2DA. LISTA DE ALGEBRA LINEAL II

1. Si
$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
y $x(0) = 1$, $y(0) = 2$, calcule $x(3)$ e $y(3)$.

2. Calcule A^{30} y B^{20}, donde $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$.

3. Escriba las siguientes matrices en forma canónica de Jordan.
$$\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 5 & 0 \\ -2 & 5 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix},$$
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

4. Calcule e^{At} para cada una de las matrices A en el item anterior y haga un diagrama de todas las soluciones de $X' = AX$.

5. Construya una matriz 3×3 tal que la sucesion $X_{n+1} = AX_n$, $X_0 = (1, 0, 0)$ sea acotada.

6. Construya una matriz A, 3×3 tal que las suceciones $X_{n+1} = AX_n$, $X_0 = (1, 0, 0)$; $Y_{n+1} = AY_n$, $Y_0 = (2, 1, 1)$, satisfagan $\lim_{n\to+\infty} X_n = 0$ y $\lim_{n\to+\infty} \|Y_n\| = +\infty$.

7. Construya una matriz A, 3×3 tal que las soluciones de $\frac{d}{dt}X(t) = AX(t)$, $X(0) = (1, 0, 0)$; $\frac{d}{dt}Y(t) = AY(t)$, $Y(0) = (2, 1, 1)$, satisfacen $\lim_{t\to+\infty} X(t) = 0$ y $\lim_{t\to+\infty} \|Y(t)\| = +\infty$.

8. Construya una matriz A, 3×3 tal que las soluciones de
$$\tfrac{d}{dt}X(t) = AX(t)$$
satisfacen
(a) $X(t)$ es acotada si $X(0)$ está en el plano $x + y + z = 0$.
(b) $\lim_{t\to+\infty} X(t)/\|X(t)\| = (1, 1, 1)$ si $X(t)$ no está en el plano $x + y + z = 0$.

Date: 28 de abril del 2000.