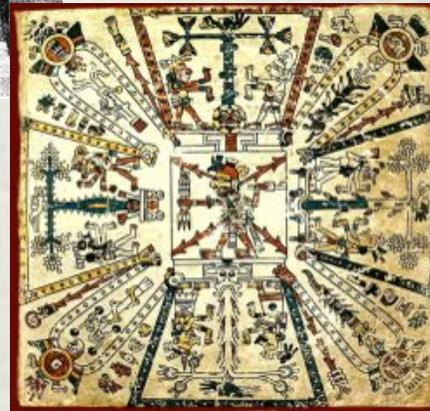
*“Tí jtotík Vaxakmene ja’ la spas
tí yaxaltike, ja’ stz’ itesoj lí vitzetike,
ja’ yajval lí ch’ enetike,
ja’ jmelzanej balumil”*

*“Nuestro padre Vaxakmen es el que
formó el valle y los cerros,
él es el dueño de las cuevas,
él creó la tierra.”*

SAN ANDRÉS LARRÁINZAR



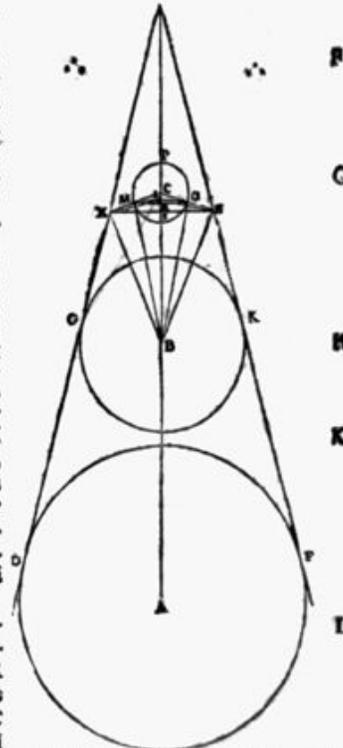
Sin embargo, todos estos modelos cosmológicos se basaban en creencias y no estaban sujetos a la verificación.



La Cosmología Matemática

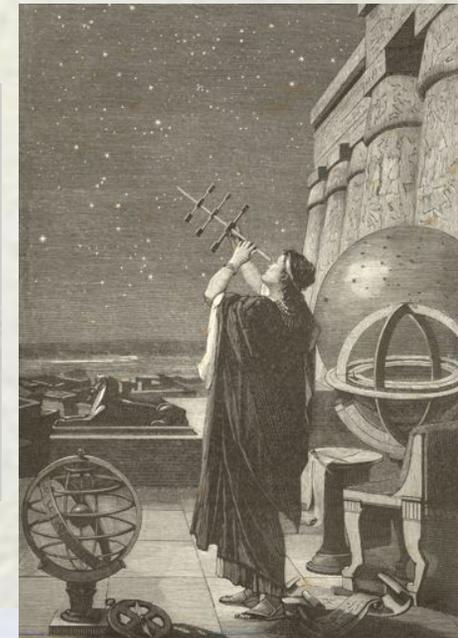
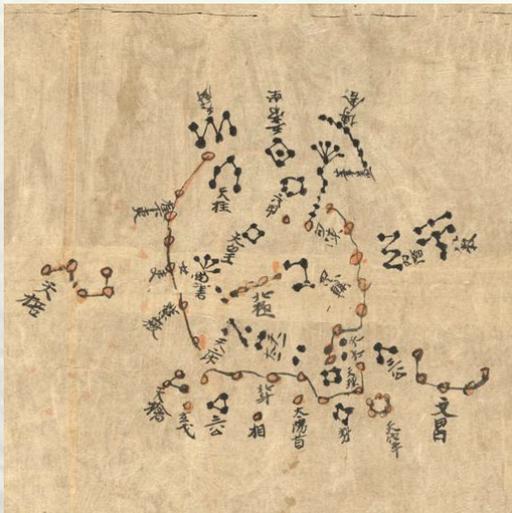
ET DIST. SOL. ET LVNAE. 30

ad MB perpendicularis .
 parallela igitur est CM ip-
 si LX. est autem & SX pa-
 rallela ipsi M
 R; ac propterea triangulum LX S si-
 mile est triangulo M R C.
 ergo ut SX ad MR, ita SL ad RC. sed
 SX ipse M R minor est,
 quam dupla quonia & X
 N est minor, quam dupla
 ipse MO. ergo & SL ipse
 CR minor erit, quam dupla
 & R multo minor, quam
 dupla ipse R C. ex quibus
 sequitur SC ipse CR mi-
 nor esse, quam tripla. habebit igitur RC ad CS maiorem



H 2 rem

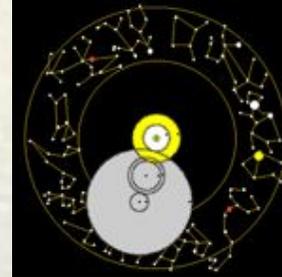
También desde la antigüedad, algunas personas empezaron a hacer mediciones de las posiciones de los objetos celestes y a elaborar los primeros mapas del cielo.



Empezaron a darse cuenta de que existía regularidad y ciclos en el movimiento de los astros.



Los Griegos fueron los primeros en elaborar modelos matemáticos (geométricos) del Universo.



Ellos ya sabían que la Tierra era esférica y realizaron la primera estimación de su tamaño (Eratóstenes).

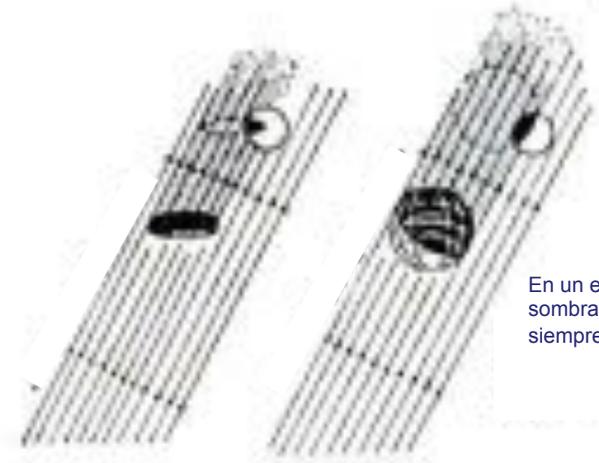
Evidencia usada por los Griegos para deducir que la Tierra es esférica



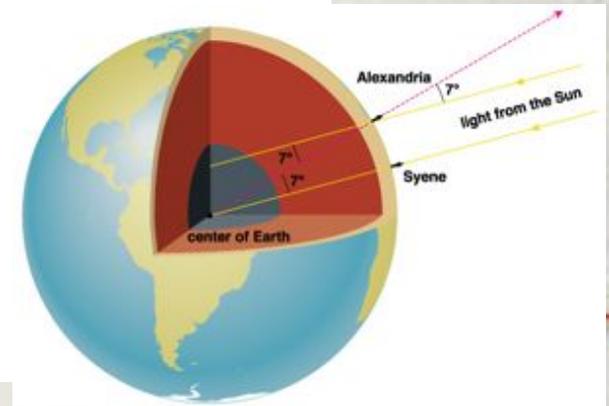
Los barcos desaparecen detrás del horizonte.



Al viajar hacia el norte, la estrella polar aparece cada vez más alta sobre el horizonte, y nuevas estrellas aparecen.

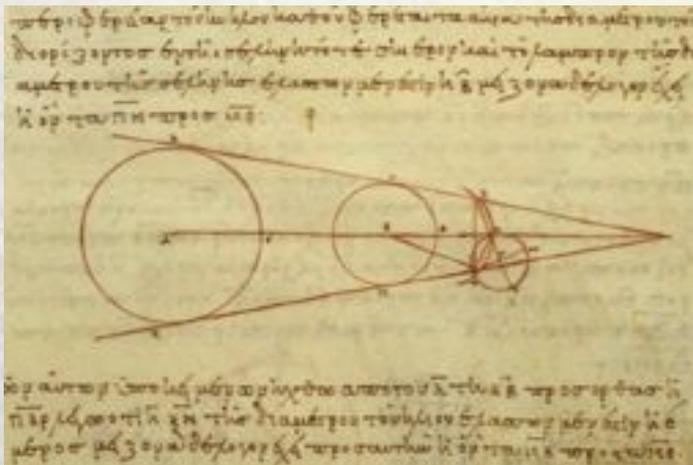
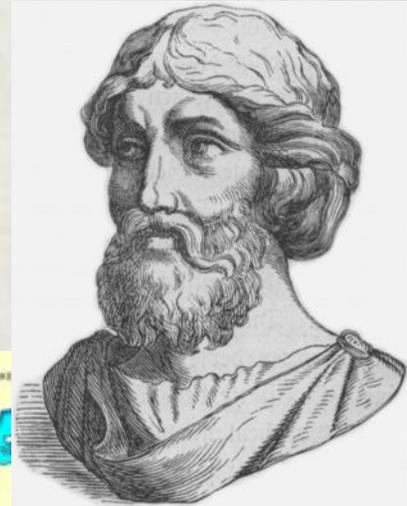


En un eclipse de Luna, la sombra de la Tierra aparece siempre circular.



