CIMAT

90DSI02 Dinámica Holomorfa Febrero 15, 2007

Tarea 3

Sea $f \in \mathrm{Rat}_d(\overline{\mathbb{C}})$ racional y $p \in \mathrm{Pol}_d(\overline{\mathbb{C}})$ polinomio, con $d \geq 2$. $\mathcal{E}(f)$ representa el conjunto de puntos excepcionales de f. Demuestre las siguientes afirmaciones:

1. Para $w \in \mathbb{C}$ arbitrario,
$$\sum_{z \in f^{-1}(w)} \nu_f(z) = d.$$

2. p siempre tiene un punto fijo repulsor ó parabólico (y por lo tanto, $J(p) \neq \emptyset$). *Hint:* Si todos los ceros $\{z_1, \ldots, z_d\}$ de p son distintos, entonces
$$\sum_{j=1}^{d} \frac{1}{p'(z_j)} = 0.$$

3. p es un polinomio de grado $d \geq 2$ si y sólo si $p^{-1}(\infty) = \{\infty\}$ (y por lo tanto $F(p) \neq \emptyset$).

4. $\mathcal{E}(f) = \{0, \infty\}$ si y sólo si $f(z) = \alpha z^n$, con $n = \pm d$ y $\alpha \neq 0$.

5. f tiene puntos excepcionales si y sólo si es conjugada (por una transformación de Möbius) a un polinomio ó a $z \mapsto 1/z^d$.

Fecha de entrega: Febrero 22, 2007 en clase.