

# Ejercicios de Álgebra

16/05/2012

Pedro Luis del Angel

## Séptima lista de ejercicios

Ejercicio 1. Demuestre que si  $p$  es un ideal primo de  $R$  y  $M$  es un  $R$ -módulo, entonces

$$M \otimes_R R_p \cong M_p$$

Ejercicio 2. Demuestre que si

$$0 \longrightarrow M' \longrightarrow M \longrightarrow M'' \longrightarrow 0$$

es una sucesión exacta de  $R$  módulos y  $p$  es un ideal primo de  $R$ , entonces

$$0 \longrightarrow M' \otimes_R R_p \longrightarrow M \otimes_R R_p \longrightarrow M'' \otimes_R R_p \longrightarrow 0$$

es exacta.

Ejercicio 3. Si  $M$  es un  $\mathbb{Z}$ -módulo libre de rango  $n$ , entonces

$$M \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$$

es un  $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ -espacio vectorial de dimensión  $n$ .