

# INTRODUCCIÓN A LA CRIPTOGRAFÍA

Escuela de Verano  
[2019]



Luis J. Dominguez Perez

Lecture 3



GOBIERNO DE  
**MÉXICO**



## Firmas y Certificados Digitales

SSL

Los servicios más importantes son:

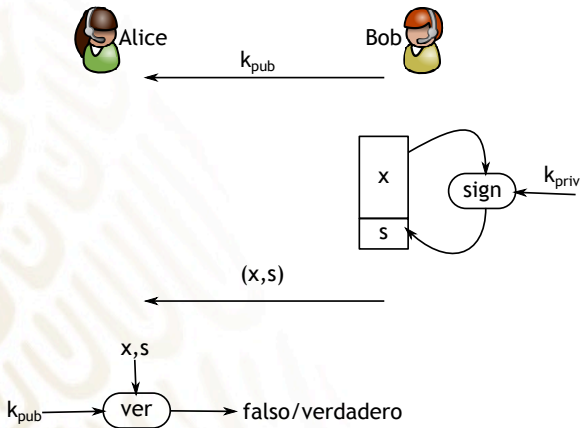
- Confidencialidad
- Integridad
- Autenticación de mensajes
- No repudiación

Existen otros servicios opcionales que dependen de la aplicación:

- Identificación o autenticación de entidades
- Control de acceso
- Disponibilidad
- Auditoría
- Seguridad física
- Anonimato

- La propiedad de demostrar que cierta persona generó un mensaje es crítica en muchas aplicaciones.
- En el mundo “analógico”, se utilizan firmas a mano sobre papel.
- Sólo la persona que crea la firma, puede reproducirla.

Esto es posible mediante criptografía de clave pública. El signatario firma utilizando su clave privada, el receptor utiliza la clave pública para verificar.

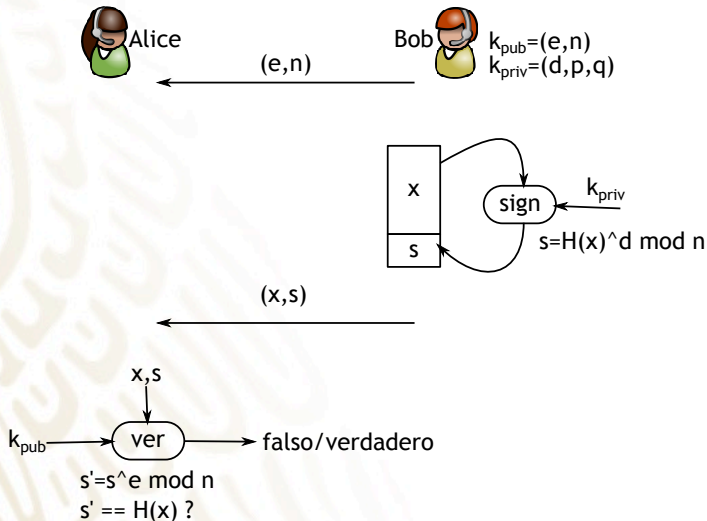


Diseñado en 1977 por Ron Rivest, Adi Shamir, y Leonar Adleman.

- Sean  $p$  y  $q$  dos diferentes grandes números primos aleatorios
- El módulo  $n$  es el producto de  $p$  y  $q$
- La función  $\Phi(n) = (p - 1)(q - 1)$
- Seleccionamos  $1 < e < \Phi(n)$ , tal que el  $\text{MCD}(e, \Phi(n)) = 1$ ;  $e = 2^{16} + 1$  típicamente
- Se calcula  $d \equiv e^{-1} \pmod{\Phi(n)}$

La clave pública es  $e$ , y  $n$ . La clave privada es  $d$ , y los primos  $p$  y  $q$ .