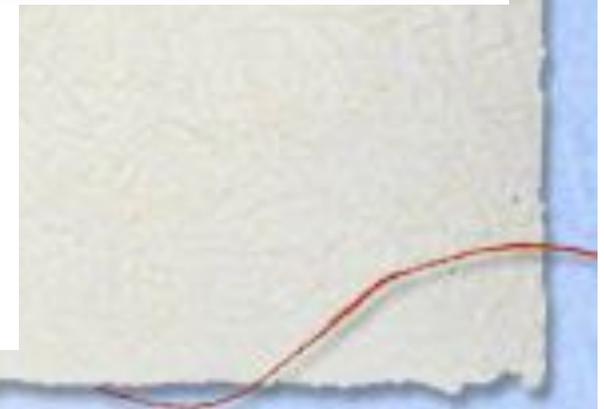
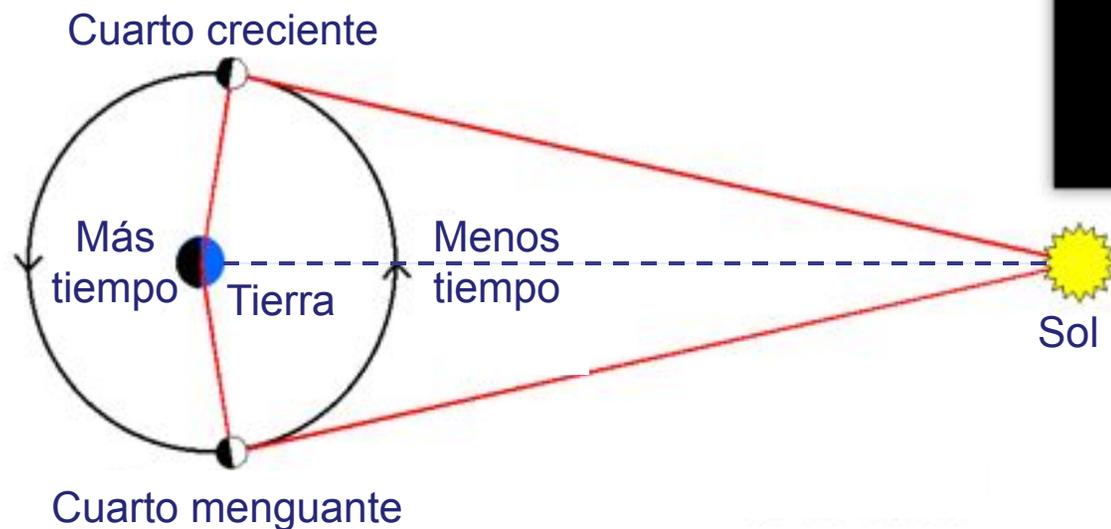
Aristarco de Samos

En el siglo III antes de nuestra era, Aristarco de Samos propuso experimentos para medir los tamaños relativos de la Luna, la Tierra y el Sol.



Aristarco de Samos

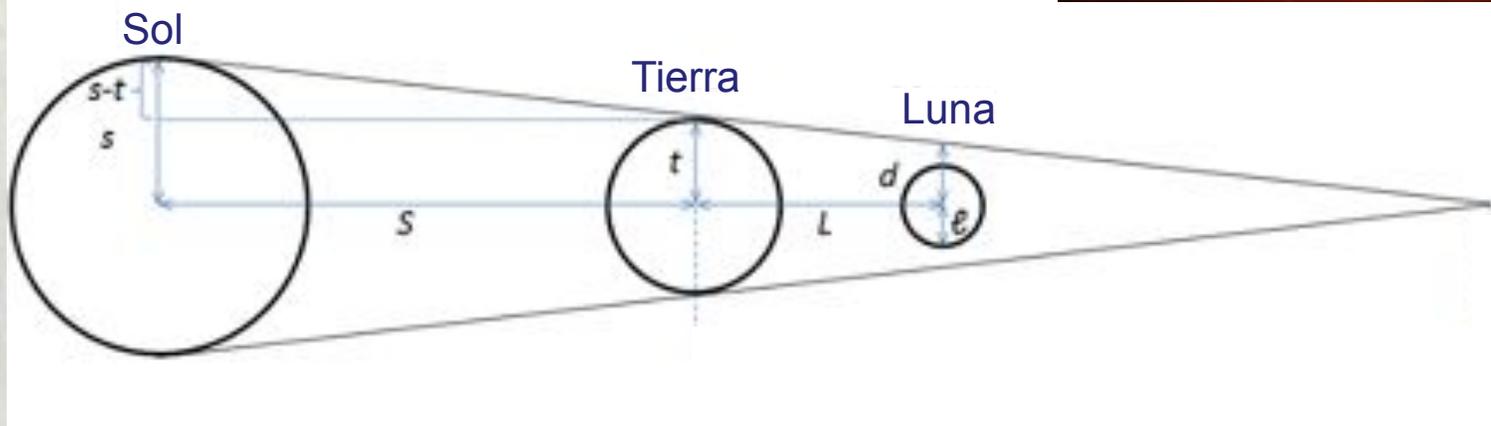
Aristarco determinó que el Sol está entre 18 y 20 veces más lejos de la Tierra que la Luna, midiendo la separación angular entre la Luna y el Sol al momento en que la Luna está en cuarto menguante, o creciente. En realidad el Sol está aproximadamente 400 veces más lejos.



Aristarco de Samos

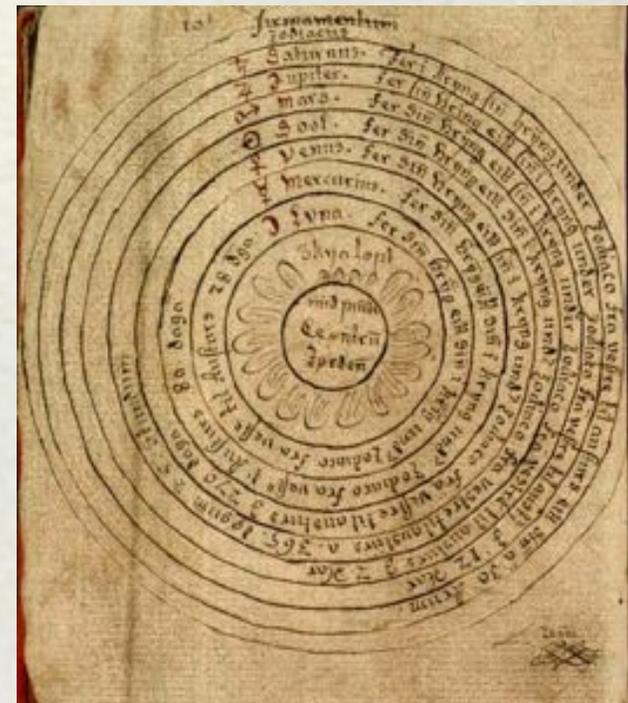
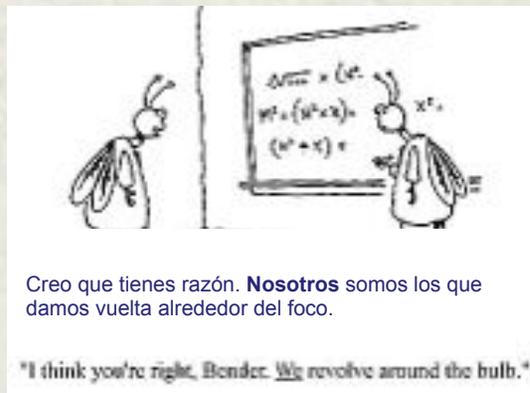
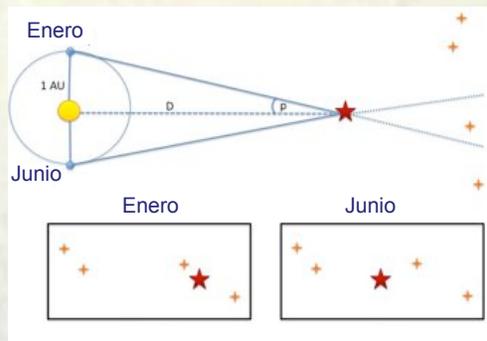
De la observación de que la Luna y el Sol tienen aproximadamente el mismo diámetro angular en el cielo, Aristarco hizo una estimación del tamaño relativo de la Luna y el Sol.

Aunque hoy en día sabemos que las mediciones de Aristarco no son correctas, lo importante es notar el arrojo intelectual de Aristarco al proponer extender a los cielos, los métodos de agrimensura usados en la Tierra.



