

# Ejercicios de “ Variable Compleja”

2017

Prof.: Pedro Luis del Angel Rodríguez.

Of.: K312

luis@cimat.mx

Ayudante: Manuel Sedano Mendoza.

Of.: D305

manuel.sedano@cimat.mx

## tercera lista de ejercicios

Ejercicio 1. Sea  $\gamma(t) = e^{it}$  con  $t \in [0, 2\pi]$ . Calcule

$$\int_{\gamma} z^n dz$$

para todo entero  $n$ .

Ejercicio 2. Sea  $\gamma(t) = re^{it}$  con  $t \in [0, \pi]$  y sea

$$I(r) := \int_{\gamma} \frac{e^{iz}}{z} dz.$$

Demuestre que  $\lim_{r \rightarrow \infty} I(r) = 0$ .

Ejercicio 3. Calcule

$$\int_{\gamma} z^{-1/2} dz.$$

Donde  $\gamma$  es la mitad superior del círculo unitario de  $+1$  a  $-1$ .

Ejercicio 4. Calcule

$$\int_{\gamma} (z^2 - 1)^{-1} dz.$$

Donde  $\gamma(t) = 1 + e^{it}$ , con  $t \in [0, 2\pi]$ .

Ejercicio 5. Calcule

$$\int_{\gamma} (z^2 - 1)^{-1} dz.$$

Donde  $\gamma(t) = 2e^{it}$ , con  $t \in [-\pi, \pi]$ .

Ejercicio 6. Demuestre que

$$\int_{\gamma} (z - a)^{-n} dz = 0.$$

Donde  $\gamma$  es un círculo de radio  $r > 0$  alrededor de  $a$ .

Ejercicio 7. Demuestre que para todo par de funciones analíticas  $f, g : U \rightarrow \mathbb{C}$ , con  $U$  un dominio no vacío, y para toda curva  $\gamma : [a, b] \rightarrow U$  de clase  $C^1$  se cumple

$$\int_{\gamma} f'(z)g(z)dz = f(b)g(b) - f(a)g(a) - \int_{\gamma} f(z)g'(z)dz.$$