## Firma RSA básica





## Firma

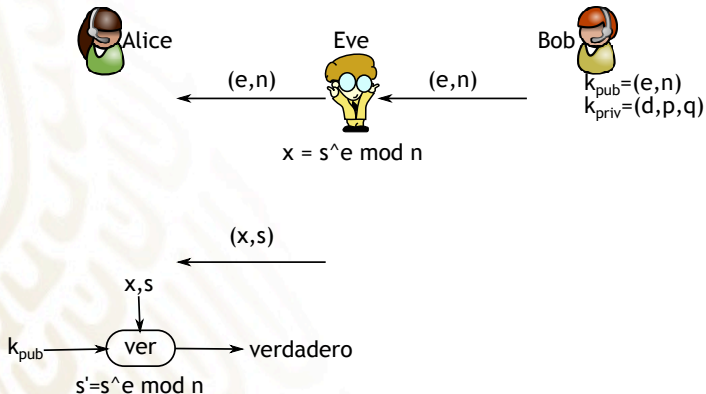
```
1 from Crypto.Signature import PKCS1_v1_5
2 from Crypto.Hash import SHA
3 from Crypto.PublicKey import RSA
4
5 message = 'To be signed'
6 key = RSA.importKey(open('privkey.der').
7     read())
8 h = SHA.new(message)
9 signer = PKCS1_v1_5.new(key)
signature = signer.sign(h)
```

## Verificación

```
1 key = RSA.importKey(open('pubkey.der').  
    read())  
2 h = SHA.new(message)  
3 verifier = PKCS1_v1_5.new(key)  
4 if verifier.verify(h, signature):  
5     print "The signature is authentic."  
6 else:  
7     print "The signature is not authentic."  
    "
```

Code taken from PyCrypto Documentation.

## Sobre validación de firmas ficticias



- El cifrado Elgamal fue propuesto por Taher Elgamal en 1985.
- Es una extensión del intercambio de llaves de Diffie-Hellman (DHKE)

- Generación de llaves:
  - Generar un primo  $p$
  - Encontrar un elemento  $\alpha \in \mathbb{Z}_p^*$
  - Seleccionar un elemento aleatorio  $d$ , con  $2 < d < p - 2$
  - Calcular  $\beta = \alpha^d \bmod p$

- Firma de mensaje:
  - Dado un mensaje  $M$
  - Seleccione una llave efímera  $k_E$ , con  $0 < k_E < p - 2$ , con  $\text{MCD}(k_E, p - 1) = 1$
  - Calcule  $r \equiv a^{k_E} \pmod{p}$
  - Calcule  $s \equiv (M - d \cdot r)k_E^{-1} \pmod{p - 1}$
- La firma de  $M$  es  $(r, s)$

- Verificación de firma:
  - Calcule  $t \equiv \beta^r \cdot r^s \pmod{p}$
  
- Si  $t \equiv \alpha^x \pmod{pq}$ , la firma verificó.

# Ejemplo, M a firmar



$$p = 29, \alpha = 2$$

$$d = 12$$

$$\beta = \alpha^d \equiv 7$$

$$k_{\text{pub}}(p, \alpha, \beta) = (29, 2, 7)$$



$$k_E = 5$$

$$(5, 28) = 1$$

$$x = 26$$

$$r = 2^5 \equiv 3$$

$$s = -10 \cdot 7 \equiv 26$$

$$(26, (3, 26))$$



$$t = 7^3 \cdot 3^{26} \equiv 22$$

$$\alpha^x \equiv 2^{26} \equiv 22$$

$$t \equiv \alpha^x \Rightarrow \text{OK}$$



La firma estándar DSA contiene los siguientes pasos:

- Generación de claves:
  - Generar un primo  $p$ , con  $2^{1023} < p < 2^{1024}$
  - Encontrar un primo  $q$  divisor de  $p$ , con  $2^{159} < q < 2^{160}$
  - Encontrar un elemento  $\alpha$ , cuyo orden sea igual a  $q$
  - Seleccionar un elemento aleatorio  $d$ , con  $1 < d < q$
  - Calcular  $\beta = \alpha^d \bmod p$
- Las claves son:
  - Pública:  $(p, q, \alpha, \beta)$
  - Privada:  $d$

