

Baker domains in a subclass of \mathcal{K}

M.C. Adrián Esparza Amador
Centro de Investigación en Matemáticas
Febrero 2017

Bajo la dirección de
Dra. Mónica Moreno Rocha, CIMAT

La dinámica asociada a la iteración de una función racional genera una partición de la esfera de Riemann en dos conjuntos, el de normalidad (o el conjunto de Fatou) y su complemento (el conjunto de Julia). Los dominios propios del conjunto de Fatou pueden además clasificarse en cinco tipos de acuerdo a su modelo dinámico local, a decir en dominios atractores, súperatractores, parabólicos, de rotación tipo Siegel o tipo Herman. Al considerar la extensión de la teoría de iteración racional para funciones meromorfas trascendentes, surgen dos nuevas clases de dominios del conjunto de Fatou: los dominios de Baker y los dominios errantes. Un dominio de Baker se caracteriza por estar directamente relacionado con la singularidad esencial en infinito de la función meromorfa trascendente, pues dicho punto pertenece a la frontera del dominio. En este caso el punto al infinito es llamado punto de Baker.

Las funciones complejo-valuadas que son analíticas excepto en un conjunto compacto contable de la esfera, son denominadas funciones meromorfas de clase \mathcal{K} . La extensión de la teoría de iteración para la clase \mathcal{K} fue recientemente formalizada a mediados de la década de 1990 y existen resultados análogos a la teoría Fatou-Julia en este contexto (por ejemplo, la clasificación de los dominios de Fatou realizada por funciones meromorfas trascendentes también es realizada por funciones en \mathcal{K}).

En este trabajo, se estudia una subclase de funciones de clase \mathcal{K} de la forma $z + \exp(g(z))$, con g una función meromorfa trascendente o racional. Para estas funciones se demuestra que, bajo ciertas condiciones de crecimiento en vecindades de las singularidades esenciales, cada una de las singularidades es un punto de Baker y tiene asociado un número infinito de dominios de Baker invariantes. Además se demuestra que el modelo dinámico local en cada dominio es semi-conjugado a una translación. El trabajo se complementa con el estudio dinámico de una familia uniparamétrica de funciones en \mathcal{K} , estableciendo para ciertos casos la conectividad de los dominios de Baker. Este y otros ejemplos presentados en la tesis resultan ser los primeros en la literatura del área de funciones en la clase \mathcal{K} que exhiben dominios de Baker.