CIMAT

90DSI02 Dinámica Holomorfa Mayo 17, 2007

Tarea 12

En todos los problemas f denota una función en $\mathrm{Rat}_d(\overline{\mathbb{C}})$, con $d \geq 2$.

(Ref. Problema 1, Tarea 10 y 11) Sea $f(z) = P(z)/Q(z)$ y considere la perturbación f_t, los ciclos y multiplicadores $z_0, \lambda_0 = \lambda(z_0), z(t)$ y $\lambda(t)$ como en la tarea 11. Demuestre lo siguiente:

1. Suponga que $f(z)$ tiene N ciclos periódicos neutros con multiplicador $\lambda_j \neq 1$ para $j = 1, \ldots, N$. Defina $E_j^*(\theta)$ para cada j (ref. Tarea 11) y
$$\phi(\theta) = \sum_{j=1}^{N} E_j^*(\theta).$$
Demuestre que ϕ toma valores enteros y
$$\int_0^{2\pi} \phi(\theta) d\theta = 0.$$

2. Demuestre que existen parámetros $t = \rho e^{i\theta}$ tales que al menos $[(m+1)/2]$ de las funciones E_j^* son negativas en t y por lo tanto, los ciclos anteriormente neutros son ahora atractores.

3. Concluya que el número de ciclos atractores más la mitad del número de ciclos neutros con multiplicador $\lambda \neq 1$ es a lo más $2d - 2$, y por lo tanto, el número de ciclos no repulsores de f está acotado por $6d - 6$.

4. Suponga que f es conforme, g es continua y que $g \circ f$ está bien definida. Muestre que
$$\mu_{g \circ f}(z) = \mu_g(f(z)) \frac{\overline{f'(z)}}{f'(z)}.$$
(Hint: calcule $\partial(f \circ g), \overline{\partial}(g \circ f)$ y utilice las identidades $\partial \overline{f} = \overline{\overline{\partial} f}$, $\overline{\partial}\, \overline{f} = \overline{\partial f}$.)

Fecha de entrega: Mayo 22, 2007 en clase.