- Firma de mensaje:
  - Dado un mensaje  $M$
  - Seleccione una llave efímera  $k_E$ , con  $0 < k_E < q$
  - Calcule  $r \equiv (a^{k_E} \bmod p) \bmod q$
  - Calcule  $s \equiv (SHA(M) + d \cdot r)k_E^{-1} \bmod q$
- La firma de  $M$  es  $(r, s)$

- Verificación de firma:
  - Calcule  $w \equiv s^{-1} \pmod{q}$
  - Calcule  $u_1 \equiv w \cdot \text{SHA}(M) \pmod{q}$
  - Calcule  $u_2 \equiv w \cdot r \pmod{q}$
  - Calcule  $v \equiv (\alpha^{u_1} \cdot \beta^{u_2} \pmod{p}) \pmod{q}$
- Si  $v \equiv r \pmod{q}$ , la firma verificó.

# Ejemplo, $M$ a firmar



$$p = 59, q = 29$$

$$\alpha = 3, d = 7$$

$$\beta = \alpha^d \equiv 4$$

$$\leftarrow k_{\text{pub}}(p, q, \alpha, \beta) = (59, 29, 3, 4)$$

$$k_E = 10$$

$$r = (3^{10} \bmod 59)$$

$$\equiv 20 \bmod 29$$

$$s = (26 + 7 \cdot 20) \cdot 3$$

$$\equiv 5 \bmod 29$$

$$\leftarrow (M, (r, s))$$

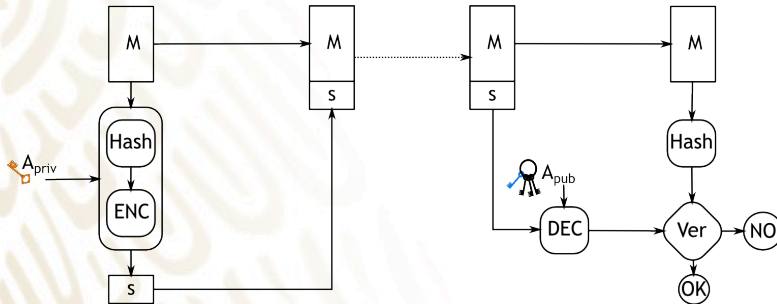
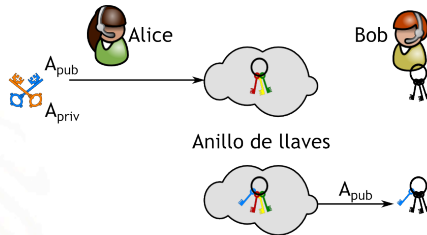
$$w = 5^{-1} \equiv 6 \bmod 29$$

$$u_1 = 6 \cdot 26 \equiv 11 \bmod 29$$

$$u_2 = 6 \cdot 20 \equiv 4 \bmod 29$$

$$v = 20 \equiv (3^{11} \cdot 4^4 \bmod 59) \bmod 29$$

- Un método particularmente eficiente en aplicaciones en donde el consumo eléctrico o el espacio es restringido son las firmas cortas basadas en curvas elípticas.
- La criptografía basada en curvas elípticas es un tipo de criptografía de clave pública que requiere menos espacio de la clave que sus contrapartes.
- La criptografía de curvas elípticas es mucho más elaborada, pero permite la implementación eficiente de protocolos de seguridad más interesantes, o a un menor costo.



- Los protocolos de seguridad contienen generalmente varios pasos para definirlos *formalmente*.
- Los pasos incluyen:
  - Setup
  - Key generation
  - Encryption
  - Decryption
  - Key delegation
  - Key revocation
  - ...