Aristarco de Samos

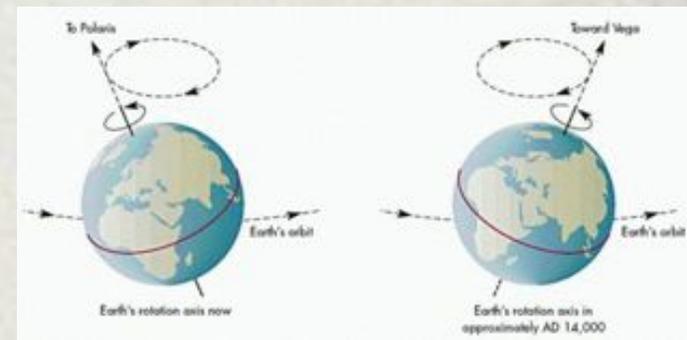
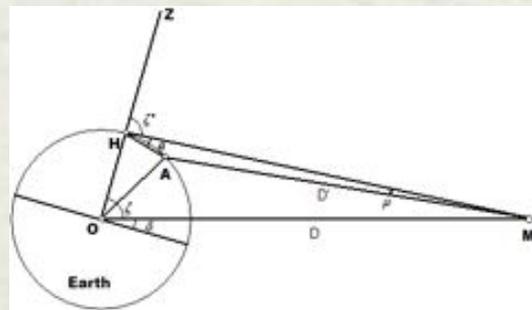
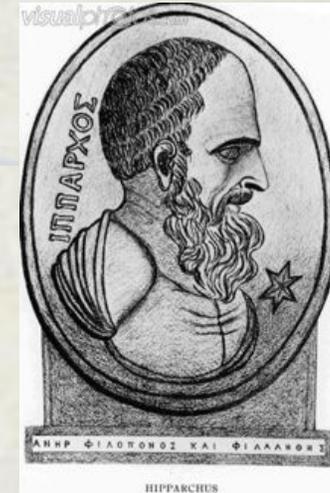
Aristarco también propuso el primer modelo heliocéntrico del Sistema Solar. Sin embargo, la mayoría de sus contemporáneos rechazó este modelo al no observarse paralajes en las estrellas.



Hiparco de Nicea

En el siglo II antes de nuestra era, vivió otro personaje griego muy importante para la Astronomía: Hiparco de Nicea.

Hiparco descubrió la precesión de los equinoxios y elaboró el primer catálogo de estrellas del mundo occidental (~850 estrellas). Utilizando métodos trigonométricos, estimó que la distancia a la Luna es entre 71 y 81 veces el radio de la Tierra y la distancia al Sol 490 veces.

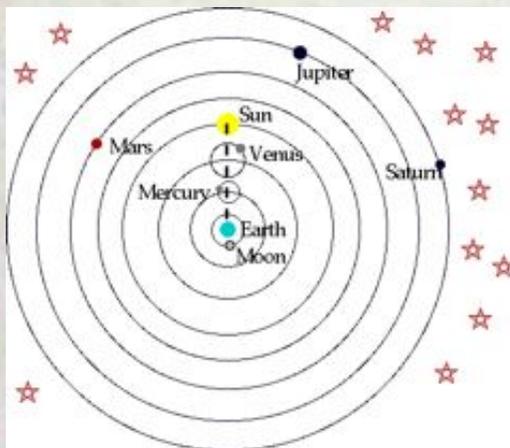


Claudio Ptolomeo

En el siglo II de nuestra era, vivió Claudio Ptolomeo en la ciudad de Alejandría (imperio romano), quizás el astrónomo más importante del mundo antiguo.

Ptolomeo resumió el conocimiento astronómico de su época en “El Almagesto” que durante los siguientes 12 siglos fue tomado como la obra definitiva sobre los cielos.

Ptolomeo estableció la preponderancia del modelo geocéntrico e introdujo los conceptos de ecuante y epiciclo para describir el movimiento de los planetas.

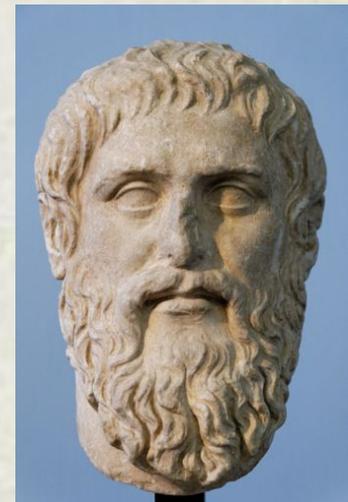


La herencia griega

Los griegos fueron los primeros en imaginar un Universo geométrico, describible por medio de las Matemáticas.

*Οι αδαείς, ελαφρόμυαλοι άνθρωποι,
πού θαρρούν πως η Αστρονομία μαθαίνεται
μονάχα κοιτάζοντας τ' αστέρια
δίχως τή βαθιά γνώση τών μαθηματικών,
θά καταλήξουν στή μέλλουσα ζωή πτηνά...*

Πλάτων, 'Τίμαιος'

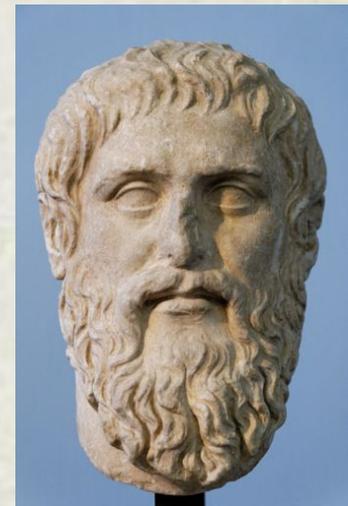


La herencia griega

Los griegos fueron los primeros en imaginar un Universo geométrico, describible por medio de las Matemáticas.

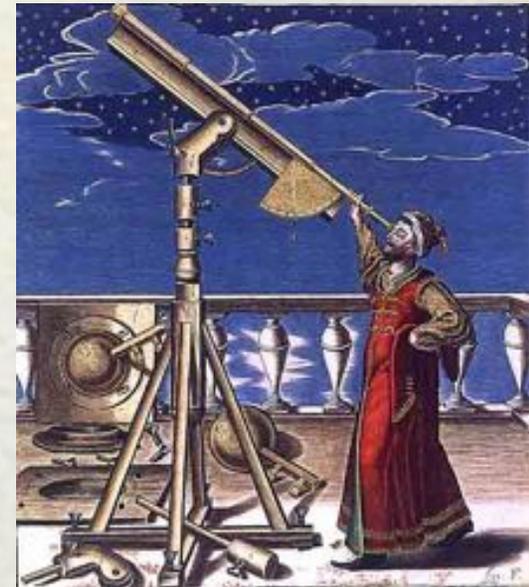
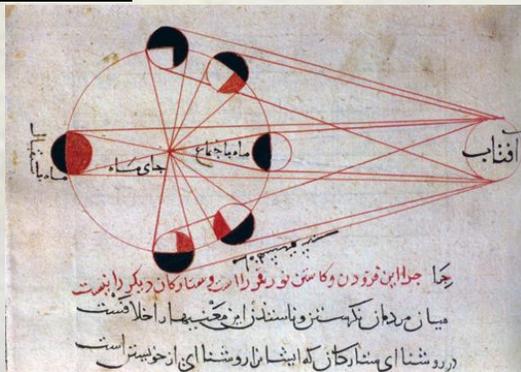
*Hombres ingenuos de mente débil,
Que piensan que la Astronomía puede aprenderse
Mirando a las estrellas, sin ningún conocimiento
de Matemáticas, en la próxima vida
serán pájaros.*

Platón (Timaeus)

