

Problemas 1 - 3

1. Una partícula se mueve a lo largo del eje de x según la ecuación $\ddot{x} = -x$, con las condiciones iniciales $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = 0$.
 - a) Dibuja la gráfica de $x(t)$.
 - b) ¿Es periódico su movimiento? En caso que sí, encuentra el periodo de su movimiento (i.e. el tiempo que le toma volver a su posición y velocidad inicial).
 - c) Dibujar en el plano de coordenadas (x, y) la curva parametrizada por $(x(t), \dot{x}(t))$.
 - d) Dibujar las gráficas de su energía cinética $T = (\dot{x})^2/2$ y potencial $V = x^2/2$ como función de tiempo. Dibuja las dos gráficas ensimadas y verifique la ley de conservación de energía, $E = T + V = \text{constante}$.
 - e) Repetir los 4 incisos anteriores con $x(1) = 2$, $\dot{x}(0) = 0$.
 - f) Dibuja el retrato de fase de la ecuación. (Es decir, hay que dibujar curvas como en el inciso (c), para todas condiciones iniciales posibles, o un número suficiente de ellas para tener idea clara de como se ve el retrato).
2. Dibujar el retrato de fase de las siguientes ecuaciones:
 - a) $\ddot{x} = -2x$ (oscilador armónico).
 - b) $\ddot{x} = x$ (equilibrio inestable).
 - c) $\ddot{x} = -\text{sen } x$ (péndulo).
 - d) $\ddot{x} = -1$ (piedra que se cae).
 - e) $\ddot{x} = -1/x^2$ (aterizaje duro).
3. Una partícula se mueve en el plano según la fórmula $(x, y) = (\cos 2t, \text{sen } 2t)$.
 - a) Encuentra su posición cuando $t = 1/4$.
 - b) Encuentra los tiempos t cuando se encuentra en $(0, 1)$.
 - c) Encuentra los vectores de velocidad y aceleración al pasar en $(0, 1)$. Dibujar.