Los pasos dependen del protocolo en particular

Es un documento que mediante una firma digital de una entidad de confianza, previamente almacenada en el equipo solicitante, asocia una clave pública con una identidad: nombre de la persona, organización, dirección, etc.

El certificado sirve para garantizar que una clave pública en particular pertenece al que dice ser el poseedor de la contraparte privada.

Los certificados son emitidos por una entidad de confianza, una Autoridad Certificadora.



Es un documento que mediante una firma digital de una entidad de confianza, previamente almacenada en el equipo solicitante, asocia una clave pública con una identidad: nombre de la persona, organización, dirección, etc.

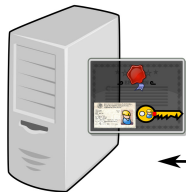
El certificado sirve para garantizar que una clave pública en particular pertenece al que dice ser el poseedor de la contraparte privada.

Los certificados son emitidos por una entidad de confianza, una Autoridad Certificadora... aunque en la práctica la relación de confianza se delega a Mozilla, Microsoft, Apple.

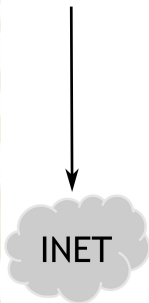
Las responsabilidades básicas son:

- Generación de llaves (Intercambio seguro)
- Emisión de Certificados (¿Qué son?)
- Emisión de CRL's (¿Para qué sirven?)

Servidor CA



Entidad



Verificador



El estándar X.509 establece el formato ASN1 para los certificados digitales, que contienen:

- Número serial
- Sujeto: Persona o entidad identificada
- Algoritmo de firma digital
- Firma digital
- Emisor
- Inicio validez
- Fin validez
- Propósito de la llave: cifrado, firma digital, firma de certificados
- LLave pública
- Algoritmo de huella digital
- Huella digital

Certificate:

Data:

Version: 3 (0x2)

Serial Number:

07:23:53:8d:87:6d:b6:27:fc:1e:08:aa:49:96:d9:60

Signature Algorithm: sha1WithRSAEncryption

Issuer: C=US, O=DigiCert Inc, OU=www.digicert.com, CN=DigiCert High Assurance CA-3

Validity

Not Before: Oct 8 00:00:00 2012 GMT

Not After : Dec 16 12:00:00 2015 GMT

Subject: C=MX, ST=Distrito Federal, L=Mexico, O=Centro de Investigacion... CN=\*.cinve

Subject Public Key Info:

Public Key Algorithm: rsaEncryption

Public-Key: (2048 bit)

Modulus:

00:d8:dc:9d:1a:7e:d4:6f:49:5b:7a:95:6a:57:6c:

05:8a:c1:0b:3f:b1:03:e0:1a:53:e5:22:8f:bd:6c:

c1:59:ec:13:68:5e:f2:6f:44:55:21:36:8c:82:d9:

84:4a:e7:97:55:84:f2:cf:71:ad:e4:e5:a6:73:5c:

be:5c:23:2d:ab:3b:5d:b7:c3:de:2f:0a:35:74:84:

46:23:39:20:78:d4:8b:47:eb:e1:d4:b4:c2:ab:59:

8d:7d:33:98:b3:f7:bf:3a:07:c0:64:8a:4f:a6:78:

55:87:13:a5:54:b5:e7:be:15:dc:da:9d:61:8c:06:

1f:e6:29:01:1e:ab:61:5d:bf:06:cb:ec:48:89:b0:

88:6f:e5:b0:4b:bf:83:bd:a0:58:bf:ff:33:0d:f8:

c7:73:ff:00:0b:64:f2:2b:9a:69:3f:d5:74:d3:12:

0f:e9:15:70:f8:7c:f1:2b:5c:70:d4:49:ce:01:c9:

65:47:5f:a2:8f:8f:fa:af:2a:00:c9:ec:20:fd:33:

90:12:5c:1c:46:2b:44:24:04:77:44:82:98:26:93:

