

Ejercicios de “ Variable Compleja”

2017

Prof.: Pedro Luis del Angel Rodríguez.

Of.: K312

luis@cimat.mx

Ayudante: Manuel Sedano Mendoza.

Of.: D305

manuel.sedano@cimat.mx

Séptima lista de ejercicios

Ejercicio 1. Sea $f : U \rightarrow \mathbb{C}$ una función analítica con un cero de orden n en un punto $a \in U$ y sean $\gamma_1, \gamma_2 : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{C}$ dos curvas tales que $\gamma_1(0) = \gamma_2(0) = a$ y $\gamma_i'(0) = \nu_i$.

(a) ¿Cómo se define el ángulo entre γ_1 y γ_2 en a ?

(b) Si $\beta_i = f \circ \gamma_i$, ¿Cuál es el ángulo entre las curvas β_i en a en término del ángulo entre las curvas γ_i ?

Ejercicio 2. Determina el dominio máximo donde la aplicación $z \mapsto z + \frac{1}{z}$ es conforme y donde no es conforme. Describe la imagen del dominio $|z| > 1$ bajo la aplicación.

Ejercicio 3. Encuentre una transformación conforme f tal que $f(A) \subset \{z \mid |z| < 1\}$ y que preserve las dos simetrías evidentes, donde

$$A = \{z \mid |z| < 1, |z - 1| < 1\}.$$

Ejercicio 4. Encuentre una transformación conforme f tal que la imagen bajo f de la región entre $|z| = 1$ y $|z - \frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$ sea el semiplano superior.

Ejercicio 5. Encuentre una transformación conforme f tal que la imagen bajo f del exterior de la parábola $y^2 = 2px$ es el disco $|w| < 1$ de tal forma que $f(0) = 1$ y $f(-p/2) = -1$.