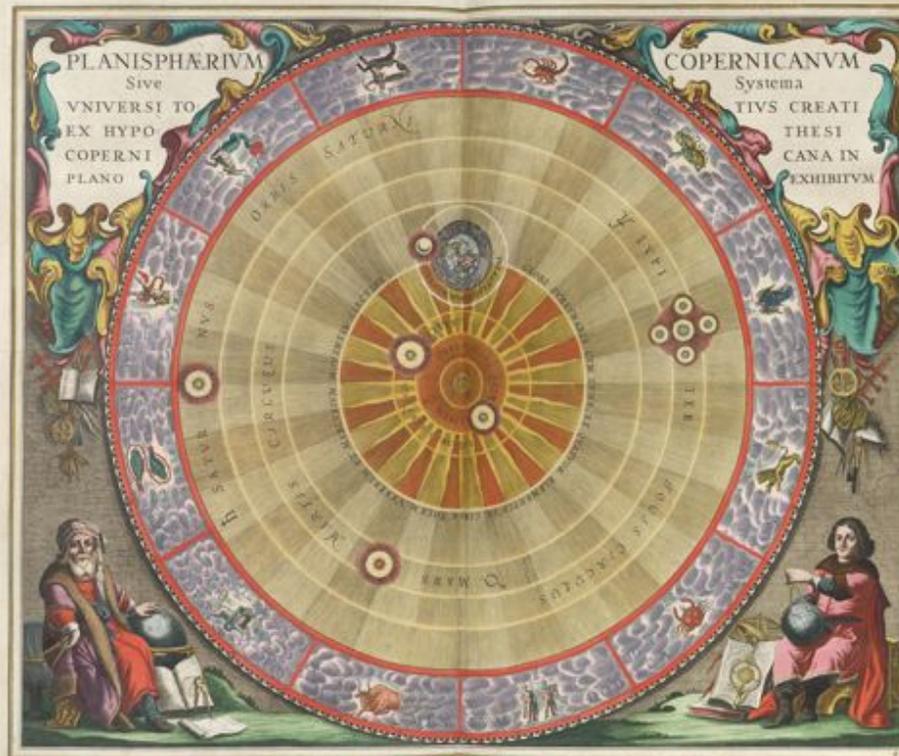


La herencia griega

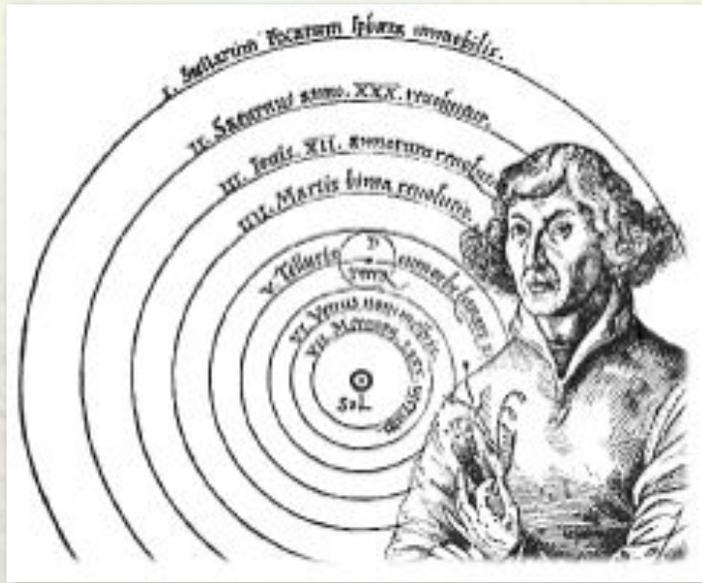
Al caer el imperio romano de occidente, y durante la edad media en Europa, los árabes preservaron y enriquecieron la herencia Helénica en Astronomía.



Orígenes de la Cosmología Científica



Nicolás Copérnico



N. Copernicus (1473-1543)

Nic Copernicus



De Revolutionibus Orbium Coelestium

Después de 12 siglos de aceptar el modelo Ptolemáico como dogma, la Cosmología científica, se inicia en el occidente con el redescubrimiento del modelo heliocéntrico por el Polaco Nicolaus Copernicus

Nicolás Copérnico

Las ideas de Copérnico eran contrarias al dogma prevalente de la Iglesia Católica. De hecho, Copérnico temía publicar sus ideas. Fue su estudiante Joachim Rheticus quien convenció a Copérnico de publicar sus ideas. Se dice que Rheticus mostró a Copérnico una copia de la primera edición cuando Copérnico estaba en su lecho de muerte.



El libro de Copérnico: “De Revolutionibus Orbium Coelestium” (Sobre las revoluciones de los cuerpos celestes), fue dedicado al Papa Pablo III, sin embargo acabó 70 años más tarde en el “Index Librorum Prohibitorum” (Índice de libros prohibidos) de la iglesia católica. Martín Lutero también se oponía a las ideas de Copérnico.

Al ser un libro prohibido, sus lectores lo leían y compartían a escondidas y fueron conocidos como “Revolucionarios”, lo cual dio un nuevo significado a la palabra original usada por Copérnico en el título de su libro y que significaba simplemente “dar vueltas”.

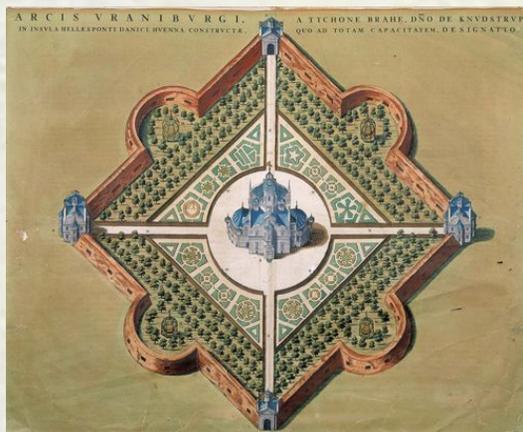
Tycho Brahe

Sin embargo, la calidad de las observaciones astronómicas no justificaba la transición a un modelo heliocéntrico, siendo la principal virtud del modelo Copernicano simplemente su sencillez.

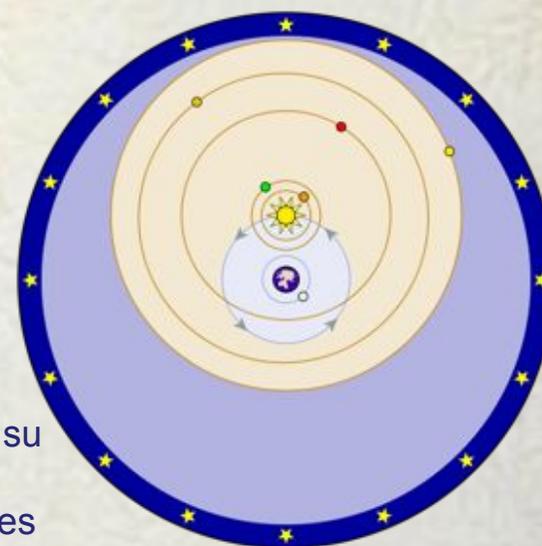


Tycho Brahe (1546-1601)

Este problema fue resuelto con un programa muy completo de observaciones astronómicas de gran precisión, realizado por Tycho Brahe desde su observatorio “Uraniborg” en Dinamarca.



Observatorio de Uraniborg



Modelo planetario de Tycho Brahe

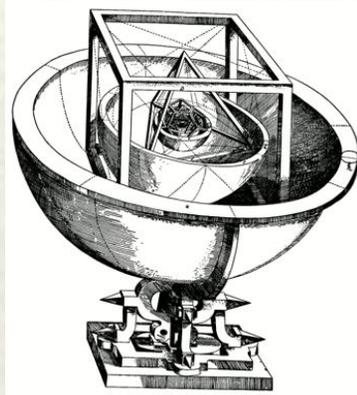
Tycho introdujo su propio modelo planetario, que es un compromiso entre los modelos heliocéntrico y geocéntrico.

Johannes Kepler

Johannes Kepler, ayudante de Tycho, heredó de éste todas sus observaciones a la muerte de Tycho. La calidad de las observaciones, aunado a los cálculos detallados de Kepler, le permitieron aportar pruebas en apoyo del sistema Copernicano.



Johannes Kepler (1571-1630)



Modelo planetario de Kepler



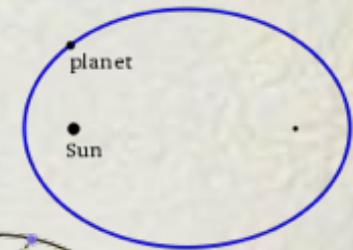
Tablas Rudolfinas de J. Kepler

Kepler vivió en una época en el que la ciencia (como la Astronomía), y la charlatanería (como la Astrología), se mezclaban. Kepler era un buen científico, pero también un afamado astrólogo y dado a la numerología.

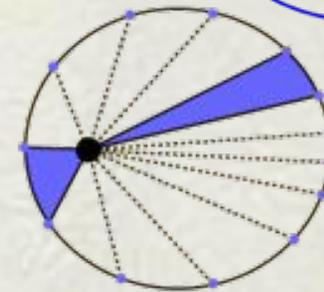
Leyes de movimiento planetario

Un análisis detallado del movimiento aparente de Marte, permitió a Kepler encontrar las tres leyes del movimiento planetario que llevan su nombre.

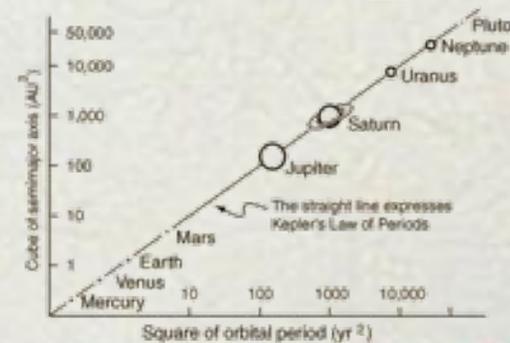
1ª Ley: Los planetas se mueven a lo largo de elipses donde el Sol ocupa uno de los focos.



2ª Ley: Los planetas barren áreas iguales en tiempos iguales.