Exponent: 65537 (0x10001)  
X509v3 extensions:  
    X509v3 Authority Key Identifier:  
        keyid:50:EA:73:89:DB:29:FB:10:8F:9E:E5:01:20:D4:DE:79:99:48:83:F7  
  
    X509v3 Subject Key Identifier:  
        37:92:15:14:C3:5C:87:5F:C4:63:E2:F3:20:C1:8F:0C:92:B7:BC:7D  
    X509v3 Subject Alternative Name:  
        DNS:\*.cinvestav.mx, DNS:cinvestav.mx, DNS:www.tamps.cinvestav.mx,  
        DNS:webmail.tamps.cinvestav.mx, DNS:noc.tamps.cinvestav.mx  
    X509v3 Key Usage: critical  
        Digital Signature, Key Encipherment  
    X509v3 Extended Key Usage:  
        TLS Web Server Authentication, TLS Web Client Authentication  
    X509v3 CRL Distribution Points:  
  
        Full Name:  
            URI:http://crl3.digicert.com/ca3-g15.crl  
  
        Full Name:  
            URI:http://crl4.digicert.com/ca3-g15.crl  
  
    X509v3 Certificate Policies:  
        Policy: 2.16.840.1.114412.1.1  
        CPS: http://www.digicert.com/ssl-cps-repository.htm  
        User Notice:  
            Explicit Text:  
  
    Authority Information Access:  
        OCSP - URI:http://ocsp.digicert.com  
        CA Issuers - URI:http://cacerts.digicert.com/DigiCertHighAssuranceCA-3.crt  
  
    X509v3 Basic Constraints: critical  
        CA:FALSE

Signature Algorithm: sha1WithRSAEncryption

89:72:14:45:fc:52:d2:46:12:ff:fa:f4:c5:4f:fd:7b:0e:e4:  
a7:d9:a1:6d:d4:4e:09:aa:c0:30:2f:1a:92:eb:0c:5b:6a:8f:  
58:26:59:bc:95:d7:73:28:36:47:d1:14:6e:e5:95:d1:ae:35:  
57:3d:2e:c2:9e:86:9f:08:47:a4:31:61:5d:4b:d6:3f:0a:60:  
0d:e4:f3:11:aa:69:9d:c1:6b:ed:ea:53:82:e0:b3:f7:cd:c4:  
d2:b5:5e:60:ef:35:d2:bb:19:68:84:c9:c0:82:8d:e1:80:e8:  
e8:0a:d0:d4:b0:b7:13:4f:43:24:e6:6f:37:4d:8b:f0:b9:0e:  
af:3c:d7:61:89:24:6b:8a:88:88:82:7e:de:4c:12:8a:64:2b:  
75:ca:18:e9:11:8f:7a:c4:0a:55:2a:d6:6a:a8:84:2e:6d:d9:  
f9:f5:fc:48:96:bf:e3:87:2c:02:41:ab:1a:6b:ce:e3:16:65:  
0a:08:56:a2:be:28:ea:47:d2:03:bb:28:ab:f1:b4:ec:62:44:  
cd:c4:14:5d:2c:13:21:6a:d0:6e:6c:29:ba:80:9c:08:a2:50:  
bb:7c:ac:56:41:c0:64:3e:2a:c3:e1:44:38:a0:31:2a:68:4b:  
43:02:27:eb:a5:87:71:e6:79:09:51:a6:82:83:28:30:0f:9a:  
d7:3d:5f:c6

## Ejercicio de creación de certificados.

- Generación de Parámetros DSA

```
openssl dsaparam 2048 -out dsaparams.pem
```

- Generación de Llaves

```
openssl gendsa -out dsarootkey.pem dsaparams.pem
```

- Generación de certificado raíz auto-firmado

```
openssl req -newkey dsa:dsaparams.pem -keyout  
dsarootkey.pem -new -x509 -days 365 -out  
rootcert.pem
```

