Tarea num. 8

(Por entregar el viernes, 26 de mar., 2004.)

1. Pág. 287: 15, 17; pag. 306-307: 5, 6, 12.

   Notas:
   (a) Problema 17 de la pág. 288 era opcional en la tarea 7. En esta no es opcional ...
   (b) En problema 6a (pág. 306): "unitario" significa que U es una isometria. "Autoadjunto" significa que $(Uv, w) = (v, Uw)$ para todo $v, w \in V$ (ver pág. 292 y 295).
   (c) Sugerencia para problema 12 de la pág. 307: Toma W como el espacio propio asociado al valor propio $\lambda = 1$.

2. Demuestra que toda isometría T de $\mathbb{R}^3$ (con el producto interno canónico), es (1) una rotación por cierto ángulo alrededor de un eje, o (2) una reflexión por un plano. Demuestra también que los casos (1) y (2) corresponden a $det(T) = 1$ y $det(T) = -1$ (resp.).

3. (Opcional) Generalizar el problema anterior para un espacio euclidiano de dimension n.

   Sugerencia para los ultimos dos problemas: demuestra primero el siguiente lema. Si T es una isometria de un espacio euclidean V y $W \subset V$ es un subespacio invariante bajo T (o sea, $T(W) \subset W$), entonces el complemento ortogonal de W es tambien invariante bajo T.