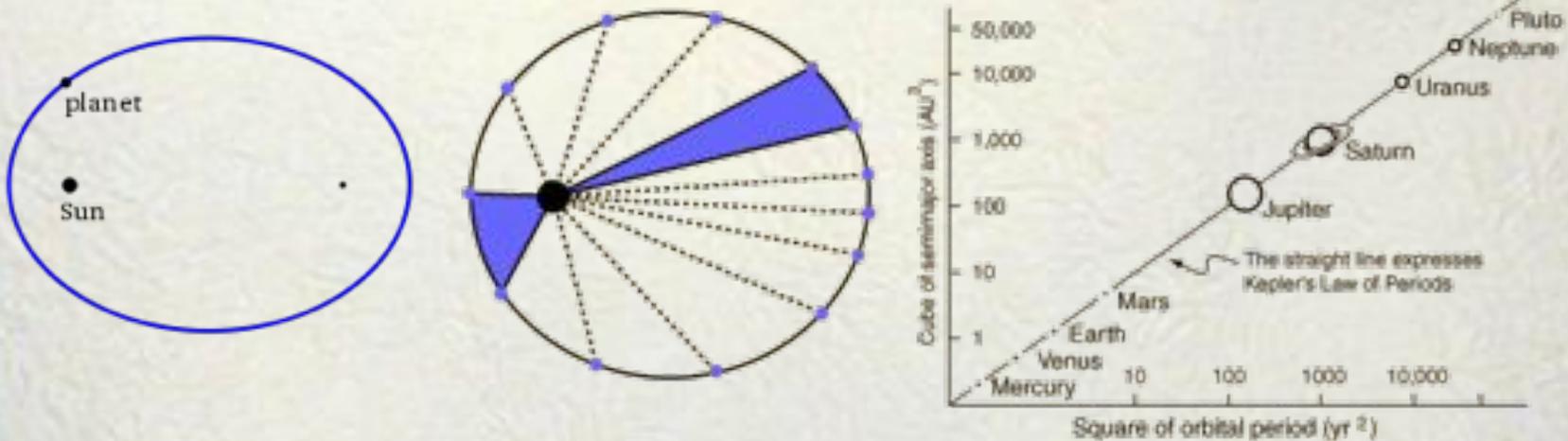


3ª Ley: Los cuadrados de los períodos de los planetas son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de sus órbitas.



Leyes de movimiento planetario

Estas leyes representan un rompimiento radical con el pasado y sientan las bases para lo que será la primera teoría física del movimiento planetario.



Sin embargo, estas leyes fueron obtenidas de manera por completo empírica.

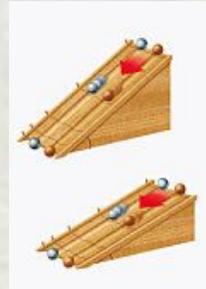
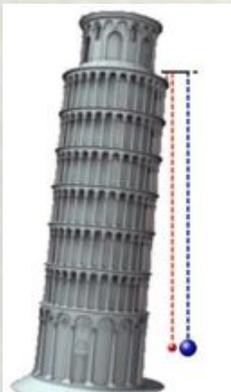
Galileo Galilei

Nuestro siguiente personaje es Galileo Galilei, un italiano de los siglos XVI-XVII, considerado por muchos como “el padre de la ciencia moderna”.

Galileo era un matemático, astrónomo, físico, ingeniero y filósofo que, en contra de las ideas prevalentes en su tiempo, advocaba una idea revolucionaria: en lugar de buscar en la verdad en textos clásicos, había que realizar experimentos que corroboraran, o refutaran, las hipótesis propuestas.



Galileo Galilei

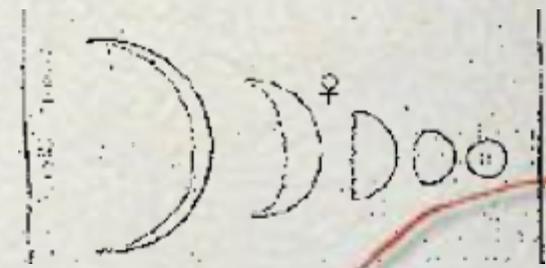
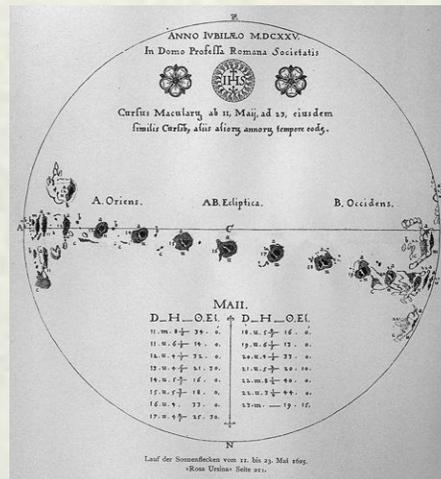
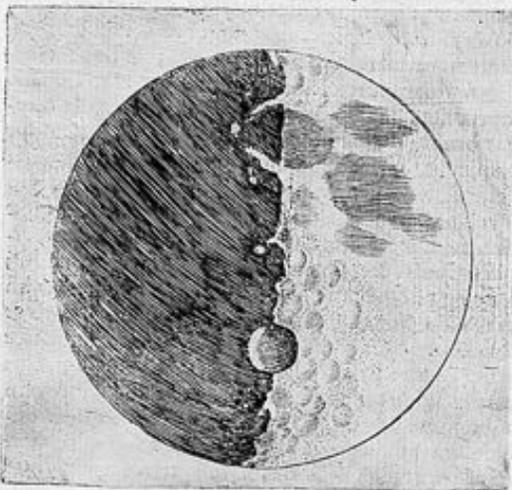


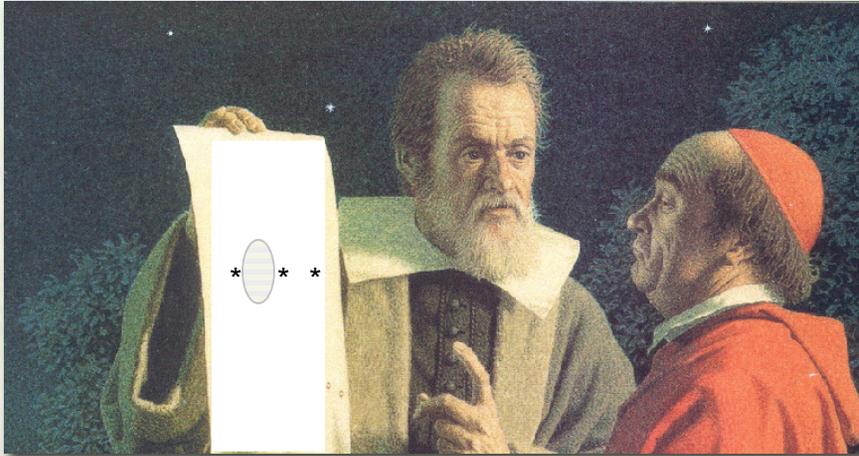
Galileo Galilei (1564-1642)

Galileo Galilei

Entre los muchos descubrimientos y logros de Galileo, el más relevante para nuestra historia es que Galileo fue el primero en apuntar un telescopio a los cielos.

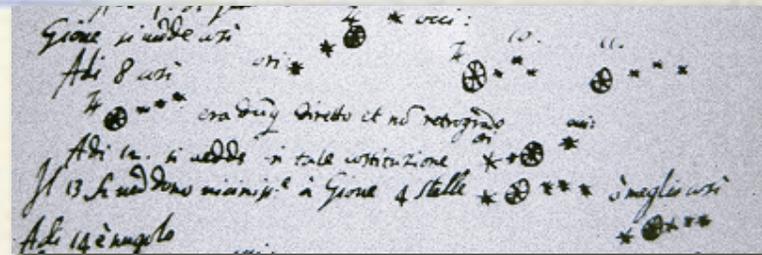
Galileo descubrió montañas y valles en la Luna, manchas en el Sol, satélites que giraban alrededor de Júpiter, las fases de Venus y que la Vía Láctea consiste en un número enorme de estrellas muy débiles.





Galileo Galilei (1564-1642)

Galileo Galilei, como muchos otros pioneros, tuvo que enfrentar el escepticismo de una sociedad no acostumbrada a la evidencia directa.



Observaciones de Júpiter y 3 de sus satélites por Galileo (1609)

“Existen siete ventanas en la cabeza, dos fosas nasales, dos oídos, dos ojos y una boca; De igual manera, en los cielos hay dos estrellas favorables, dos no propicias, dos luminarias, y Mercurio, solitario, indeciso e indiferente. De lo anterior y muchos otros fenómenos similares de la Naturaleza, que resulta tedioso enumerar, concluimos que el número de planetas es necesariamente siete ...

Además, los Judíos y otras naciones antiguas, así como europeos modernos, han adoptado la división de la semana en siete días, y los han nombrado de acuerdo a dichos planetas; si ahora incrementamos el número de planetas, entonces todo el sistema es destruido ...

Por si esto fuese poco, los satélites son invisibles al ojo y por tanto no pueden tener influencia alguna sobre la Tierra y son completamente inútiles y por tanto no existen.”

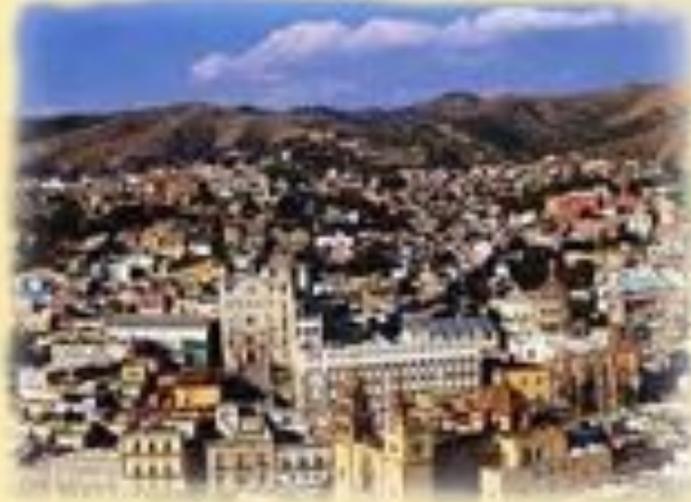
Francesco Sizzi (1611)

Comentario sobre el descubrimiento hecho por Galileo de satélites alrededor de Júpiter.