- Examinando el certificado

```
openssl x509 -text -in rootcert.pem | more  
openssl asn1parse -in rootcert.pem | more
```



- Generando certificado para el cliente

```
openssl req -newkey dsa:dsaparams.pem -keyout  
dsakey.pem -new -days 365 -out dsareq.pem
```

- Expedición del Certificado

```
openssl x509 -days 180 -CA rootcert.pem -CAkey  
dsarootkey.pem -req -CAcreateserial -CAserial  
ca.srl -in dsareq.pem -out newcert.pem
```

- Examinando el certificado emitido

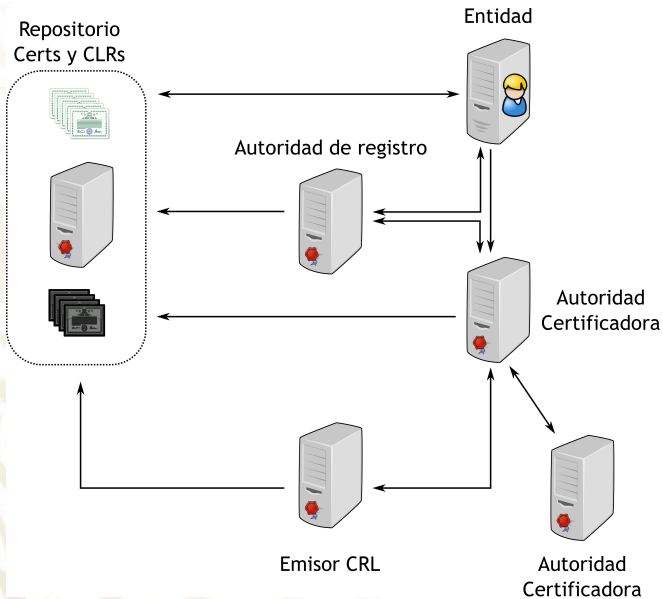
```
openssl x509 -text -in newcert.pem | more  
openssl asn1parse -in newcert.pem | more
```

- Verificación del Certificado

```
openssl verify -CAfile rootcert.pem newcert.pem
```

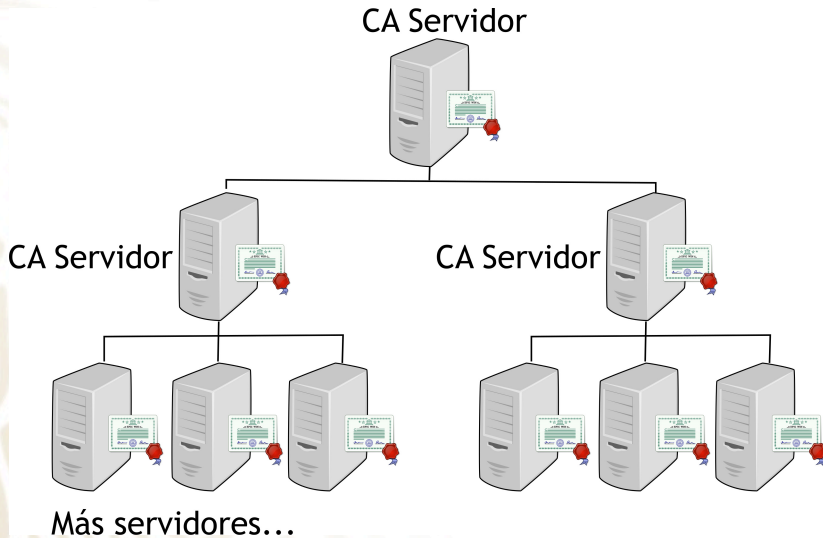
- La *Infraestructura de Llave Pública (PKI)* es una combinación de software, tecnologías de cifrado, y servicios que permiten proteger la seguridad de las transacciones de información en un sistema distribuido.
- PKI integra (mas bien lo intenta) certificados digitales, criptografía de llave pública y autoridades de certificación en una arquitectura de seguridad unificada.

