

Ejercicios de Geometría Analítica

18 de Abril de 2013.

Ejercicio 1. Indique cuáles de los siguientes puntos satisfacen que su distancia al punto $Q = (1, 0)$ es igual a su distancia a la recta $x = -1$?

- (a) $P = (0, 0)$,
- (b) $P = (1/8, 1)$,
- (c) $P = (1/2, 2)$,
- (d) $P = (1, 2)$,
- (e) $P = (1, \sqrt{8})$,
- (f) $P = (9/4, 3)$,
- (g) $P = (9/8, -3)$,
- (h) $P = (4, 4)$,

Ejercicio 2. Indique cuáles de los puntos del problema anterior satisfacen la ecuación $y^2 = 8x$.

Ejercicio 3. ¿Cuál es la distancia del punto $P = (1, \sqrt{4c})$ al punto $Q = (c, 0)$? ¿Y a la recta $x = -c$?

Ejercicio 4. ¿Cuál es la distancia del punto $P = (2, \sqrt{8c})$ al punto $Q = (c, 0)$? ¿Y a la recta $x = -c$?

Ejercicio 5. ¿Cuál es la distancia del punto $P = (3, -\sqrt{12c})$ al punto $Q = (c, 0)$? ¿Y a la recta $x = -c$?

Ejercicio 6. Suponga que $a \geq 0$ y $c \geq 0$. ¿Cuál es la distancia del punto $P = (a, \sqrt{4ca})$ al punto $Q = (c, 0)$? ¿Y a la recta $x = -c$?

Ejercicio 7. Suponga que a es un número positivo. ¿Cuál es la distancia del punto $P = (a, -\sqrt{4ca})$ al punto $Q = (c, 0)$? ¿Y a la recta $x = -c$?

Ejercicio 8. Verifique que las coordenadas del punto $P = (a, b)$ satisfacen la identidad $y^2 = 4cx$ si y sólo si $b = \sqrt{4ca}$ ó $b = -\sqrt{4ca}$. En particular, si

$c \geq 0$, entonces necesariamente $a \geq 0$.

Ejercicio 9. En el ejercicio anterior, ¿qué sucede si $c \leq 0$? ¿cómo debe ser a ?

Ejercicio 10. Verifique que si $P = (a, b)$ es tal que la distancia de P a $Q = (c, 0)$ es igual a la distancia de P a la recta L dada por la ecuación $x = -c$, entonces se cumple la relación $b^2 = 4ca$.

Sugerencia: Escriba la ecuación que expresa la igualdad de las distancias, eleve ambos términos al cuadrado y reduzca la expresión encontrada.

Ejercicio 11. ¿Puede usted graficar los puntos P que satisfacen la propiedad descrita en el ejercicio anterior si $c = 1$? ¿y si $c = 2$?

Ejercicio 12. Suponga que a y c tienen el mismo signo. ¿Cuál es la distancia del punto $P = (\sqrt{4ca}, a)$ al punto $Q = (0, c)$? ¿Y a la recta $y = -c$?

Ejercicio 13. Verifique que si $P = (a, b)$ es tal que la distancia de P a $Q = (0, c)$ es igual a la distancia de P a la recta L dada por la ecuación $y = -c$, entonces se cumple la relación $a^2 = 4cb$.