La Cosmología llega al Nuevo Mundo

*Pasatiempos
de
Cosmología,
Entretencimientos familiares à cerca
de la Disposición del Universo
Compuestos à petición de un Amigo
por cuya mano los dedica el Autor.
à su
Patria
La muy Ilustre, y muy Noble
Ciudad
de Santa Fé y Real de Minas
de
Guanaxuato.*

El primer tratado sobre Cosmología Heliocéntrica en el Nuevo Mundo fue escrito por el jesuita guanajuatense *Andrés de Guevara y Basoasabal* en 1789.



Fin de la primera parte

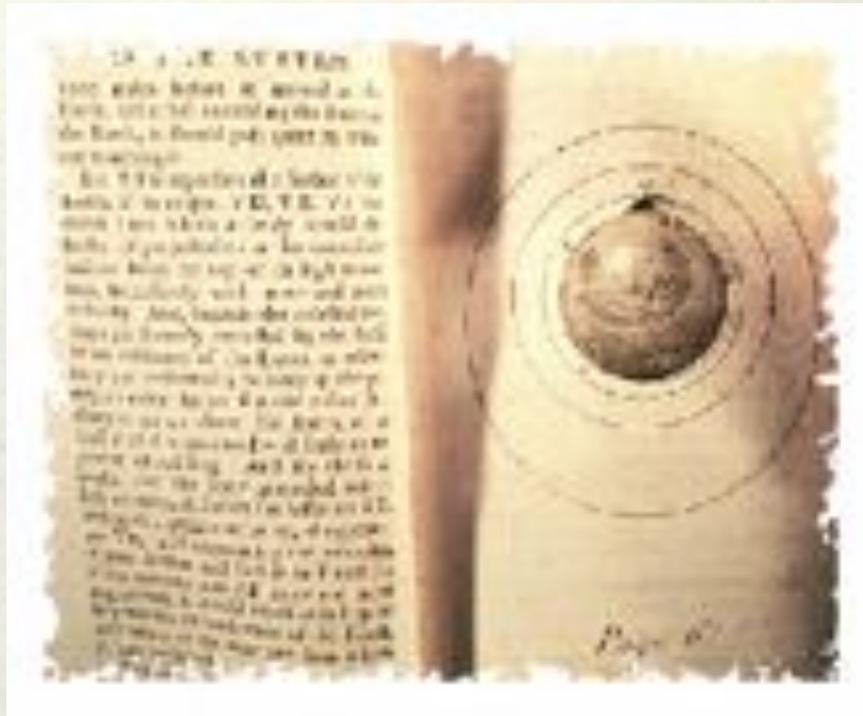
Discusión de la primera parte

- 1) ¿Por qué es que la humanidad ha tenido desde tiempo inmemorial la necesidad de crear un modelo cosmológico?
 - a) Razones utilitarias
 - b) Razones místicas
 - c) Herramienta de poder

- 2) ¿Cómo se dio y qué tan grande es la transición hacia una descripción geométrica, o matemática del Universo?
 - a) Las Matemáticas utilitarias vs. las Matemáticas puras.
 - b) Las Matemáticas como el lenguaje del Universo
 - c) Las Matemáticas, ¿se descubren o se inventan?

- 3) Heliocentrismo vs. geocentrismo
 - a) Antropocentrismo vs. irrelevancia.
 - b) Religión y ciencia
 - c) El papel de la tecnología en la diseminación de las ideas.

El Universo de Newton

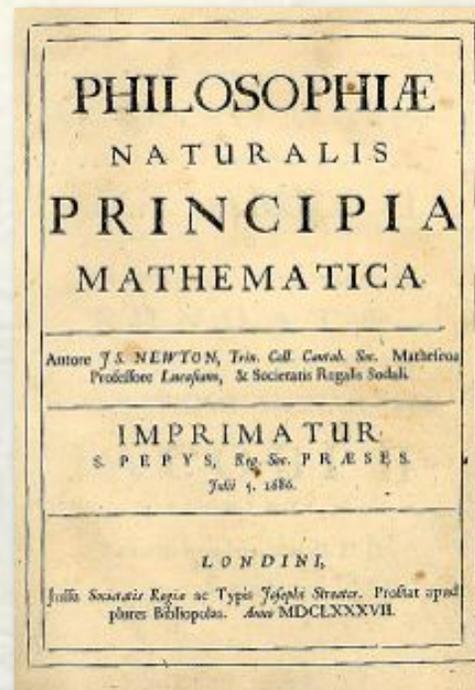


Newton y la Gravitación

El mismo año en que muere Galileo en Italia, nace en Inglaterra *Isaac Newton*, quien sienta las bases de la Física moderna.



Sir Isaac Newton (1643-1727)



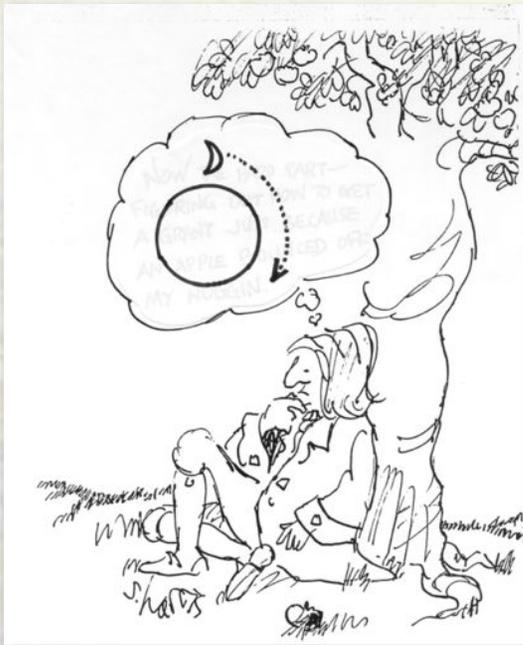
Principia Mathematica
1a. Edición (1686)



Woolsthorpe Manor in Lincolnshire,
Lugar de nacimiento de I. Newton.

La manzana y la luna

Según cuenta una leyenda, Newton empezó a pensar sobre la causa por la que los objetos caen, al observar una manzana caer de un árbol. Pronto hizo la conexión con el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra y se dio cuenta que una misma causa podía explicar ambos fenómenos.



La manzana de Newton

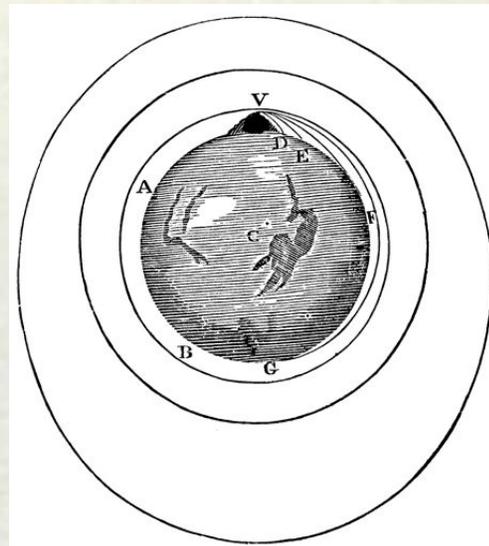
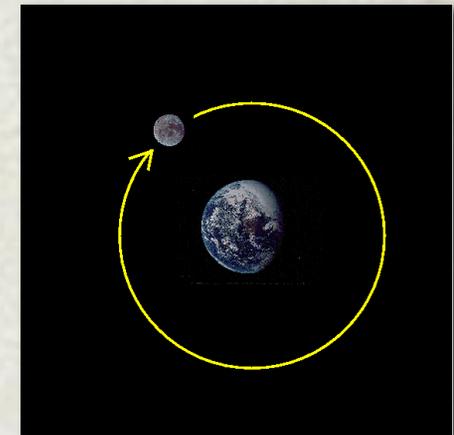


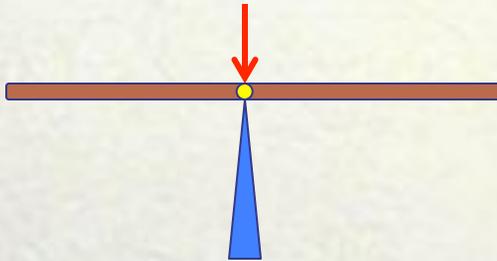
Diagrama de Principia Mathematica



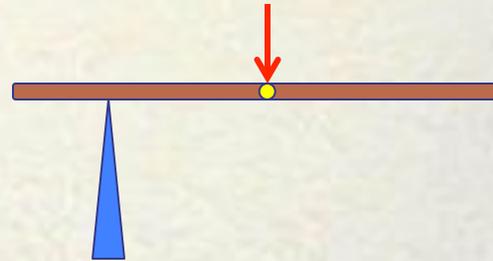
El movimiento de la Luna alrededor de la Tierra

Un poco de Mecánica

Para entender el razonamiento de Newton, debemos platicar un poco sobre los conceptos de “momento angular” y “torca”



Si sostenemos una barra poniendo el punto de apoyo justo debajo de su centro de masa, la fuerza debida al peso de la barra es cancelada exactamente por la reacción del apoyo, pues ambos se ejercen en la misma posición lateral.



