

Examen diagnóstico - Cálculo 4

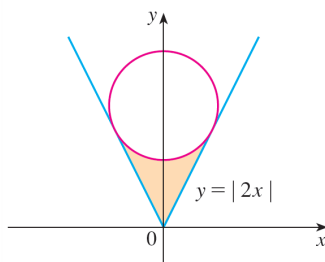
1. Evalúa las siguientes integrales

$$\int_{-1}^1 \frac{\sin x}{1+x^2} dx$$
$$\int \frac{dx}{2x^2 + 3x + 1}$$
$$\int \cos \sqrt{x} dx$$

2. Calcula la derivada

$$\frac{d}{dt} \int_0^t f(t, s) ds$$

3. Una circunferencia de radio 1 es tangente a la gráfica de $y = |2x|$ en dos puntos distintos. Calcula el área de la región entre estas dos curvas



4. Bosqueja una gráfica de la curva $(x^2 + y^2)^3 = 4x^2y^2$ (Pista: Usa coordenadas polares).
5. Calcula el volumen del tetraedro cuyos vértices son $(1, 1, 1)$, $(-1, -1, 1)$, $(1, -1, -1)$ y $(-1, 1, -1)$.
6. Calcula una parametrización de la intersección del cono $x^2 + y^2 = z^2$ y el plano dado por $x + 2y + 3z = 1$.
7. Calcula la ecuación del plano tangente a la cónica $xy + yz + zx = 1$ en los puntos donde interseca a la recta $x = 2y = 3z$.
8. Considera el mapeo $T: (x, y) \mapsto (u, v)$ dado por las ecuaciones

$$u = x^2 - y^2, \quad v = 2xy.$$

- (a) ¿Es el mapeo inyectivo?
- (b) ¿Es el mapeo sobreyectivo?
- (c) Determina la región $T([0, 1]^2)$.
- (d) Determina la región $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid T(x, y) \in [0, 1]^2\}$.