# Diagrama PKI



- **Entidad final.** Término genérico para denotar a los usuarios finales o cualquier entidad que pueda ser identificada (personas, servidores, compañías, etc.) mediante un certificado digital expedido por una Autoridad Certificadora.
- **Autoridad Certificadora (AC).** La AC es la entidad que expide los certificados digitales, así como la lista de revocación (CRL). Adicionalmente puede soportar funciones administrativas, aunque generalmente éstas son delegadas a una o varias Autoridades de Registro.

- **Autoridad de Registro (AR).** Una AR es componente opcional que puede asumir funciones administrativas de la CA.
- **Repositorio.** El repositorio es el término genérico utilizado para denotar cualquier método para almacenamiento de certificados y listas de revocación (CRLs) que permita el acceso por parte de las entidades finales a dichos documentos.
- **Emisor CRL.** El emisor CRL es un componente opcional el cual puede ser utilizado por una AC para delegar las tareas de publicación de las listas de revocación.



## Firmas y Certificados Digitales

SSL

SSL (Secure Sockets Layer) / TLS (Transport Layer



Security)



- SSL (Secure Sockets Layer) es el estándar de seguridad para el establecimiento de un enlace cifrado entre un servidor web y un navegador (aunque se puede utilizar para otros fines).
- Este enlace asegura que todos los datos que pasen entre el servidor y el cliente mantengan su privacidad e integridad
- Este es el estándar para la protección de transacciones comerciales en línea.

- **Secure Network Programming API.** Los trabajos iniciales incluían la API Secure Network Programming (SNP). En 1993 exploraron el tener una capa de transporte segura que se pareciera a los sockets Berkeley, para facilitar la compatibilidad.
- **SSL 1.0.** El protocolo SSL fué originalmente desarrollado por Netscape, precursor del Navegador Firefox. Esta versión no se hizo pública.

- **SSL 2.0.** Liberada en febrero de 1995, tenía un número de vulnerabilidades de software que propiciaron el desarrollo de la versión 3.0.
- **SSL 3.0** Liberada en 1996, es un rediseño por parte de Kocher, Karilton y Freier. El RFC 6101 se realizó como documento histórico.

El algoritmo básico fue escrito por Elgamal, quien trabajó para Netscape.

- **TLS 1.0.** Se definió en el RFC 2246 en enero de 1999. Es una mejora menor a SSL 3.0, pero que afecta la compatibilidad. Contiene soporte para negociar versiones de SSL.
- **TLS 1.1** Se definió en el RFC 4346 en abril de 2006, y tiene mejoras de seguridad.
- **TLS 1.2** Fué definido en el RFC 5246 en agosto de 2008. Incluye soporte para funciones actualizadas como AES y SHA-256.

*Alice*

*Bob*

Verificar Certificado  
Genera 48-byte random PMS  
MS = (PMS, CRnd, SRnd, etc.)

Genera llaves simétricas

Client Random →

← Server Random, Certificate

PMS cifrado c/RSA PKCS#1v1.5  
+ PRF(MS, string1) →

← PRF(MS, string2)

⋮  
Change of cipher →

← bulk communication →

Verificar cliente

- Se cambia el problema de verificar la llave pública de Bob, por verificar la llave pública de la Autoridad Certificadora.
- Aunque son varias Autoridades Certificadoras, habría mucho más servidores web que verificar.
- El problema termina siendo transparente para el usuario, ya que las Autoridades Certificadoras se instalan con el Sistema Operativo, o cuando se instala un navegador. El proveedor de la aplicación hace el mantenimiento por el usuario.

- SSL/TLS se reduce al problema de verificar las llaves públicas del otro extremo (mediante la CA)
- Se apoya el proceso con las listas de revocación (aunque se dice que en la práctica esto rara vez sucede)

¿Qué pasa si no se utilizan listas de revocación?

