

CIMAT

90DSI01

Sistemas Dinámicos I

Agosto 16, 2006

Tarea 1

1. Problema 2.4 del libro de Robinson (página 58 de la 2a. edición).
2. Sea X un espacio métrico completo. Construya un ejemplo de una función $f : X \rightarrow X$ que satisfaga las siguientes condiciones:
 - (a) $d(f(x), f(y)) < d(x, y)$ para todo $x \neq y$,
 - (b) f no tiene un punto fijo, y
 - (c) $d(f^n(x), f^n(y)) \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$, para ciertos $x, y \in X$.
3. Sea X un espacio métrico completo no vacío y $f : X \rightarrow X$ una contracción. Pruebe que f no es invertible.
4. Sea $A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ el mapa lineal

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Usando estimaciones, muestre que

$$A^n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

cuando $n \rightarrow \infty$.

Fecha de entrega: Agosto 21, 2006, en clase.