Si ahora sostenemos la barra desde un punto que no coincide con su centro de masa, la fuerza debida al peso no es cancelada por la reacción del apoyo, pues ambos se ejercen en posiciones laterales diferentes.

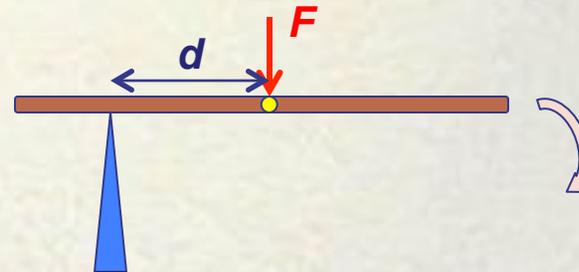
Un poco de Mecánica

Para entender el razonamiento de Newton, debemos platicar un poco sobre los conceptos de “momento angular” y “torca”

La barra adquirirá entonces un movimiento de giro alrededor del punto de apoyo. Este giro es producido obviamente por la fuerza F , pero también por la distancia d entre el punto de apoyo y el lugar donde se aplica la fuerza del peso (centro de masa). A la distancia d se le llama “brazo de palanca”.

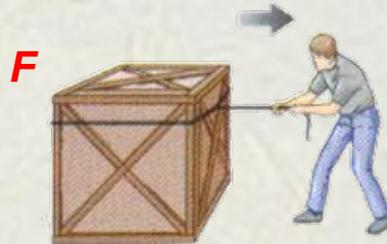
Al producto de estos dos factores se le llama “torca” y es el agente responsable del movimiento de giro.

Así como las fuerzas son responsables de las aceleraciones lineales, las torcas son las responsables de las aceleraciones angulares.



$$\mathbf{T} = d \times F$$

La fuerza que aparece en la torca es la componente que es perpendicular al brazo de palanca.



T



Un poco de Mecánica

Para entender el razonamiento de Newton, debemos platicar un poco sobre los conceptos de “momento angular” y “torca”

La magnitud del efecto de un desplazamiento lineal se mide por medio del llamado “momento lineal”, que es el producto de la masa del objeto (inercia) por su velocidad:

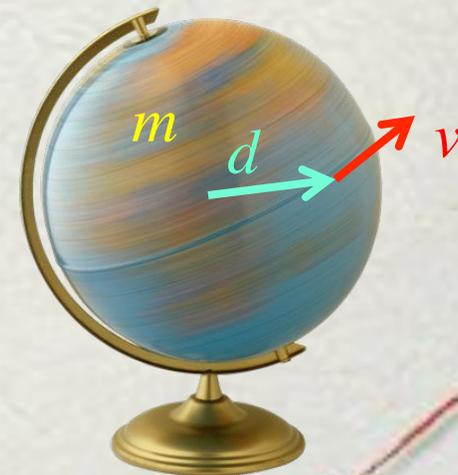
$$\mathbf{P} = m \times v$$



De forma análoga, para desplazamientos de rotación usamos el “momento angular” que incluye el brazo de palanca:

$$\mathbf{L} = m \times v \times d = \mathbf{P} \times d$$

Es importante notar que la velocidad que aparece en el momento angular es la componente que es perpendicular al brazo de palanca.



Un poco de Mecánica

Acciones de fuerzas y torcas

El cambio en el momento lineal es producido por la acción de una fuerza.
El cambio en el momento angular es debido a la acción de una torca.

$$\mathbf{F} = \Delta \mathbf{P} / \Delta t$$

$$\mathbf{T} = \Delta \mathbf{L} / \Delta t$$

Esto quiere decir que un objeto sobre el que no se ejerce fuerza, permanece con su momento lineal fijo.

Esta es la primera ley de movimiento de Newton, o "ley de inercia", que había sido descubierta anteriormente por Galileo.



Un poco de Mecánica

La ley de conservación de momento angular.

De forma análoga, un cuerpo sobre el que no se ejerce torca, mantiene constante su momento angular, o “cantidad de movimiento angular”.

Esto es ilustrado por una patinadora sobre hielo: al retraer sus brazos hacia su cuerpo, la velocidad de giro aumenta. Recordemos que el momento angular es el producto de la masa por la velocidad por el brazo de palanca. Al retraer sus brazos, la patinadora disminuye su brazo de palanca y, en compensación, la velocidad de giro debe aumentar para mantener el producto constante.

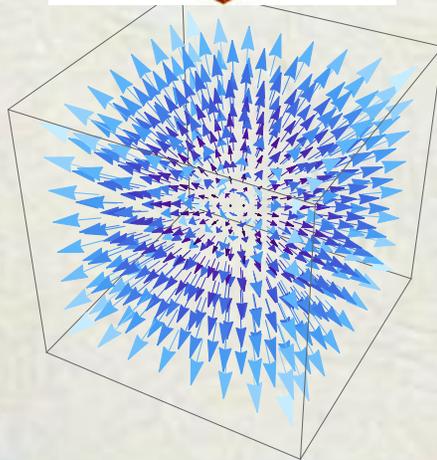
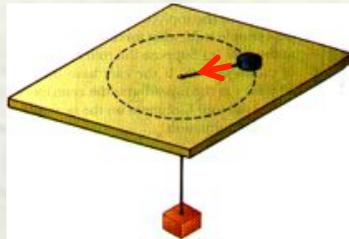


Un poco de Mecánica

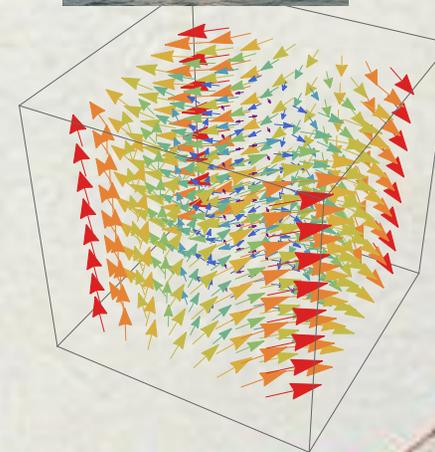
Fuerzas centrales

Introducimos ahora el concepto de “fuerza central”, que es simplemente aquella fuerza que se ejerce siempre en dirección de un punto que permanece fijo.

Fuerza central



Fuerza no central



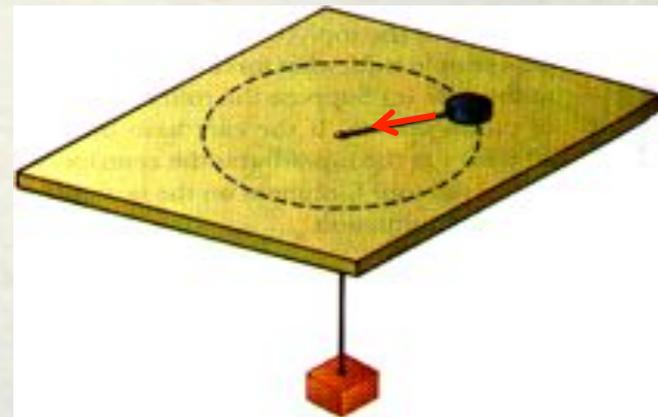
Un poco de Mecánica

Fuerzas centrales y conservación de momento angular

Una fuerza central no produce torca y, por tanto, los cuerpos que se mueven bajo su acción mantienen constante su momento angular.

La fuerza es a lo largo del brazo de palanca, lo cual no produce torca. Recordemos que la torca es el producto del brazo de palanca por la componente de la fuerza que es perpendicular al brazo de palanca.

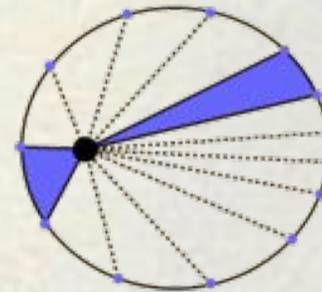
Esta propiedad de las fuerzas centrales, de conservar el momento angular, fue utilizado por Newton para encontrar que la fuerza de gravedad es una fuerza central, como veremos ahora.



Newton y las leyes de Kepler

Podemos ahora pasar a examinar como las leyes de Kepler ayudaron a Newton a deducir la Ley de atracción gravitacional.

La 2ª ley de Kepler: que los planetas barren áreas iguales en tiempos iguales, ayudó a Newton a deducir que la fuerza responsable de que los planetas se mueven alrededor de sus órbitas debe ser una fuerza central.