- Si alguna de las llaves utilizadas en la comunicación entre dos partes se conoce, se presenta una catástrofe, ya que se puede descifrar la comunicación futura entre las partes.
- Sin embargo, si un escucha estuvo guardando la comunicación cifrada entre las partes, dicha comunicación puede ser descifrada, y se tendría acceso a la información anterior.



- Un protocolo criptográfico tiene **perfect forward secrecy** si al comprometer llaves de uso a largo plazo (bulk communication/cifrado para almacenamiento), no se compromete la comunicación de las llaves de sesión anterior.
- La idea es que la llave utilizada para proteger la transmisión de datos no se utilice para derivar llaves adicionales. Si la llave se derivó de otro material procedente de una llave, ese mismo material no debe ser utilizado para derivar más llaves.

Cada conexión SSL pasa por un *SSL handshake* en donde se acuerda lo siguiente:

- Se comunican las habilidades de cada parte
- Se autentica
- Se acuerdan las *llaves de sesión* (intercambio de llaves)

La idea del intercambio de llaves es acordar las llaves de manera segura

El método más común es RSA, sin embargo, cualquiera con acceso a la llave privada del servidor, puede obtener las llaves de sesión, y descifrar la comunicación

- Un dispositivo de seguridad podría descifrar la transmisión y analizarla en busca de malware
- Un adversario podría guardar la transmisión, y leerla después

SSL soporta *forward secrecy* con el Diffie-Hellman Exchange (DHE), y con el Elliptic Curve Diffie-Hellman Exchange (ECDHE):

- DHE es muy lento, por lo que los operadores de sitios web lo deshabilitan
- ECDHE también es lento, pero más rápido que el DHE

Alice

Bob

Dados  $p$  y

$\alpha$

$$a \in_R \mathbb{Z}_p^*$$

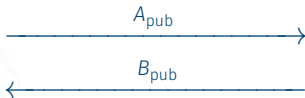
$$A_{\text{priv}} = a$$

$$A_{\text{pub}} \equiv \alpha^a \pmod{p}$$

$$b \in_R \mathbb{Z}_p^*$$

$$B_{\text{priv}} = b$$

$$B_{\text{pub}} \equiv \alpha^b \pmod{p}$$



$$k_{AB} \equiv (B_{\text{pub}})^a \pmod{p}$$

$$k_{AB} \equiv (A_{\text{pub}})^b \pmod{p}$$

Dado que siempre se utilizan valores aleatorios nuevos, a este algoritmo se le conoce como Ephemeral Diffie-Hellman (EDH, o simplemente DHE).

- El DHE puede ser acelerado si utilizamos su modalidad con curvas elípticas. En lugar de utilizar el problema del logaritmo discreto sobre la exponenciación modular, se utiliza la estructura algebraica de las curvas elípticas.
- Se puede obtener el mismo nivel de seguridad de RSA con claves mucho menores...

Familia	Criptosistema	Nivel de seguridad		
		128	192	256
Factorización entera	RSA	3072 bit	7680 bit	15360 bit
Logaritmo discreto	DH, DSA, Elgamal	3072 bit	7680 bit	15360 bit
Curvas elípticas	ECDH, ECDSA	256 bit	384 bit	512 bit
Clave simétrica		128 bit	192 bit	256 bit

- En lugar de definir  $p$  y  $\alpha$ , se define una curva elíptica de la siguiente forma:  $y^2 = x^3 + \alpha x + \beta$ , un primo  $p$ , y un punto generador  $G$ .
- El RFC 4492 establece el uso de curvas elíptica en el TLS
- Existen unas curvas estandarizadas por el NIST:  $p-256$ ,  $p-384$ , y  $p-521$
- En lugar de exponenciaciones modulares, se utiliza la llamada multiplicación escalar-punto

La comunidad académica está pujando por la integración en estándares de las siguientes curvas:

<http://safecurves.cr.jp.to/>