

CIMAT

90DSI02

Dinámica Holomorfa

Febrero 1, 2007

Tarea 1

1. Calcule la transformación de Möbius que manda los puntos i , ∞ y -1 a ∞ , 1 y 0 respectivamente. ¿Cuál es la dinámica de esta transformación?
2. Demuestre que la inversión $h(z) = 1/z$ es una isometría para la métrica cordal (y por lo tanto la esférica) definida en la esfera de Riemann.
3. Demuestre que $f : \overline{\mathbb{C}} \rightarrow \overline{\mathbb{C}}$ es holomorfa en toda la esfera si y sólo si f es una aplicación racional.
4. Sea f meromorfa en \mathbb{C} y suponga que existe un entero $m > 0$ tal que $\#f^{-1}(w) \leq m$ para todo $w \in \mathbb{C}$. Demuestre que f es racional.
5. Demuestre que las funciones $f_\varepsilon(z) = z^3/(z + \varepsilon)$, $0 < \varepsilon \leq 1$, forman una familia normal de funciones meromorfas en $\overline{\mathbb{C}} \setminus \{0\}$, pero éstas no forman una familia meromorfa normal en \mathbb{C} .

Fecha de entrega: Febrero 8, 2007 en clase.