

CIMAT

90DSI02

Dinámica Holomorfa

Febrero 7, 2007

Hints para la tarea 1

1. Una vez que han calculado la transformación de Möbius T , deben calcular sus puntos fijos. Si por ejemplo T sólo tiene un punto fijo, encuentren la conjugación de T con $R(z) = z + \alpha$ y deriven la dinámica. Trabajen de forma análoga si T tiene dos puntos fijos (*¿cuántos puntos fijos puede tener una transformación de Möbius?*).
2. Recuerden que una rotación es una isometría para ambas métricas.
3. Es suficiente si demuestran que f es *meromorfa* en $\overline{\mathbb{C}}$ si y sólo si f es racional (de hecho el enunciado del problema debió ser f *analítica* en $\overline{\mathbb{C}}$ si y sólo si es racional).
4. Aquí necesitan probar que f está acotada en $z = \infty$ para concluir que es racional usando el problema anterior. Tomen un $w_0 \in \mathbb{C}$ tal que $\#f^{-1}(w_0)$ es el máximo posible y muestren que $1/(f(z) - w_0)$ es acotado.
5. En este problema pueden utilizar el teorema de Marty: la familia $\mathcal{F} = \{f : D \rightarrow \overline{\mathbb{C}} \mid \text{meromorfas}\}$ es normal en D si y sólo si las derivadas esféricas

$$f^\#(z) = \frac{2|f'(z)|}{1 + |f(z)|^2}$$

son uniformemente acotadas en compactos de D .

Fecha de entrega: Febrero 8, 2007 en clase.