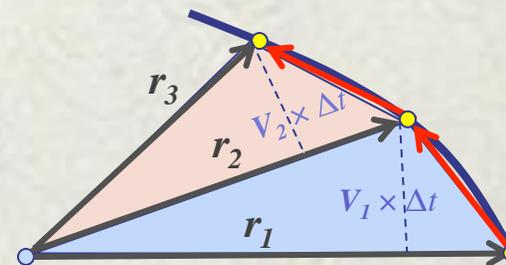
Al avanzar el planeta sobre su trayectoria, su vector de posición va barriendo áreas que podemos aproximar como triángulos, cuyas áreas son:

$$A_1 = \frac{r_1 \times (v_1 \times \Delta t)}{2}, \quad A_2 = \frac{r_2 \times (v_2 \times \Delta t)}{2}, \dots$$

Pero como todos los triángulos tienen la misma área (2ª ley de Kepler), esto quiere decir que:

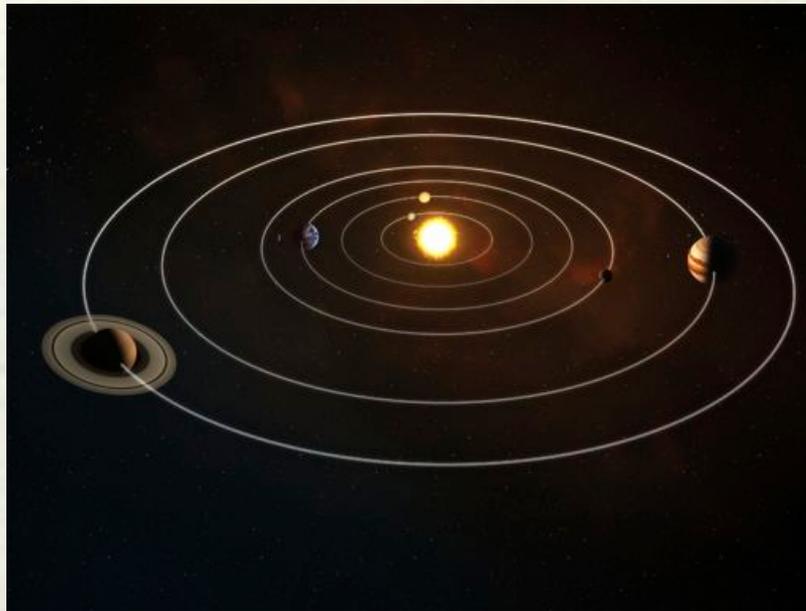
$$m \times \frac{A}{\Delta t} = m \times \left(\frac{r \times v}{2} \right) = \text{constante}$$

El producto $m \times r \times v$ es el momento angular. Luego entonces, **¡el momento angular se conserva!**



Newton y las leyes de Kepler

De la 2ª ley de Kepler, Newton dedujo que la fuerza de gravedad, responsable del movimiento de los planetas alrededor del Sol, es una fuerza central, es decir, que se origina en un punto fijo y que este punto es el Sol.



Hoy en día puede parecer obvio que la fuerza de gravedad que atrae a los planetas se origina en el Sol, pero esto no lo era en tiempo de Newton.

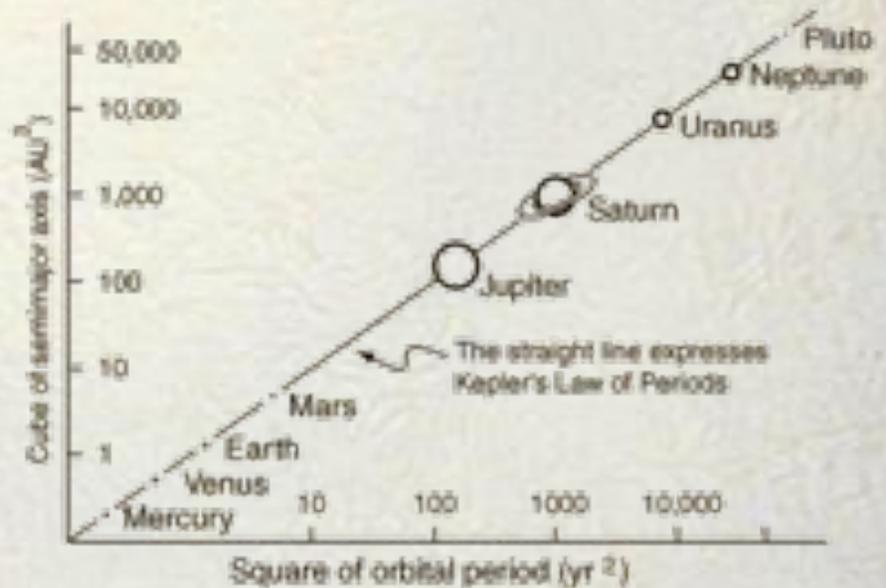
Newton y las leyes de Kepler

Veamos ahora lo que Newton dedujo de la 3ª ley de Kepler.

Recordamos que esta ley nos dice que:

$$P^2 = C \times R^3$$

Donde P es el período del planeta, R es su radio orbital y C es una constante.



Newton y las leyes de Kepler

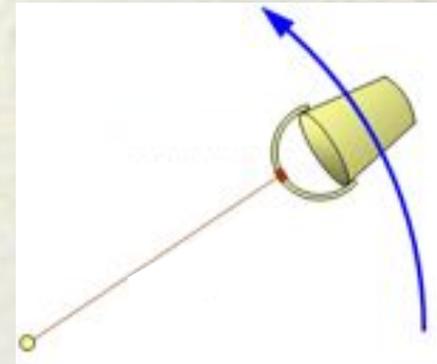
Cuando un objeto se mueve en una trayectoria circular, esto quiere decir que está sujeto a una fuerza (llamada centrípeta) que actúa en dirección al centro del círculo y cuya magnitud está dada por:

$$F_c = m \times \left(\frac{v^2}{R} \right)$$

Donde m es la masa del objeto, v su velocidad y R el radio del círculo.

Como el objeto (o en este caso, el planeta) suponemos que se mueve en un círculo (su órbita), podemos calcular su velocidad como el cociente del perímetro del círculo entre su período:

$$v = \frac{2\pi R}{P}$$



Newton y las leyes de Kepler

Con estas 2 fórmulas, estamos listos para derivar el resultado de Newton.

$$F_c = m \times \left(\frac{v^2}{R} \right) \quad v = \frac{2\pi R}{P}$$



Elevando al cuadrado la expresión para v y sustituyéndola en la expresión para F_c , obtenemos:

$$F_c = m \times \left(\frac{4\pi^2 R^2}{RP^2} \right) = m \times \left(\frac{4\pi^2 R}{P^2} \right)$$

Despejando ahora del lado izquierdo el período al cuadrado, obtenemos:

$$P^2 = 4\pi^2 m \times \left(\frac{R}{F_g} \right)$$

Donde hemos sustituido F_c por F_g , pues en el caso de los planetas, la fuerza responsable es la fuerza de gravedad.

Newton y las leyes de Kepler

Hemos encontrado que:
$$P^2 = 4\pi^2 m \times \left(\frac{R}{F_g} \right)$$

Pero la 3ª ley de Kepler nos dice que:
$$P^2 = C \times R^3$$

La única forma de que estas dos ecuaciones sean correctas simultáneamente, es que:

$$CR^3 = 4\pi^2 m \times \left(\frac{R}{F_g} \right)$$

El último paso es despejar la fuerza de gravedad:
$$F_g = \frac{4\pi^2 m}{C R^2}$$

El primer factor del lado derecho es simplemente una constante.

¡Acabamos entonces de deducir que la fuerza de gravedad es proporcional a la masa del planeta, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el Sol y el planeta!

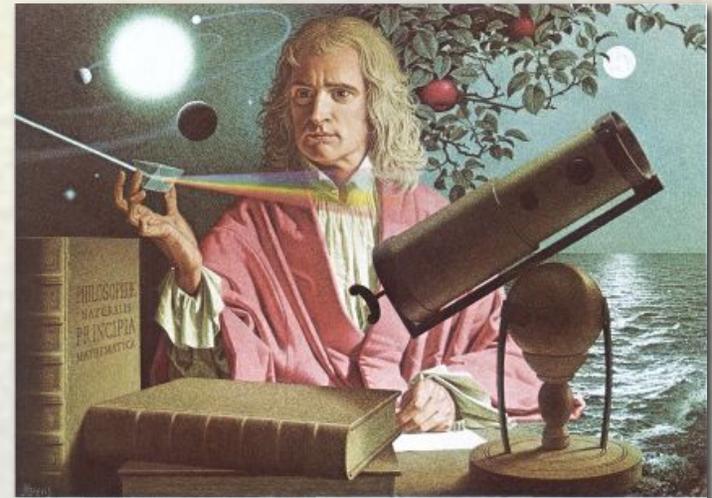
La Ley de la Gravitación Universal

“Planetas omnes in se mutuo graves esse jam ante probavimus, ut & gravitatem in unumquemque seorsim spectatum esse recíproce ut quadratum distantiae locorum a centro planetæ. Et inde consequens est gravitatem in omnes proportionalem esse materiæ in iisdem”.

Isaac Newton,
Proposición vii, Teorema VII.
Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica.

Newton dedujo que debía existir una fuerza de atracción que es proporcional al producto de las masas de los cuerpos e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.

$$F = -G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$



El Universo mecánico de Newton

La Ley de Gravitación, junto con las Leyes de movimiento de Newton, hicieron que por vez primera se pudiese calcular con gran precisión el movimiento de los cuerpos visibles del Sistema Solar.



Modelo mecánico de Sistema Solar interno

