
Tarea num. 8
(Para el 3 oct., 2003)

Definiciones:

- Dado un epacio vectorial V sobre un campo F, el *subespacio generado por un subconjunto* C es la intersección es todos los subespacios de V que contienen a C. Notación: $\langle C \rangle$.
- Dados k vectores $v_1, \ldots, v_k$ en un espacio vectorial V sobre F, un vector $v \in V$ es una *combinación lineal* de $v_1, \ldots, v_k$ si existen k escalares $c_1, \ldots, c_k \in F$ tal que $v = c_1v_1 + \ldots + c_kv_k$.
- Un subconjunto C de un espacio vectorial V sobre F es *linealmente dependiente* si existen k vectores distintos $v_1, \ldots, v_k \in C$ y k escalares $c_1, \ldots, c_k$, no todos 0, tal que $c_1v_1 + \ldots + c_kv_k = \mathbf{0}$ ("se puede expresar el vector nulo como combinación lineal no trivial de elementos de C). Un conjunto linealmente independiente es un conjunto que no es linealmente dependiente.

Problemas

1. Del libro de texto:
   - Pag. 33: 3.
   - Pag. 39: 3,4,7.
2. Sea V el espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$ de todas las funciones $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Para cada $n \in \mathbb{N}$ definimos $f_n \in V$ por $f_n(x) = x^n$. Sea $C := \{f_n \mid n \in \mathbb{N}\}$.
   (a) Demuestra que C es un conjunto infinito linealemente independiente.
   (b) Demuestra que C no genera a todo V.