CIMAT

90DSI02 | Dinámica Holomorfa | Abril 26, 2007

Tarea 10

1. Sea $R_t(z)$ una familia de funciones racionales uniparamétrica. Sea z_0 punto periódico de periodo m para R_{t_0} y suponga que $\lambda = DR_{t_0}^m(z_0)$ es distinto de 1. Usando el Teorema de la Función Implícita, demuestre lo siguiente:
   (a) Para t cercano a t_0 existe un punto periódico $z(t)$ de R_t, cercano a z_0 y de periodo m.
   (b) $z(t)$ y su multiplicador, $\lambda(t)$, dependen analíticamente de t.
   (c) Si $U = \{t \in \mathbb{C} \mid z(t) \text{ tiene periodo } m\}$, entonces U es abierto.
2. Sea f una función racional postcríticamente finita. Demuestre que si f no tiene puntos periódicos superatractores, entonces $J(f) = \overline{\mathbb{C}}$.
3. Utilice el Principio de Módulo Máximo para demostrar que un polinomio en $\overline{\mathbb{C}}$ no puede tener anillos de Herman.
4. Demuestre que $S(z) = z + \sin(2\pi z)$ tiene una familia de dominios errantes $\{U_n\}$ con $S(U_n) = U_n + 1$ y una familia de dominios errantes $\{V_n\}$ con $S(V_n) = V_n - 1$.
5. Sea $E(z) = z + e^z - 1$. Demuestre que E tienen un dominio de Baker totalmente invariante, todos los valores críticos de E pertenecen al semiplano $H_- = \{z \mid \mathrm{Re} z < 0\}$ y para todo $z \in H_-$, $\mathrm{Re} E^n(z) \to -\infty$.

Dominio errante: Una componente U del conjunto de Fatou es errante si $f^n(U) \cap U = \emptyset$ para todo n.
Dominio de Baker: Es una componente invariante $U = f(U)$ tal que para todo $z \in U$, $\mathcal{O}_f(z)$ no tiene puntos de acumulación en $\mathbb{C}$.

Fecha de entrega: Mayo 3, 2007 en clase.